

Schweizer Lebensversicherung –
Von der Risiko-Transformation zur Risiko-Intermediation

Beiträge zur Erfassung, Bewertung und Verbriefung
des Renten-Langleberisikos in einer Lebensversicherung

Dissertation
der Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät
der Universität Zürich

zur Erlangung der Würde
eines Doktors
der Ökonomie

vorgelegt von

Markus Kreienbühl
von Malters

genehmigt auf Antrag von

Prof. Dr. Peter Zweifel
Prof. Dr. Paul Embrechts

Die wirtschaftswissenschaftliche Fakultät der Universität Zürich gestattet hierdurch die Drucklegung der vorliegenden Dissertation, ohne damit zu den darin ausgesprochenen Anschauungen Stellung zu nehmen.

Zürich, den 01. April 2009
Der Dekan: Prof. Dr. Dr. Josef Falkinger

Meinen Kindern Martina, Lukas und Selina gewidmet

«Alles bewegt sich fort und nichts bleibt.» (Heraklit, 544–483 v. Chr.)

«Es soll sich regen, schaffend handeln, Erst sich gestalten, dann verwandeln; Nur scheinbar stehts Momente still. Das Ewige regt sich fort in allen: Denn alles muss in Nichts zerfallen, Wenn es im Sein beharren will.» (Goethe, 1749–1832)

«So das Unternehmen, das am Puls des menschlichen Lebens mit Planbarkeit und Sicherheit für Wohlstand sorgt; lange Zeit gestaltend, dann zögerlich verwandelnd; vom Markt zur Bewegung herausgefordert. Der Ursprung des Neuen liegt im Mut, das Alte hinter sich zu lassen: Dort, wo Bedürfnisse von Menschen sich verändern, die Quelle des Wohlstandes mit Weisheit, Stärke und Schönheit von Neuem erschliessen.» (eigene Aussage, 2008)

Vorwort

Die westlichen Gesellschaften sehen sich in ihrer demografischen Entwicklung mit einer zunehmenden Alterung ihrer Bevölkerung konfrontiert. Motiviert durch diese Beobachtung und dem allgemein tiefen Zinsniveau habe ich mir die Frage gestellt, welche Herausforderungen sich daraus für die Zukunft der Lebensversicherung ergeben. Die Alterung der Gesellschaft stört ein sensibles Gleichgewicht, das Auswirkungen auf eine Vielzahl von gesellschaftlichen Lebensbereiche und Wirtschaftszweige hat. Man denke beispielsweise an die veränderten Bedürfnisse der privaten Haushalte im Bereich des Gesundheitswesens, der Mobilität oder der Altersvorsorge. Somit werden neue Anforderungen an Spitäler, öffentliche Verkehrsmittel oder eben an die Vorsorgewerke zur Gewährleistung einer sicheren finanziellen Grundlage im Alter gestellt. Von dieser Entwicklung betroffen sind aber auch die privaten und öffentlichen Unternehmen. Börsenkotierte Gesellschaften müssen etwa aufgrund der Internationalen Financial Reporting Standards (IFRS) Risikopositionen aus Rentenverpflichtungen ihrer Vorsorgewerke in der Konsolidierung der Jahresrechnung mitberücksichtigen. Dies kann das Geschäftsergebnis der Gesellschaft – je nach Entwicklung der Lebenserwartung und dem Zinsniveau – massgeblich beeinflussen. Entsprechend werden sich Unternehmen und Institutionen zum Schutz ihres Eigenkapitals aktiver mit der Frage der Entlastung von diesen Risiken befassen müssen.

Ebenfalls von diesem Wandel betroffen sind die Lebensversicherer. Als tragende Säule des Finanzplatzes Schweiz und wichtige Arbeitgeber befassen sie sich seit vielen Jahren am Puls des menschlichen Lebens mit der Vorsorge der Bevölkerung. Sie unterstützen diese während zahlreichen Lebensjahren bei der Bildung von Vermögen, der Absicherung von Einkommen sowie bei der Verrentung von Vermögen. Gerade bei der Verrentung von Vermögen wirkt sich die Tatsache, dass immer mehr Menschen immer älter werden in Kombination mit dem tiefen Zinsniveau negativ auf die Höhe der Rentenbarwerte aus. Da sich die Lebenserwartung in den letzten Jahrzehnten stetig verbesserte, mussten die Lebensversicherer in den vergangenen Jahren laufend Nachreservierungen für das Langleberisiko in ihren Rentenportefeuilles vornehmen. Diese konnten nach dem Solidaritätsprinzip aus den Kapitalerträgen des aktiven Bestandes finanziert werden. Inwiefern dies auch in Zukunft möglich sein wird, ist un-

gewiss. Berücksichtigen wir, dass sich der brancheninterne Wettbewerb infolge der Liberalisierung der Versicherungsmärkte in den 1990er-Jahren intensiviert hat und einen Konsolidierungsprozess nach sich zieht, stellt sich im kapitalintensiven Lebensversicherungsgeschäft einerseits die Frage, wie künftig die Bilanz entlang dem Konjunkturzyklus vor allfälligen adversen Entwicklungen des Langleberisikos und des Investitionsergebnisses geschützt werden kann und andererseits, wie sich der Eigenkapitaleinsatz in einem Geschäft, das unter zunehmendem Wettbewerbsdruck steht, optimieren lässt. Zur Erschliessung der Wachstumschancen, die sich in den nächsten Jahren im Rentengeschäftes durch die demografische Entwicklung ergeben, sind neue Verfahren gefragt. Verfahren, die einerseits weniger Eigenkapital erfordern und andererseits eine aktive Steuerung der gezeichneten Risikopositionen und somit einen Schutz der Bilanz entlang des Konjunkturzyklus erlauben.

Eine Antwort darauf könnte die Risiko-Intermediation sein. In diesem neuen Paradigma «verpackt» der Lebensversicherer die gezeichneten Risiken neu und verkauft diese durch geeignete Instrumente auf dem Kapitalmarkt an einen Investor. Dieser kann die Risiken unter anderen Voraussetzungen übernehmen. Wie lässt sich aber dann das Langleberisiko in einem Kapitalmarktkontext erfassen, bewerten und verbriefen? Diese Frage übte grosse Faszination auf mich aus und bewog mich im Frühjahr 2002, mich im Rahmen des vorliegenden Dissertationsprojektes mit diesem Thema näher zu befassen. Sichere Rentenleistungen im Alter sind für unsere Gesellschaft eine junge Errungenschaft, die es auch für künftige Generationen zu bewahren gilt und für die es sich lohnt, sich einzusetzen!

Die Erarbeitung dieser Dissertation wäre ohne die Unterstützung einer Vielzahl von Personen nicht möglich gewesen. Allen voran möchte ich meinem Referenten, Herrn Prof. Dr. Peter Zweifel, sehr herzlich danken, für die äusserst wertvollen Anregungen zu den ökonomischen Treibern eines Versicherungsunternehmens und für das Vertrauen, das er mir stets entgegenbrachte.

Des Weiteren möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr. Paul Embrechts und seinen Mitarbeiter an der ETH Zürich für die sehr kostbaren Erkenntnisse im Bereich der Mathematik bedanken, die ich im Rahmen der Sprechstunden am Institut hinsichtlich der Bewertung des Langleberisikos und den quantitativen Aspekten des Risiko-Managements gewinnen konnte.

Ein grosser Dank gebührt auch Herrn Prof. Dr. Hans Bühlmann und Herrn Paul Müller, ehemaliger CEO Schweiz der Swiss Life Gruppe und mein damaliger Vorgesetzter, für die wertvollen Gespräche, die mir während der Arbeit eine grosse Stütze waren. Einen Dank möchte ich auch Herrn Arnold Schneiter, Pensionskassenexperte, Aktuar SAV und ehemaliger Generaldirektor der Winterthur Versicherung, für die wertvollen Anregungen und die Durchsicht des Manuskriptes aussprechen. Danken möchte ich ebenfalls Herr Prof. Dr. Michael Koller, ehemaliger Chief Risk Officer der Swiss Life Gruppe, für die zentralen Erkenntnisse im Bereich der aktuarischen Schätzung des Langleberisikos und Herrn Christoph Jäggi, Partner bei der Walker Projects AG, für die zahlreichen Gespräche und die brillanten Anregungen zur Weiterentwicklung des Geschäftsmodells der Lebensversicherung. Darüber hinaus bin ich meinem in der Zwischenzeit verstorbenen Schwiegervater, Dr. med. Pierre Mennet, für die sehr hilfreichen und anregenden Gespräche zur Entwicklung der Sterblichkeit aus medizinischer Sicht, zu grossem Dank verpflichtet. Dank gebührt ebenfalls all meinen Interviewpartnern, die mir ihre wertvolle Zeit zur Verfügung gestellt und mir mit ihren Erfahrungen aus Mathematik, Lebensversicherung, Rückversicherung und Bank weitergeholfen haben.

Abschliessend möchte ich meinen Eltern und Schwiegereltern, die mich in meinen Vorhaben stets tatkräftig unterstützt und gefördert haben, sowie meiner lieben Frau Kathrin, ohne deren Hilfe dieses Projekt nicht möglich gewesen wäre, für ihre besonders wertvolle Unterstützung einen herzlichen Dank aussprechen.

INHALTSVERZEICHNIS

1	EINLEITUNG.....	18
1.1	ZIELSETZUNGEN UND AUFBAU DES DISSERTATIONSPROJEKTES	18
1.1.1	<i>Zielsetzungen.....</i>	18
1.1.2	<i>Aufbau des Dissertationsprojektes.....</i>	22
1.1.3	<i>Interviews, empirische Untersuchungen und Literatur</i>	23
1.2	DIE LEBENSVERSICHERUNG – EINE BRANCHE IM WANDEL.....	26
1.2.1	<i>Trends in der Lebensversicherung.....</i>	26
1.2.2	<i>Die Alterung der Gesellschaft.....</i>	29
1.2.3	<i>Konsequenzen für die Lebensversicherung.....</i>	32
1.3	VON DER RISIKO-TRANSFORMATION HIN ZUR RISIKO-INTERMEDIATION	35
1.3.1	<i>Nutzen der Risiko-Intermediation</i>	37
1.3.2	<i>Motivation des Lebensversicherers und des Investors, sich am Ver-briefungsprozess zu beteiligen</i>	40
1.3.3	<i>Schlussfolgerung</i>	42
2	THEORETISCHE GRUNDLAGEN	43
2.1	GRUNDLAGEN DER WAHRSCHEINLICHKEITSTHEORIE	43
2.1.1	<i>Wahrscheinlichkeitsräume zur Erfassung möglicher zukünftiger Zustände.....</i>	43
2.1.2	<i>Zufallsvariablen und stochastische Prozesse.....</i>	44
2.1.3	<i>Schlussfolgerung.....</i>	46
2.2	ENTSCHEIDUNGEN UNTER UNSICHERHEIT.....	47
2.2.1	<i>Nutzentheorie und die Hypothese des erwarteten Nutzens</i>	48
2.2.2	<i>Stochastische Dominanz</i>	51
2.2.3	<i>Einstellung gegenüber dem Risiko.....</i>	53
2.3	AKTUARISCHE ERFASSUNG UND BEWERTUNG EINES RISIKOS	57
2.3.1	<i>Grundlagen der aktuarischen Mathematik zur Erfassung eines Risikos</i>	57
2.3.2	<i>Aktuarische Bewertung eines Risikos</i>	66
2.3.3	<i>Schlussfolgerung.....</i>	72
2.4	KAPITALMARKTTHEORETISCHE ERFASSUNG UND BEWERTUNG EINES RISIKOS.....	73
2.4.1	<i>Grundlagen für die kapitalmarkttheoretische Erfassung eines Risikos – Mean-Variance-Analysis</i>	73
2.4.2	<i>Kapitalmarkttheoretische Bewertung eines Risikos.....</i>	77
2.4.3	<i>Schlussfolgerung.....</i>	79
2.5	EFFIZIENTE KAPITALMÄRKTE UND DEFINITION DES WERTES EINER INFORMATION	80
2.5.1	<i>Hypothese der effizienten Kapitalmärkte.....</i>	81
2.5.2	<i>Definition des Wertes einer Information.....</i>	83
2.5.3	<i>Schlussfolgerung.....</i>	86
3	DEFINITION UND ERFASSUNG DES LANGLEBERISIKOS.....	87
3.1	FORMELLE DEFINITION DES LANGLEBERISIKOS	87
3.1.1	<i>Definition des Langleberisikos.....</i>	87
3.1.2	<i>Aktuarisches Modell zur Erfassung des Langleberisikos</i>	90
3.1.3	<i>Schlussfolgerung.....</i>	93
3.2	EMPIRISCHE EVIDENZ ZUR STERBLICHKEITSENTWICKLUNG	94
3.2.1	<i>Entwicklung der Sterblichkeit $q_x(t)$ von 1876 bis 2005</i>	94
3.2.2	<i>Entwicklung der Todesursachen im Alter</i>	100
3.2.3	<i>Schlussfolgerung.....</i>	101
3.3	DETERMINISTISCHE ERFASSUNG DER STERBLICHKEITSVERÄNDERUNG	102
3.3.1	<i>Grundlagen für die deterministische Erfassung der Sterblichkeitsveränderung</i>	102
3.3.2	<i>Die Modelle zur deterministischen Erfassung des Langleberisikos</i>	103
3.3.3	<i>Schlussfolgerung.....</i>	105

3.4	STOCHASTISCHE ERFASSUNG DER STERBLICHKEITSVERÄNDERUNG	108
3.4.1	<i>Grundlagen für die stochastische Erfassung der Sterblichkeitsveränderung</i>	108
3.4.2	<i>Die Modelle zur stochastischen Erfassung des Langleberisikos</i>	109
3.4.3	<i>Schlussfolgerung</i>	114
3.5	STOCHASTISCHE SCHÄTZUNG DER STERBLICHKEITSVERÄNDERUNG IN DER SCHWEIZ	116
3.5.1	<i>Das Modell, die Daten und die Schätzmethode</i>	116
3.5.2	<i>Die Ergebnisse</i>	117
3.5.3	<i>Schlussfolgerung</i>	127
4	ÖKONOMISCHE BEWERTUNG DES LANGLEBERISIKOS	130
4.1	AKTUARISCHE VERSUS KAPITALMARKTTHEORETISCHE BEWERTUNGSANSÄTZE FÜR DIE MARKTNAHE BEWERTUNG DES LANGLEBERISIKOS	130
4.1.1	<i>Klassische Ansätze für die marktnahe Bewertung des Langleberisikos</i>	130
4.1.2	<i>Neuere Ansätze für die marktnahe Bewertung des Langleberisikos</i>	133
4.1.3	<i>Schlussfolgerung</i>	135
4.2	MARKTGLEICHGEWICHTSPRÄMIE ALS GRUNDLAGE FÜR DIE ÖKONOMISCHE BEWERTUNG DES LANGLEBERISIKOS	137
4.2.1	<i>Risikoaustausch und Marktgleichgewicht</i>	137
4.2.2	<i>Das Theorem von Borch</i>	139
4.2.3	<i>Schlussfolgerung</i>	141
4.3	DAS ÖKONOMISCHE PRÄMIENPRINZIP VON BÜHLMANN	142
4.3.1	<i>Aktuarische Bewertung unter Mitberücksichtigung der Marktbedingungen</i>	142
4.3.2	<i>Risikoaustausch als Grundlage für die ökonomische Risikobewertung</i>	143
4.3.3	<i>Schlussfolgerung</i>	145
4.4	ERWEITERUNG DES ÖKONOMISCHEN PRÄMIENPRINZIPS VON BÜHLMANN	147
4.4.1	<i>Definition der Risiko-Nutzenfunktion der Marktteilnehmer auf dem Versicherungsmarkt</i>	148
4.4.2	<i>Mitberücksichtigung des Finanzierungs- und Investitionsprozesses in der Risiko-Nutzenfunktion</i>	151
4.4.3	<i>Prämienberechnung mit dem erweiterten ökonomischen Prämienprinzip</i>	158
4.5	SCHLUSSFOLGERUNGEN	175
4.5.1	<i>Bemerkungen zur Bewertung des Risiko-Zeichnungsprozesses</i>	178
4.5.2	<i>Bemerkungen zur Bewertung des Finanzierungsprozesses</i>	179
4.5.3	<i>Bemerkungen zur Bewertung des Investitionsprozesses</i>	179
5	VERBRIEFUNG DES LANGLEBERISIKOS	181
5.1	TRANCHIERUNG UND DIVERSIFIKATIONEFFEKTE VON LANGLEBERISIKOPOSITIONEN	183
5.1.1	<i>Tranchierung eines Rentenportfolios</i>	183
5.1.2	<i>Positive Diversifikationseffekte im Investorenportfolio</i>	185
5.1.3	<i>Schlussfolgerung</i>	191
5.2	ABBILDUNG DER INFORMATIONSTRUKTUR MITTELS STERBLICHKEITSINDIZES	191
5.2.1	<i>Identifikation der relevanten Informationen</i>	192
5.2.2	<i>Methodik zur Konstruktion von Sterblichkeitsindizes</i>	194
5.2.3	<i>Schlussfolgerung</i>	196
5.3	STRUKTURIERUNG EINER VERBRIEFUNGSTRANSAKTION	197
5.3.1	<i>Rechtliches Set-Up der Verbriefungstransaktion</i>	197
5.3.2	<i>Ausgestaltung der Anleihe und des Triggers</i>	202
5.3.3	<i>Kosten der Verbriefung</i>	206
5.4	BEDEUTUNG UND FUNKTIONEN DES RATINGS FÜR DEN VERBRIEFUNGSERFOLG	207
5.4.1	<i>Die Bedeutung des Ratings</i>	207
5.4.2	<i>Funktionen des Ratings</i>	208
5.4.3	<i>Ratingskalen für Securitization-Transaktionen</i>	209
5.5	SCHLUSSFOLGERUNGEN	210
5.5.1	<i>Von der Risiko-Transformation hin zur Risiko-Intermediation</i>	210
5.5.2	<i>Die Life-Risk-Securitization öffnet dem Lebensversicherer einen neuen Zugang zum Kapitalmarkt</i>	212
5.5.3	<i>Zukünftige Herausforderungen</i>	212

ABBILDUNGSVERZEICHNIS

ABBILDUNG 1.1: AUFBAU DES DISSERTATIONSPROJEKTES.....	22
ABBILDUNG 1.2: TRENDS IN DER LEBENSVERSICHERUNGSBRANCHE	27
ABBILDUNG 1.3: PROGNOSE FÜR DIE BEVÖLKERUNGSENTWICKLUNG IN DER SCHWEIZ 1981–2060.....	30
ABBILDUNG 1.4: ENTWICKLUNG DER RENTENLEISTUNGEN (INKL. ÜBERSCHÜSSE) VON 1994-2004	31
ABBILDUNG 1.5: ENTWICKLUNGSPFAD IN RICHTUNG RISIKO-INTERMEDIATION	37
ABBILDUNG 2.1: OPTIMALE HANDLUNG BEI UNTERSCHIEDLICHEN EREIGNISSEN.....	85
ABBILDUNG 3.1: STOCHASTISCHE BETRACHTUNG DER GRUPPE DER ÜBERLEBENDEN	89
ABBILDUNG 3.2: EINJÄHRIGE BETRACHTUNG DER ENTWICKLUNG DES DECKUNGSKAPITALS EINES RENTNERBESTANDS	92
ABBILDUNG 3.3: ENTWICKLUNG DER STERBLICHKEIT $q_x(t)$ (MANN)1876–2005	95
ABBILDUNG 3.4: ENTWICKLUNG DER LEBENSERWARTUNG 1876–2005 (MANN).....	96
ABBILDUNG 3.5: ENTWICKLUNG DER STERBEORDNUNG ALTER >65 (MANN) 1876-2005	97
ABBILDUNG 3.6: MITTLERE STANDARDABWEICHUNG DER JÄHRLICHEN INKREMENTE DER STERBLICHKEIT $q_x(t)$ (MANN) 1900-2005 FÜR UNTERSCHIEDLICHE ALTERSKLASSEN UND ZEITHORIZONTE	98
ABBILDUNG 3.7: POLYNOMISCHE APPROXIMATION 3. GRADES DER STERBLICHKEITSABNAHME ÜBER ALLE ALTERSKLASSEN FÜR MANN UND FRAU 1970-2005	99
ABBILDUNG 3.8: TODESURSACHEN IM ALTER (MANN)	100
ABBILDUNG 3.9: TODESURSACHEN IM ALTER (FRAU).....	101
ABBILDUNG 3.10: PROZENTUALE INKREMENTE DER STERBLICHKEIT $q_{65}(t)$ (MANN)1876-2005	107
ABBILDUNG 3.11: POLYNOMISCHE APPROXIMATION 4. GRADES (MANN) UND 6. GRADES (FRAU) DER STERBLICHKEITSABNAHME ÜBER ALLE ALTERSKLASSEN VON 1970 BIS 2005	118
ABBILDUNG 3.12: STANDARDABWEICHUNG DER LOG-STERBLICHKEITSVERÄNDERUNG (MANN)	119
ABBILDUNG 3.13: STANDARDABWEICHUNG DER LOG-STERBLICHKEITSVERÄNDERUNG (FRAU).....	120
ABBILDUNG 3.14: PROGNOSE DER STERBLICHKEITSABNAHME (MANN) BIS 2035.....	121
ABBILDUNG 3.15: PROGNOSE DER STERBLICHKEITSVERBESSERUNG (FRAU) BIS 2035	122
ABBILDUNG 4.1: AUSFALLWAHRSCHEINLICHKEITEN PRO RATING UND ZEITHORIZONT.....	162
ABBILDUNG 4.2: EFFIZIENZGRENZE AUF DEM KAPITALMARKT	169
ABBILDUNG 5.1: AUSZUG AUS DER KORRELATIONSMATRIX	187
ABBILDUNG 5.2: EFFIZIENZGRENZE MIT UND OHNE LANGLEBERISIKOPOSITIONEN	190
ABBILDUNG 5.3: BETEILIGTE AKTEURE IN EINER VERBRIEFUNGSTRANSAKTION.....	198
ABBILDUNG 5.4: BOND-CASHFLOW-DIAGRAMM	200
ABBILDUNG 5.5: ZEITHORIZONT DER VERBRIEFUNGSTRANSAKTION	205
ABBILDUNG 5.6: CALL-SPREAD AUF EINEM STERBLICHKEITSINDEX-FUTURE ALS HEDGING-STRATEGIE FÜR DAS LANGLEBERISIKO	215

TABELLENVERZEICHNIS

TABELLE 2.1: VON NEUMANN-MORGENSTERN-RISIKO-NUTZENFUNKTION	56
TABELLE 2.2: ÜBERSICHT DER PRÄMIENPRINZIPIEN MIT DEREN EIGENSCHAFTEN	72
TABELLE 3.1: SCHÄTZUNGEN DER ENTWICKLUNG DER LEBENSERWARTUNG IM PENSIONIERTEN ALTER	106
TABELLE 3.2: LANGLEBERISIKO IN EINEM STANDARDBESTAND BIS 2035 (MANN)	123
TABELLE 3.3: LANGLEBERISIKO MANN AUF DEM KONFIDENZNIVEAU 99,9	127
TABELLE 4.1: RRA-WERTE AUF DEM VERSICHERUNGSMARKT	158
TABELLE 4.2: EINGABEVARIABLEN FÜR DAS BEWERTUNGSMODELL.....	159
TABELLE 4.3: BERECHNUNG DER VAR-WERTE (AAA-RATING) FÜR MÄNNER PRO ALTERSKLASSE	163
TABELLE 4.4: BERECHNUNG DER VAR-WERTE (AAA-RATING) FÜR FRAUEN PRO ALTERSKLASSE	164
TABELLE 4.5: TOLERIERBARE RENDITE	167
TABELLE 4.6: KORRELATIONSMATRIX.....	168
TABELLE 4.7: OPTIMIERTE PORTEFEUILLES.....	169
TABELLE 4.8: PRICING DES LANGLEBERISIKOS KONSTELLATION A	171
TABELLE 4.9: PRICING DES LANGLEBERISIKOS KONSTELLATION B	171
TABELLE 4.10: PRICING DES LANGLEBERISIKOS KONSTELLATION C	172
TABELLE 4.11: PRICING DES LANGLEBERISIKOS KONSTELLATION D	173
TABELLE 4.12: UNTERSCHIEDLICHE KAPITALBILDUNGSFAKTOREN PRO ALTERSKLASSE	174
TABELLE 4.13: PRICING DES LANGLEBERISIKOS KONSTELLATION E	174
TABELLE 5.1: TRANCHIERUNG EINES MUSTER-RENTENBESTANDS	184
TABELLE 5.2: BETA-WERTE PRO ALTERSKOHORTE.....	187
TABELLE 5.3: ANNAHMEN FÜR DIE RENDITEN UND DIE VOLATILITÄTEN DER ANLAGEKATEGORIEN.....	188
TABELLE 5.4: KORRELATIONSMATRIX MARKTPORTFOLIO MIT ALTERSKLASSEN VON 65 BIS 95	189
TABELLE 5.5: DIVERSIFIKATIONSEFFEKT IM MARKTPORTFOLIO DURCH LANGLEBERISIKOPOSITIONEN	189
TABELLE 5.6: DREI GESTALTUNGSMERKMALE DER SECURITIZATION	204

AKTUARISCHE NOTATIONEN

Zur Erarbeitung der theoretischen Grundlagen der aktuarischen Mathematik werden wir uns in der vorliegenden Arbeit an die «International Actuarial Notation»¹ (IAN) halten. In der folgenden Tabelle werden die angewendeten Variablen kurz beschrieben.

Variable	Bezeichnung
A	Teilmenge aus Ω
A_i	i-tes Element der abzählbare Folge A
A^c	Komplement der Teilmenge A
A_x	Barwert einer Todesfallversicherung im Alter x mit Auszahlung am Ende des Jahres
A_t	Barwert einer Todesfallversicherung im Zeitpunkt t
\bar{A}_x	Barwert einer Todesfallversicherung im Alter x mit Auszahlung im Zeitpunkt des Todes
$A_{\overline{x:n} }$	Barwert einer gemischte Lebensversicherung, die am Ende des Jahres zur Auszahlung kommt, wenn (x) innerhalb n Jahren stirbt oder nach n Jahren am Leben ist.
$\bar{A}_{\overline{x:n} }$	Barwert einer gemischte Lebensversicherung, die im Zeitpunkt des Todes zur Auszahlung kommt, wenn (x) innerhalb n Jahren stirbt oder nach n Jahren am Leben ist.
$A(h)$	Wert der Anlagen eines Rentnerbestandes in der Periode h
a	Barwert einer Rente
$a(x)$	Funktion der durchschnittlichen Anzahl überlebten Jahre zwischen x und $x + 1$ in der Gruppe der Überlebenden einer Kohorte.
a_x	Barwert einer Einheitsrente im Alter x
$a_{\overline{K} }$	Barwert einer Einheitsrente über K Jahre mit Zahlungen am Ende des Jahres (diskreter Fall)
$a_{\overline{T} }$	Barwert einer Einheitsrente über T Jahre mit Zahlungen am Ende des Jahres (stetiger Fall)
\bar{a}_x	Barwert einer lebenslänglichen Einheitsrente mit Zahlungen bis zum Tod (stetiger Fall)
${}_n\bar{a}_x$	Barwert einer über n Jahre aufgeschobenen lebenslänglichen Einheitsrente mit Zahlungen bis zum Tod (stetiger Fall)

¹ Für einen umfassenden Überblick über die allgemeinen Regeln für die Anwendung der Symbole aktuarischer Funktionen siehe Bowers et al. (1997), Anhang 3 und 4, sowie Williams (2005), S. 15.

Variable	Bezeichnung
$\bar{a}_{\overline{n} }$	Barwert einer Einheitszeitrente über n Jahre mit kontinuierlichen Zahlungen (stetiger Fall)
${}_n\bar{a}_x$	Barwert einer über n Jahre aufgeschobenen lebenslänglichen Einheitsrente mit Zahlungen bis zum Tod (stetiger Fall)
\ddot{a}_x	Barwert einer lebenslänglichen Einheitsrente mit Zahlungen zu Jahresbeginn im Alter x (diskreter Fall)
${}_n\ddot{a}_x$	Barwert einer über n Jahre aufgeschobenen lebenslänglichen Einheitsrente mit Zahlungen zu Jahresbeginn (diskreter Fall)
$\ddot{a}_{\overline{K+1} }$	Barwert einer lebenslänglichen Einheitsrente mit Zahlungen zu Jahresbeginn über K+1 Jahre (diskreter Fall)
α_x	Konstante für den durchschnittlichen Rentenbetrag im Alter x
B	Menge B
\mathbf{B}	Borelsche Menge
b	Kapitalbildungsfaktor
d_x	Anzahl Gestorbene im Alter x
e_x	Lebenserwartung im Alter x Curtate-expectation of life (diskreter Fall)
\bar{e}_x	Lebenserwartung im Alter x (stetiger Fall)
$E[\]$	Erwartungswert
F	Familie von Teilmengen aus Ω
$F_Y(y)$	Verteilungsfunktion der Zufallsvariable Y
$f_Y(y)$	Dichtefunktion der Zufallsvariable Y
$F_{K(y)}$	Verteilungsfunktion der Zufallsvariable Kurtate Lebensdauer
G_x	Technischer Gewinn aus dem Langleberisiko der Alterskohorte x
$H(Y)$	Zufallsvariable für die Prämie für die Übernahme des Risiko Y
$H_p(Y)$	Zufallsvariable für die bezahlte Prämie zur Deckung des Risiko Y
$H_v(Y)$	Zufallsvariable für die eingenommene Prämie zur Deckung des Risikos Y
$H_x(t)$	Zufallsvariable für die Prämie für die Übernahme des Risikos Y im Zeitpunkt t
$L(x)$	Zufallsvariable für die erwartete Anzahl der Überlebende einer Kohorte
l_x	Anzahl Überlebende im Alter x
i	Nominaler Zins auf Jahresbasis
$i^{(m)}$	Monatlicher Zinsbetrag
ν	Diskontierungsfaktor
δ	Zinsintensität/Force of interest

Variable	Bezeichnung
$K(y)$	Zufallsvariable für die Curtate-Future-Lifetime/Kurtate Lebensdauer (diskreter Fall). Entspricht dem Wert e_x
k	Variable für die Anzahl Jahre (diskreter Fall)
$M(x)$	Momentfunktion nach x
$M_X(t)$	Erstes Moment der Zufallsvariable X im Zeitpunkt t
m	Als variable mittlere Sterberate
n	Variable für die Anzahl Jahre
μ	Sterbeintensität
μ_x	Sterbeintensität im Alter x
μ_{x+k}	Sterbeintensität im Alter $x + k$ (diskreter Fall)
μ_{x+t}	Sterbeintensität im Alter $x + t$ (stetiger Fall)
Ω	Wahrscheinlichkeitsraum
ω	Realisierung einer Zufallsvariable
$\Pr(Y \leq y)$	Wahrscheinlichkeitsfunktion für die Sterblichkeit
p_x	Überlebenswahrscheinlichkeit im Alter x
${}_k p_x$	Überlebenswahrscheinlichkeit im Alter x über k Jahre
${}_k p_x$	Überlebenswahrscheinlichkeit im Alter x über k zu überleben und danach innerhalb einem Jahr zu sterben
$p_x(t)$	Überlebenswahrscheinlichkeit im Alter x im Zeitpunkt t
π	Risikoprämie
ψ	Marktpreis für Risiko im Marktgleichgewicht
q_x	Sterbewahrscheinlichkeit im Alter x
${}_k q_x$	Sterbewahrscheinlichkeit im Alter x innerhalb k Jahre zu sterben
${}_k q_x$	Sterbewahrscheinlichkeit im Alter x k Jahre zu überleben und danach innerhalb einem Jahr zu sterben
$q_x(t)$	Sterbewahrscheinlichkeit mit Alter x im Zeitpunkt t
R	Menge der Realen Zahlen
R	Zufallsvariable für die jährliche Rendite
$R_x(t)$	Rentenbetrag für die Kohorte mit Alter x im Zeitpunkt t
$r(w)$	Funktion für die absolute Risiko-Aversion
$r^*(w)$	Funktion für die relative Risiko-Aversion
$s(y)$	Überlebensfunktion einer Person, wobei y für die Lebensdauer in Anzahl Jahren steht
$T(y)$	Zufallsvariable für die Lebenserwartung (stetiger Fall). Entspricht dem Wert \bar{e}_x
t	Variable für die Anzahl Jahre (steiger Fall)
t_0	Variable für den Zeitpunkt 0
$t_0 + j$	Variable für die Zeitperiode von j Jahre

Variable	Bezeichnung
$u(w)$	Nutzenfunktion des Kapitals
$u'(w)$	Erste Ableitung der Nutzenfunktion des Kapitals
$u''(w)$	Zweite Ableitung der Nutzenfunktion des Kapitals
V_x	Deckungskapital für die Kohorte im Alter x
$\text{Var}[\]$	Varianz
σ	Standardabweichung
σ^2	Varianz
W	Zufallsvariable für das Kapital
W_0	Zufallsvariable für das Kapital im Zeitpunkt 0
W_u	Zufallsvariable für das durchschnittlich ungebundene Kapital
W_s	Zufallsvariable für das Solvenzkapital
W_i	Zufallsvariable für das Kapital der i-ten Lebensversicherung
W_t	Zufallsvariable für das Kapital im Zeitpunkt t
w	Variable für das Kapital
X	Zufallsvariable X (Mann)
Y	Zufallsvariable Y (Frau)
Z	Standardnormale Zufallsvariable
ζ	Prozentualer Schaden aus dem Langleberisiko gemessen am Deckungskapital eines Altersrentenbestands

ABKÜRZUNGSVERZEICHNIS

Abkürzung	Bezeichnung
AHV-IV	Alters-, Hinterlassen- und Invalidenversicherung
ALM	Asset- und Liability-Management
ARA	Arrow-Pratt-Funktion der absoluten Risiko-Aversion
BfS	Bundesamt für Statistik
BoB	Book of Business
BPV	Bundesamt für Privatversicherung
BVG	Bundesgesetz über die berufliche Alters-, Hinterlassenen- und Invaliden-Vorsorge
CAPM	Capital-Asset-Pricing-Model
EDI	Eidgenössisches Departement des Innern
EK	Eigenkapital
ES	Expected Shortfall
et al.	et alii
EU	Europäische Union
EV	Einzelversicherung
EVK	Technischen Grundlagen der Bundespensionskasse
ff	und folgende Seite
GL	Gleichung
GLS	General Linear Statistical (Model)
GRM/F	Generationensterbetafel Mann/Frau
HILP	High-Impact-Low-Probability-Szenario
IAN	International Actuarial Notation
inkl.	inklusive
KMU	Klein- und Mittelunternehmen
LV	Lebensversicherung
NPI	National Prudential Insurance
Nr.	Nummer
NZZ	Neue Zürcher Zeitung
RM	Risiko-Management
RRA	Relative Risiko-Aversion
RTK	Risikotragendes Kapital
S.	Seite
SDGV	Sollbetrag des gebundenen Vermögens
SPV	Special Purpose Vehicle
SST	Schweizer Solvenz-Test
usw.	und so weiter
VAG	Versicherungsaufsichtsgesetz
VaR	Value at Risk

Abkürzung	Bezeichnung
VaRM	Value-at-Risk-Model
Vgl.	Vergleiche
WCE	Worst Conditional Expectation
z.B.	zum Beispiel

1 Einleitung

1.1 Zielsetzungen und Aufbau des Dissertationsprojektes

1.1.1 Zielsetzungen

Die Schweizer Lebensversicherer sehen sich in der Folge der demografischen Entwicklung, des tiefen Zinsniveaus und der Liberalisierung der Versicherungsmärkte mit neuen Herausforderungen konfrontiert. Mit einer steigenden Lebenserwartung benötigen Kunden bei gleichbleibendem Einkommen während der Vermögensaufbauphase eine höhere Verzinsung ihres Altersguthabens, um ein Zieleinkommen zu erreichen, das ihnen im Alter eine angemessene Rente garantiert. Bei tiefen nominalen Zinsen bedeutet mehr Ertrag auf dem Altersguthaben aber gleichzeitig höhere Anlagerisiken einzugehen, was aufgrund der Solvenzanforderungen wiederum mehr Eigenkapital bindet. Neben der steigenden Lebenserwartung und dem tiefen Zinsniveau werden die höheren Kundenanforderungen an die Performance die Lebensversicherer dazu motivieren, die Höhe der garantierten Leistungen zu senken, indem sie das Anlagerisiko auf dem Altersguthaben zunehmend an die Versicherten delegieren. Damit lässt sich zwar die Bilanz vor allfälligen adversen Entwicklungen der Kapitalmärkte schützen und der Eigenkapitaleinsatz so optimieren, dass dem Aktionär eine marktgerechte Verzinsung gewährt werden kann. Tragischerweise entfällt mit der Delegation des Anlagerisikos an den Kunden aber auch ein Kernelement der Versicherungsleistung: die Garantie. Damit geht ein hohes Gut verloren, und die Lebensversicherung verliert ein zentrales Element ihrer Identität und schwächt ihre Marktposition gegenüber der Konkurrenz von Banken und Pensionskassen erheblich.

Stark von dieser Entwicklung betroffen ist auch das Rentengeschäft. Aufgrund der steigenden Lebenserwartung und der tiefen nominalen Zinssätze sind in den letzten Jahre die Umwandlungssätze für neue Renten laufend gesunken, und bei den laufenden Renten mussten die Lebensversicherer zulasten des aktiven Versicherten regelmässig Nachreservierungen vornehmen, um den erwarteten Verpflichtungen gerecht zu werden. Hier stellt sich die Frage, ob dies auch künftig ohne weiteres möglich sein wird, denn die Gerechtigkeit der Lastenverteilung zwischen den Generationen wird damit zunehmend strapaziert.

Erschwerend kommt hinzu, dass auf dem Lebensversicherungsmarkt in der Folge des gestiegenen Wettbewerbsdrucks die Marktnachfrage vermehrt den Preis für die Risikoübernahme bestimmt. Damit verlieren die auf Sicherheit basierenden Prämienkalkulationsprinzipien zunehmend an Bedeutung, während die sinkenden Margen auf die Rentabilität dieses Geschäftes drücken. Es gilt zu bedenken, dass Schätzungen der künftigen Verpflichtungen aufgrund der Langfristigkeit der Verträge schwierig und oft ungenau sind und die sinkenden Margen es kaum mehr erlauben, entstandene Verluste nachträglich zu kompensieren. Diese Überlegungen zeigen die Grenzen des bestehenden Paradigmas der Risiko-Transformation auf. Zu wenig kann der Lebensversicherer im bestehenden Paradigma dem Aspekt der Fremdfinanzierung und der Kapitalbildung Rechnung tragen. Aufgrund der Solvenzanforderungen, der Bewahrung einer soliden Bonität und der entsprechend auf Sicherheit ausgerichtete Anlagestrategie kann die Lebensversicherung die Hebelwirkung der Fremdfinanzierung, den Kapitalbildungseffekt im Investitionsprozess und den Vorteil eines antizyklischen Investitionsverhalten nur bedingt ausnützen.

Eine Antwort auf diese Entwicklung könnte die Risiko-Intermediation sein. Ohne die Erkenntnisse aus der Sub-Prime Krise von 2006 und der internationalen Finanzkrise von 2008 verkennen zu wollen, stellt die Risiko-Intermediation ein zentrales Element dar, um Risiken aus dem marktwirtschaftlichen Wertschöpfungsprozess effizient über den Kapitalmarkt finanzieren zu können. Im Verlagerungsprozess von der Risiko-Transformation hin zur Risiko-Intermediation weist Cummins (2004)² dem Lebensversicherer neu die Rolle des Risiko-Intermediators zu. Er bündelt Versicherungsrisiken – in unserem Fall Langlebe- und Zinsrisiko aus dem Rentengeschäft – und gibt sie am Markt als Zedent weiter. Der Lebensversicherer wird damit vom Risiko-Lagerhaus zum Risiko-Intermediator. Er verpackt die gezeichneten Risiken neu und verkauft diese mittels geeigneter Instrumente auf dem Kapitalmarkt an einen Investor weiter. Im Gegensatz zur Risiko-Transformation werden bei der Risiko-Intermediation Risiken aus Geschäftsfeldern mit geringer Marge nicht mehr in die eigene Bilanz aufgenommen, sondern an einen risikofähigeren Investor weitervermittelt. Der Verbriefungsprozess – im Englischen als Securitization bekannt – erlaubt es, einzelne Vermögenswerte oder Rechte auf Cashflows zu isolieren, neu zu bündeln, diese zu bewerten und mittels eines Wertpapiers auf dem Kapitalmarkt zu verkaufen. So gesehen baut die Risiko-

² Vgl. Cummins (2004), S. 22.

Intermediation auf drei wesentliche Säulen: die Risiko-Erfassung, die Risiko-Bewertung und die Risiko-Verbriefung.

Auf dieser Struktur wollen wir auch die vorliegende Arbeit aufbauen und uns mit diesem Veränderungsprozess und mit der Risiko-Intermediation näher befassen. Es soll untersucht werden, wie das Langlebe- und Zinsrisiko aus dem Rentengeschäft einer Lebensversicherung erfasst, ökonomisch bewertet und verbrieft werden kann. Zu diesem Zweck betrachten wir in einem ersten Schritt die Trends in der Lebensversicherungsbranche, um die Branchendynamik besser verstehen und die daraus resultierenden Konsequenzen für die Lebensversicherung ableiten zu können. Auf dieser Basis besprechen wir dann, wie sich der Verlagerungsprozess in Richtung Risiko-Intermediation ökonomisch legitimieren lässt und welche Motivation eine Lebensversicherung respektive ein Investor haben, sich an einem solchen Prozess zu beteiligen. In einem weiteren Schritt werden wir die theoretischen Grundlagen der Wahrscheinlichkeitstheorie, der aktuari-schen Mathematik und der Finanzökonomie aufarbeiten. Damit schaffen wir die Voraussetzungen, um das Thema der Risiko-Intermediation anzugehen und im Einzelnen die Erfassung, die Bewertung und die Verbriefung des Langleberisikos zu behandeln. Bei der Erfassung des Langleberisikos wollen wir insbesondere die in der aktuarischen Praxis eingesetzten Methoden zur Schätzung der Sterblichkeitsentwicklung besprechen. Anschliessend werden wir auf die Schwierigkeiten eingehen, die bei der Ermittlung eines allgemeingültigen Sterblichkeitstrends entstehen, der als Grundlage für eine Marktbewertung eingesetzt werden kann. Eine besondere Herausforderung stellt dann die ökonomische Bewertung des Langlebe-risikos dar. Hier wollen wir uns mit der Frage befassen, wie sich ein Marktpreis für das Langleberisiko eines Rentenportfeuillees berechnen lässt; in einem Marktumfeld, indem es zunehmend schwierig wird, kalkulatorisch berechnete Prämien durchzusetzen. Nebst der reinen Risikobetrachtung muss der Marktpreis auch die Solvenz mitberücksichtigen. Ebenso muss er der Tatsache Rechnung tragen, dass beim Kauf einer Rente Kapital bereitgestellt wird, das vom Lebensversicherer über einen gewissen Zeitraum auf eigene Rechnung investiert werden kann. Auf dieser Basis werden wir abschliessend das Thema der Verbriefung des Langleberisikos angehen. Ausgehend von der Hypothese, dass künftig eine Entwicklung weg von der Risiko-Transformation hin zur Risiko-Intermediation stattfinden wird, untersuchen wir, wie sich der Lebensversicherer das Instrument der Securitization im Rentengeschäft zur Verbriefung eines Rentenbarwertes zunutze machen kann, um seine Bilanz

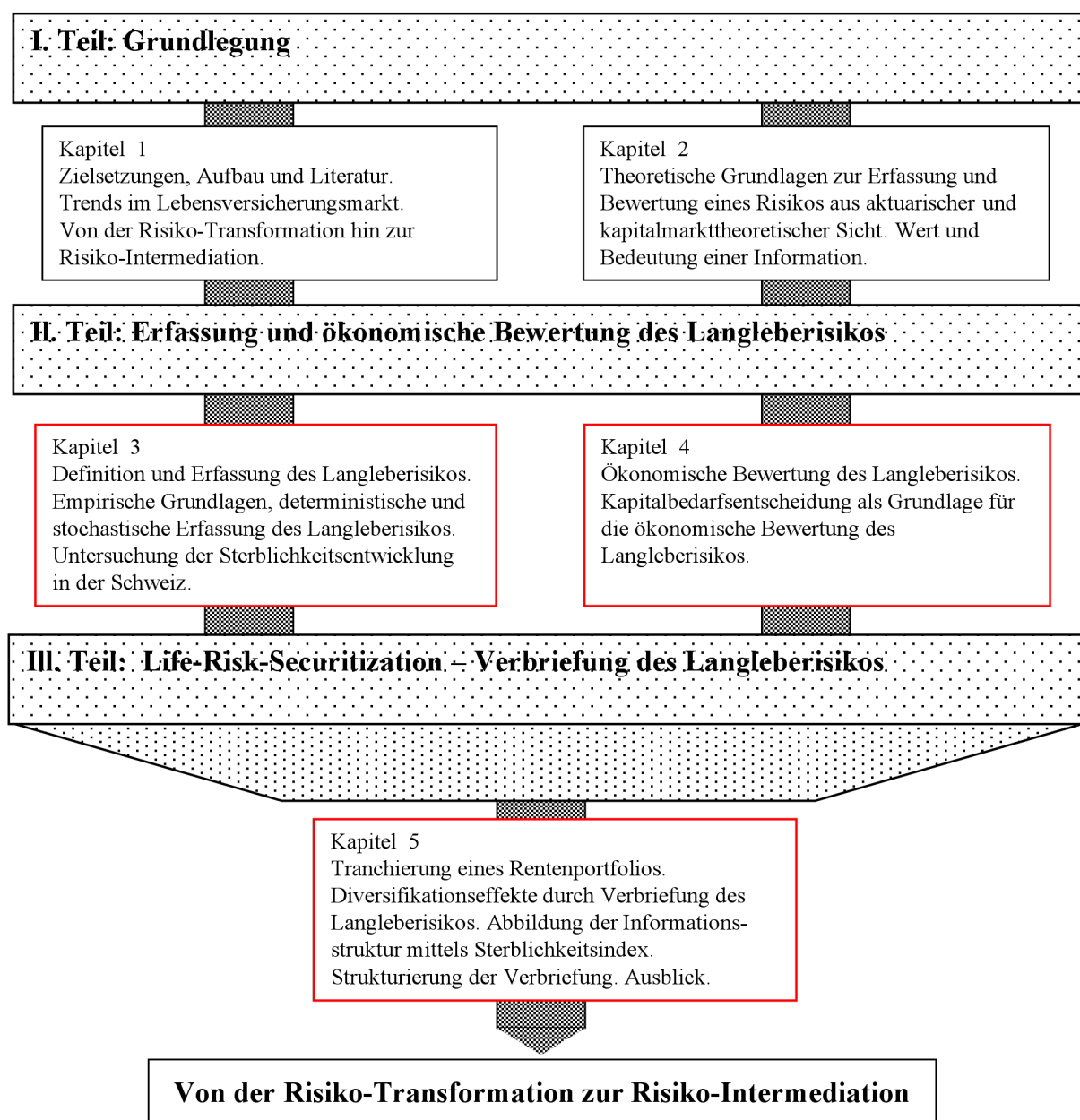
entlang des Konjunkturzyklus vor adversen Entwicklungen zu schützen und das eingesetzte Eigenkapital zu optimieren.

Bevor wir nun zur Erarbeitung der Trends in der Lebensversicherungsbranche übergehen, folgt im nächsten Abschnitt der schematische Aufbau der Arbeit. Ebenso werden die relevante Literatur sowie die empirischen Grundlagen vorgestellt, die im Rahmen der vorliegenden Arbeit zur Anwendung kommen.

1.1.2 Aufbau des Dissertationsprojektes

Die Arbeit ist in drei Teile gegliedert: die Grundlegung, die Erfassung und ökonomische Bewertung des Langleberisikos und die Verbriefung des Langleberisikos. Abbildung 1.1 illustriert den Aufbau des Dissertationsprojektes und gibt einen summarischen Überblick der Kapitelinhalte.

Abbildung 1.1: Aufbau des Dissertationsprojektes



1.1.3 Interviews, empirische Untersuchungen und Literatur

Interviews

Um einen unmittelbaren Praxisbezug herzustellen, führte ich im Laufe des Doktorandenstudiums zahlreiche Interviews mit Experten der Lebensversicherung, der Rückversicherung und der Bank. Die Befragungen fanden jeweils auf der Basis eines strukturierten Interviews statt. Sie trugen wesentlich dazu bei, dass ich die Entwicklung der Securitization im Versicherungsgeschäft – seit den ersten Transaktionen mit Katastrophenrisiken – praxisnah miterleben durfte. Ebenso konnte ich die verschiedenen Fragestellungen mitverfolgen, die sich aus der Praxis mit der Verbriefung von biometrischen Risiken ergeben. Die Auswertung der Interviews erfolgte jeweils auf einer qualitativen Ebene. Eine Vielzahl von Informationen und Erkenntnissen bezüglich Abläufen und Verfahren, die in der Praxis zur Bewertung der einzelnen Risiken angewendet werden, flossen in die einzelnen Kapitel ein. Die Gesprächspartner haben wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen und sind am Ende der Arbeit im Interviewverzeichnis namentlich aufgeführt.

Empirische Untersuchungen

Für die Analyse des Strukturwandels und der Risikopräferenzen der zehn wichtigsten Anbieter auf dem Schweizer Lebensversicherungsmarkt haben wir die monatlichen Offerten für Leibrenten in der Periode vom Januar 1994 bis Oktober 2004 untersucht (Datenquelle: Swiss Data Service, eine Tochtergesellschaft der Travex AG, Schweiz).

Als Datengrundlage zur Schätzung der Entwicklung der wichtigsten Sterbeursachen wurden die Sterbeziffern der Männer zwischen 1969 und 1999 eingesetzt (Datenquelle: Bundesamt für Statistik, Sterbeziffern der Schweiz) und die Untersuchung der Sterblichkeitsentwicklung haben wir auf der Basis der Schweizer Sterblichkeiten aus der Mortality Database des Max-Planck-Instituts durchgeführt.

Für die Bewertung des Langleberisikos und die Untersuchung der Differenzierungseffekte von Langleberisikopositionen in einem Investorenportfolio haben wir die Marktdaten von Bloomberg eingesetzt und die Sterblichkeitsdaten aus der Mortality Database des Max-Planck-Instituts.

Literatur

Nachfolgend führen wir summarisch die wichtigsten Texte auf, die zur Erstellung der vorliegenden Arbeit eingesetzt wurden.

Zu den theoretischen Grundlagen: Eine gute Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie geben Bohley (1987) und Williams (1991). Weiterführende Texte, die vor allem die ökonomische Anwendung der Wahrscheinlichkeitstheorie behandeln, sind Franke, Härdle und Hafner (2001), Plachky (2001) und Protter (2004). Die Grundlagen der Nutzentheorie lassen sich in von Neumann und Morgenstern (1944, 1947) nachlesen und die Theorie der Risiko-Aversion in Pratt (1964) und Arrow (1965). Eine gute Zusammenfassung über diesen zentralen Baustein und seine Anwendung in der Risikothorie sowie in der Kapitalmarkttheorie geben Bühlmann (1970) sowie Gerber und Pafumi (1998) respektive Copland and Weston (1989) und Pennacchi (2008). Einen umfassenden Überblick über das Risiko-Management und die Versicherung geben Williams, Smith und Young (1995) und über die Ökonomie der (Lebens-) Versicherung und die unterschiedlichen Bewertungsansätze für Versicherungsrisiken geben Zweifel und Eisen (2000). Vertiefende Grundlagen der aktuarischen Mathematik vermitteln Bowers et al. (1986) sowie Gerber (1997) und Schmidt (2002); über die Kapitalmarkttheorie Hull (1989), Pliska (1997), Neftci (2000), Waldmann, Stocker (2003) und Pennacchi (2008). Auf dieser Basis lässt sich die Leistung einer Lebensversicherung sehr gut erklären und mathematisch erfassen.

Zur Erfassung des Langleiberisikos: Einen guten Überblick über die empirische Evidenz der Sterblichkeitsentwicklung geben Roger (2002) und Buettner (2002). Die zentralen Texte für die Modellierung des Langleiberisikos aus aktuarischer Sicht bilden Lee & Carter (1992), Koller M. (1998a) sowie Koller (2000), Yang (2001), Wang (2003) und Cairns, Blake, Dowd (2005b) sowie Cairns, Blake, Dowd (2008a/b). Für den allgemeinen statistischen Teil gibt Bohley (1987) und für die eher versicherungsrelevanten Fragenstellungen gibt Sachs (1992) einen guten Überblick.

Zur Bewertung des Langleiberisikos: Eine sehr gute Einführung in die Problematik der Bewertung von Versicherungsrisiken im Kontext eines Kapitalmarktes bietet Embrechts (2000). Für die aktuarische Bewertung über Prämienprinzipien geben Goovearts (1984) und Young (2004) einen guten Überblick. Diggelmann P. B. (1999) und Jorion (2001) geben eine ausführliche Beschreibung der Value-at-Risk-Methode und Zimmermann H. (1999) fasst die Limiten der Methode gut zusammen. Als alternatives Risikomass be-

sprechen Artzner P., Delbaen F., Eber J.-M. and D. Heath (1999) mit dem Tail-Conditional-Expectation ein kohärentes Risikomass. Wang (2003) geht einen Schritt weiter, indem er nicht den Erwartungswert im α – Quantil betrachtet, sondern den Erwartungswert über eine transformierten Dichtefunktionen prüft. Die zentralen Texte für die Risikobewertung in einem Marktkontext bilden Bühlmann (1980, 1984), Gerber und Pafumi (1998), Zweifel und Eisen (2000), Wang (2001) sowie Zimmermann et al. (1996) für das Asset & Liability-Management (ALM), das wir zur Ermittlung der Risikofähigkeit im Investitionsprozess eingesetzt haben.

Zur Verbriefung des Langleberisikos: Da es sich bei der Verbriefung von Lebensrisiken um eine relativ junge Art der Finanzierung handelt, existiert wenig Literatur dazu. Im Versicherungsbereich sind vor allem die Transaktionen im Zusammenhang mit Katastrophenrisiken und der Emission von CAT-Bonds bekannt, die zur Absicherung dieser Risiken eingesetzt wurden. Zu diesem Thema sind inzwischen unzählige Texte entstanden. Einen guten Überblick hierzu gibt Lane (2000) und Fabozzi (2001). Einen interessanten Einblick in die durch die Winterthur durchgeführte Transaktion zur Verbriefung von Hagelschäden bieten Heri und Frost (1998). Frost (1998) fasst die Bewertung von versicherungstechnischen Wertschriften übersichtlich zusammen. Zum Instrument der Securitization im Allgemeinen existiert viel Literatur in englischer Sprache. In der Zwischenzeit sind aber auch einige deutschsprachige Texte publiziert worden.³ Eine überschaubare Zusammenfassung des ökonomischen Nutzens der Securitization ist bei Cox et al. (2000) und De Marzio et al. (2005) und bezüglich der Life-Risk-Securitization im Besonderen bei Cummins (2004), Lin und Cox (2004), Cairns et al. (2004) und Cairns (2005a/b) zu finden.

³ Vgl. Hastenpflug (1990); Kroll (1993); Bär (1997); König (1997); Wagner (1997); Hasenkamp (2000); Eickstädt (2001).

1.2 Die Lebensversicherung – eine Branche im Wandel

1.2.1 Trends in der Lebensversicherung

Am Puls des menschlichen Lebens bringen die Lebensversicherer finanzielle Sicherheit und Planbarkeit in den Alltag von Menschen. Sie schaffen damit eine der wichtigsten Voraussetzungen für die freie Lebensgestaltung. Die Schweizer Lebensversicherer haben im Jahr 2006 ein Prämienvolumen von 56 Milliarden Schweizer Franken erwirtschaftet, wovon 28 Milliarden aus dem Schweizer und 28 Milliarden aus dem Auslandgeschäft kamen. Die hohe Bedeutung, die der Lebensversicherung in der Schweiz auch international beizumessen ist, zeigt sich auch im Pro-Kopf-Prämienvolumen, das jährlich für Lebensversicherungsprodukte ausgegeben wird. Die Schweiz führt mit rund 3400 US-Dollar die Rangliste an, gefolgt von Japan mit 3000 US-Dollar und Grossbritannien mit 2600 US-Dollar.⁴

In den letzten Jahren hat sich der Lebensversicherungsmarkt wesentlich verändert. Hervorgerufen durch die Deregulierung der Versicherungsmärkte hat in der Lebensversicherungsbranche ein Strukturwandel eingesetzt. Innert der letzten zehn Jahre hat die Wettbewerbsintensität in der Branche eindeutig zugenommen. Das schlägt sich auf die Prämieinnahmen nieder, die seit 2004 rückläufig sind. Vom Jahr 2005 auf das Jahr 2006 betrug der Rückgang minus 5,7 Prozent.⁵ Privat- wie auch Firmenkunden stellen zunehmend höhere Anforderungen an Produkt, Preis und Performance. Im Allgemeinen sind die Kunden besser informiert. Ein immer grösseres Geschäftsvolumen wird über unabhängige Broker abgeschlossen, womit die Produkte einem höheren Wettbewerb ausgesetzt sind. Kriterien wie Transparenz und Flexibilität entlang dem Lebenszyklus eines Kunden sowie Preis und Performance werden immer wichtiger, um sich auf der «Shortlist» eines Kunden zu befinden. Gerade bei institutionellen Kunden gibt es eine starke Tendenz, dass diese ihre Verhandlungsmacht in die Waagschale werfen, um bessere Konditionen auszuhandeln. Trotz grosszügiger Gewinnbeteiligung des Kunden am positiven Risiko- und Zinsverlauf via Überschussmechanismus lassen sich die in den Tarifen einberechneten Gewinn- und Sicherheitsmargen am Markt immer weniger durchsetzen. Die Marktnachfrage bestimmt mehr und mehr den Preis für die Risiko-

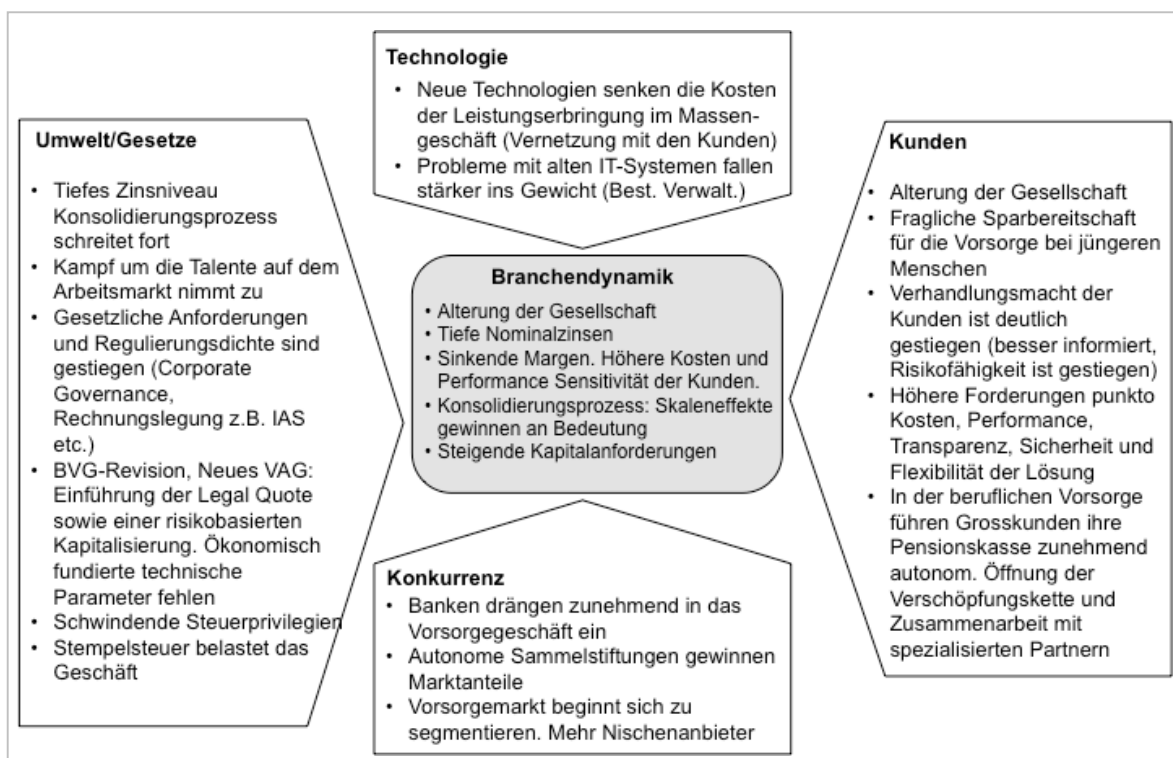
⁴ Vgl. Schweizerischer Versicherungsverband, Zahlen und Fakten 2005.

⁵ Vgl. Schweizerischer Versicherungsverband, Zahlen und Fakten 2008.

übernahme. Die auf Sicherheit basierenden Prämienkalkulationsprinzipien verlieren zunehmend an Bedeutung.

Mit der Einführung des neuen Versicherungsaufsichtsgesetzes (VAG) per Ende 2004 wird von den Versicherungsinstituten seit 2005 eine risikoadjustierte Kapitalisierung gefordert. Sie trägt dem Ausmass der Risiken Rechnung, denen das Unternehmen ausgesetzt ist. Zur Überprüfung der Solvenz hat die Aufsicht den Schweizer Solvenz-Test (SST) eingeführt, der klare Anforderungen an die Risikoerfassung und an die Risikobewertung stellt. Das setzt voraus, dass der Lebensversicherer sämtliche für den Geschäftsverlauf relevante Risiken erfasst, bewertet und sich mit der Frage der Risikobewältigung aktiv auseinandersetzt. Die Unterscheidung zwischen einem Zielkapital und einem Solvenzkapital ermöglicht, frühzeitig zu erkennen, ob eine Gesellschaft angemessen kapitalisiert ist. Mit dem neuen Aufsichtsgesetz werden eindeutig höhere Anforderungen an die Kapitalisierung der einzelnen Gesellschaften gestellt.

Abbildung 1.2: Trends in der Lebensversicherungsbranche



Die wichtigsten Trends, welche die Branchendynamik bestimmen, lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- **Alterung der Gesellschaft:** Immer mehr Menschen werden immer älter, und immer weniger Erwerbstätige müssen für immer mehr Rentner aufkommen. In den Versicherungsportefeuilles steigt die Anzahl Rentner, womit sich der Alterslastquotient laufend erhöht. Aufgrund der sich stetig verbessernden Lebenserwartung sehen sich die Lebensversicherer gezwungen, in den Rentenportefeuilles laufend Nachreservierungen zur Deckung der hierdurch verursachten Mehrkosten zu tätigen. Das ruft eine steigende Quersubventionierung der Rentner zu Lasten der Aktiven hervor.
- **Tiefe Nominalzinsen:** In den 90er-Jahren startet die Administration Clinton ein staatliches Konjunkturprogramm zur Förderung von Wohneigentum. Die Lockerung der Kreditvergabe mit ungenügender Bonitätsprüfung hat zu einer zunehmenden Verschuldung der amerikanischen Haushalte und einer Verschlechterung deren Bonität geführt. Nach dem Zusammenbruch des Markts für Technologieunternehmen zu Beginn des Jahres 2001 folgte – als geldpolitische Haltung zur Wirtschaftsförderung durch niedrige Zinsen – im Jahr 2002 der Entscheid einer starken Zinssenkung durch den Offenmarktausschuss des FED. Die Entscheidung zog tiefere Renditen für Staatsanleihen und Kredite nach sich, was wiederum tiefere Erträge für Bankinstitute und Versicherungen zur Folge hatte. Durch die internationale Vernetzung und finanzwirtschaftlichen Abhängigkeiten zwischen den einzelnen Staaten wirkt sich diese Entwicklung auch auf die restliche Welt aus. Die schwache Konjunktur sowie die hohe Verschuldung der Haushalte haben in den letzten Jahren weltweit zu sehr tiefen Zinsen geführt. Aufgrund der weltweit hohen Verschuldung ist es fraglich, ob das Zinsniveau kurz und mittelfristig signifikant ansteigen wird.
- **Sinkende Margen, höhere Kosten- und Performance-Sensitivität der Kunden:** Die Sensitivität der Kunden bezüglich Kosten und Performance ist wesentlich gestiegen. Die wachsende Bedeutung von Brokern und Fachspezialisten erhöht die Markttransparenz und setzt die «Produzenten» vermehrt unter Druck. Der zunehmende Wettbewerb auf dem Vorsorgemarkt schmälert die Margen der Lebensversicherer. Tiefere Margen mindern das Ergebnis und somit die Eigenkapitalrentabilität. Auf der Ausgabenseite werden Anstrengungen zur Optimierung der Senkung der Kosten (Personal, Finanzierung und Rückversicherungskosten) sowie zur gezielten Nutzung von Synergiepotenzialen innerhalb der Organisation unternommen.

- **Konsolidierungsprozess:** *Mit sinkenden Marktpreisen geraten kleinere Lebensversicherer zunehmend unter Druck. Management und Overhead-Kosten fallen vermehrt ins Gewicht. In Märkten mit Sättigungserscheinungen wird es für diese Unternehmen immer schwieriger, profitabel zu bleiben. Ein grösserer Konkurrent wird sie übernehmen, um über Skaleneffekte seine Kostenstruktur zu verbessern und damit seine Wettbewerbsfähigkeit zu verbessern.*
- **Steigende Kapitalanforderungen:** *Mit der Einführung des neuen Aufsichtsgesetzes (VAG), das per Ende 2004 in Kraft getreten ist, fordert die Aufsicht über die Solvenzanforderungen von den Lebensversicherern neu eine risikobasierte Kapitalisierung. Diese verlangt, dass sämtliche Risiken, denen die Bilanz des Unternehmens ausgesetzt ist, mitberücksichtigt und mit Eigenkapital hinterlegt werden. Eingebettete Optionen oder Anlagestrategien mit höheren Volatilitäten müssen entsprechend mit mehr Eigenkapital abgesichert werden. Im Wettbewerb um Risikokapital stellt sich dann die Frage, welche Geschäftssparte mit wie viel Eigenkapital ausgestattet werden kann, um dem Investor eine markt-gerechte Rendite anbieten zu können.*

In einem Markt mit klaren Sättigungserscheinungen und sinkenden Margen stellt sich für die Schweizer Lebensversicherungen einerseits die Frage, wie sich neue Wachstumschancen erschliessen lassen, um organisch profitabel wachsen zu können. Andererseits interessiert, wie sich in einem wettbewerbsintensiveren Umfeld mit wachsenden regulatorischen Anforderungen die Betriebs- und Kapitalkosten senken lassen, um sich im laufenden Konsolidierungsprozess behaupten und damit von Skaleneffekten profitieren zu können.

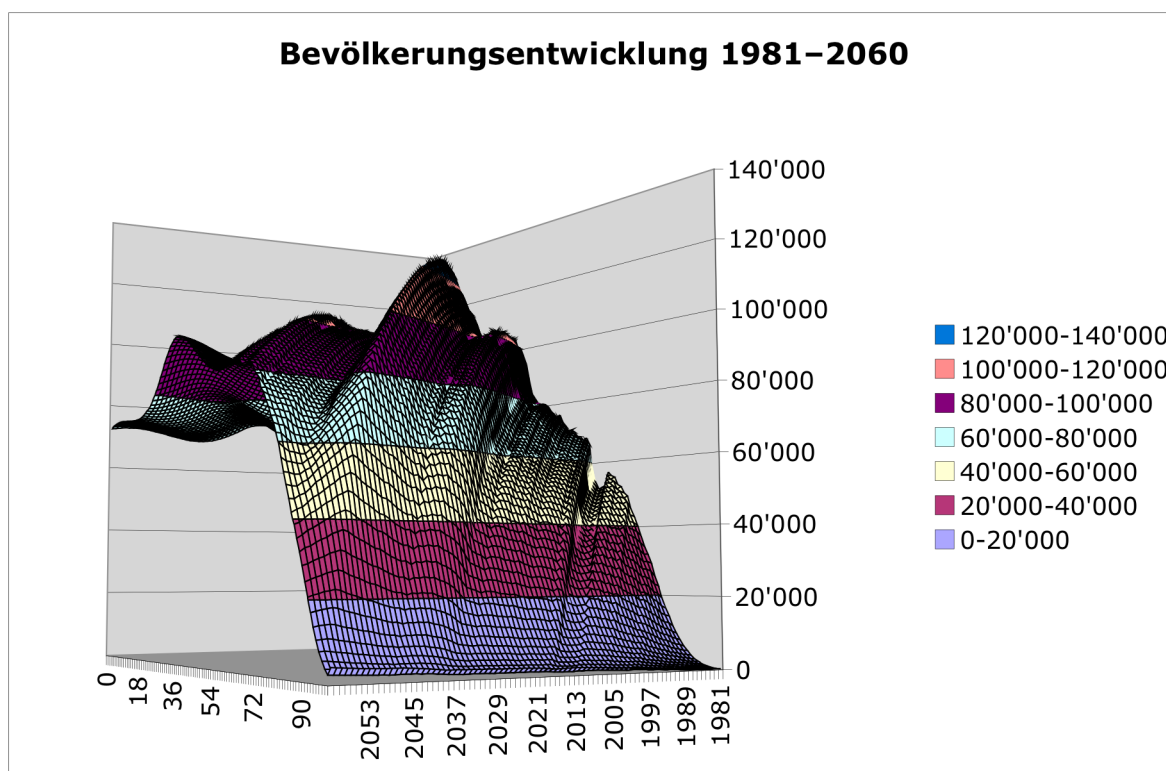
Für unsere weiteren Überlegungen im Zusammenhang mit der Bewirtschaftung des Langleberisikos stehen natürlich die Alterung der Gesellschaft und deren Auswirkungen auf das Lebensversicherungsgeschäft im Vordergrund. Darum betrachten wir im nächsten Abschnitt diesen Trend etwas genauer.

1.2.2 Die Alterung der Gesellschaft

Die sinkenden Geburtenraten, gepaart mit der sich laufend verbessernden Lebenserwartung, bewirken eine Verschiebung in der Altersstruktur der Bevölkerung. In den nächsten Jahren wird sich diese Entwicklung durch den Altersrücktritt der Babyboom-Generation möglicherweise noch weiter verschärfen. Wie aus Abbildung 1.3 hervorgeht, werden in den kommenden Jahren überdurchschnittlich viele Menschen in den

Ruhestand treten. Das führt dazu, dass die Rentnerbestände signifikant zunehmen werden. Waren es im Jahr 1960 noch 4,8 Erwerbspersonen, die einen Rentner finanzierten, sind es heute nur noch 3,6; im Jahr 2040 werden es lediglich 2,2 sein.⁶ Bei der AHV wird diese Entwicklung über das Umlageverfahren bis 2025 einen zusätzlichen Finanzierungsbedarf von 29 Milliarden Schweizer Franken erfordern, was circa 3,8 Mehrwertsteuer-Prozenten entspricht.⁷ In den Portefeuilles der Lebensversicherer wird sich dieser Wandel hingegen über das Kapitaldeckungsverfahren auf die Höhe der Rentenleistung pro Kapitaleinheit niederschlagen.

Abbildung 1.3: Prognose für die Bevölkerungsentwicklung in der Schweiz 1981–2060



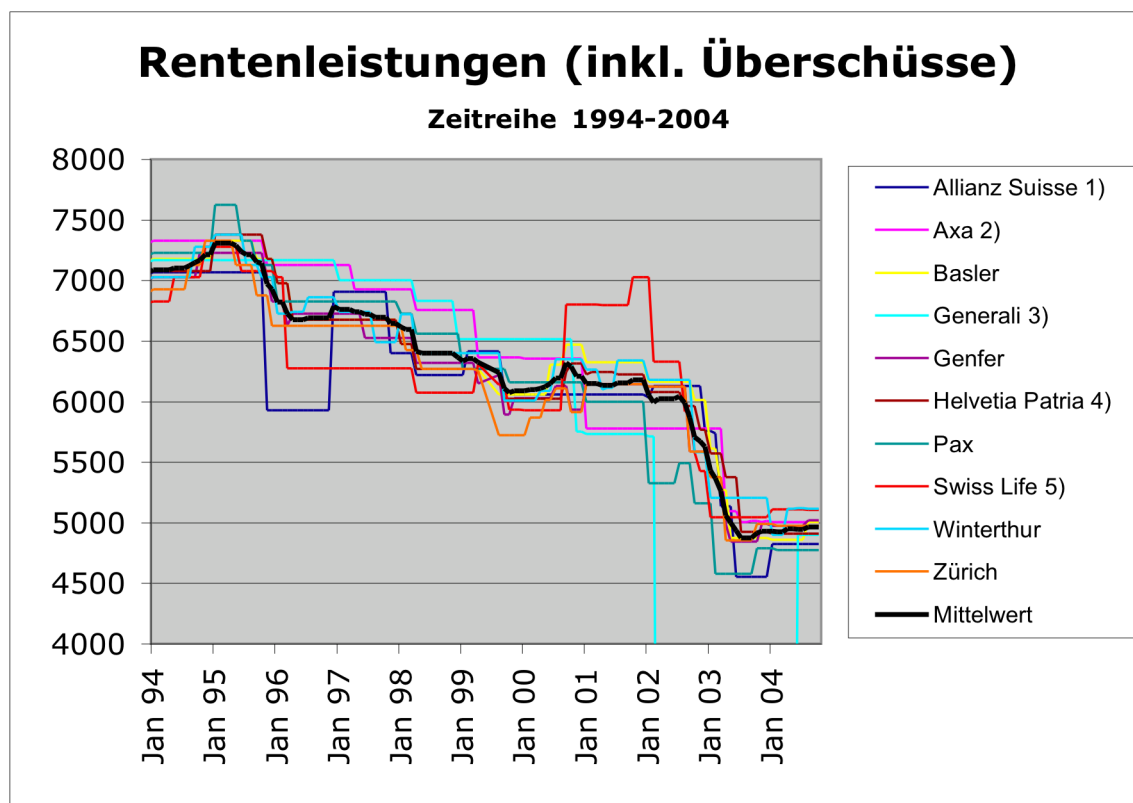
Betrachtet man die Entwicklung der Rentenleistungen für Privatkunden für eine einmalige Prämienzahlung von 100'000 Schweizer Franken über die letzten 18 Jahre, werden die Auswirkungen einer alternden Gesellschaft schnell erkennbar (vgl. Abbildung 1.4). Erhielt ein Rentner im Jahr 1994 durchschnittlich 7084 Schweizer Franken, waren es im Oktober 2004 nur noch 4962. Das entspricht einer Leistungskürzung von circa 30 Prozent. Interessant in diesem Zusammenhang ist vor allem zu beobachten, wie sich die

⁶ Vgl. Bericht EDI: Sozialversicherung Schweiz, Handlungsbedarf und Optionen für die Zukunft (2001), S. 8.

⁷ Vgl. Bericht EDI: Sozialversicherung Schweiz, Handlungsbedarf und Optionen für die Zukunft (2001), S. 8.

Zinssenkung im Jahr 2002 auf die Höhe der Rentenleistungen auswirkte. Obwohl sich der Trend zur Verbesserung der Lebenserwartung in den letzten Jahren etwas verlangsamt hat, werden Renten aufgrund der Alterung der Gesellschaft und des tiefen Zinsniveaus teurer.⁸

Abbildung 1.4: Entwicklung der Rentenleistungen (inkl. Überschüsse) von 1994-2004⁹



Eine ähnliche Entwicklung lässt sich auch im Bereich der zweiten Säule beobachten. Auch hier forderte die Zunahme der Lebenserwartung Massnahmen. Das Parlament sah sich im Rahmen der ersten BVG-Revision¹⁰ veranlasst, für die nächsten zehn Jahre (2005–2015) eine Senkung des Rentenumwandlungssatzes von 7,2 Prozent auf 6,8 Prozent zu beschliessen. Im Gegensatz zu den Rentenleistungen bei Privatpersonen wider-

⁸ Abbildung 1.4 zeigt, dass die gestiegene Lebenserwartung auf die Rentenleistungen drückt. Ein weiterer Faktor, der die Höhe der bezahlten Rentenleistungen beeinflusst, ist das Zinsniveau. Sehr gut ersichtlich ist der Zinsknick im 2002.

⁹ Eigene Untersuchung der Offerten für garantierte Rentenleistungen (inkl. Überschüssen) bei sofort beginnenden Leibrenten im Alter von 65 Jahren bei einer einmaligen Prämienzahlung von 100'000.– Schweizer Franken. Datenbasis: monatliche Offerten der zehn wichtigsten Versicherungsanbieter auf dem Schweizer Markt im Zeitraum von 1994 bis 2004 (Datenquelle: Swiss Data Service, eine Tochtergesellschaft der Travex AG, Schweiz). Fussnoten in Abbildung 1.4: 1) vormals Elvia, 2) vormals UAP, 3) vormals Fortuna, 4) vormals Patria, 5) vormals Rentenanstalt.

¹⁰ Vgl. www.swisslife.ch/slch/de/home/infocentre/bvgrevision.html. Stand April 2008.

spiegelt das festgelegte Niveau nicht die Realität der aktuellen Lebenserwartung. Ein Umwandlungssatz von 6,8 Prozent setzt faktisch eine erwartete Rendite von 4,5 Prozent voraus. Das ist aufgrund der tiefen Inflationserwartungen und der entsprechend tiefen nominellen Zinsen eindeutig zu hoch. Faktisch führt dies in der zweiten Säule zu einer Umverteilung von den aktiven Versicherten zu den Rentnern.

Mit der zunehmenden Alterung unserer Gesellschaft werden entsprechend immer weniger Aktive für immer mehr Rentner aufkommen müssen. Bedingt durch die tiefen nominalen Zinsen erscheint eine weitere Senkung des Umwandlungssatzes in der zweiten Säule unausweichlich. Mitchell et al. (2001) erwarten zudem, dass die zunehmende Umwandlung von Leistungsprimatsplänen in Beitragsprimatspläne¹¹ in der beruflichen Vorsorge eine zusätzliche Vorsorgelücke verursacht. Dies wird eine höhere Nachfrage nach Leibrenten in der privaten Vorsorge nach sich ziehen. Aus Sicht der Versicherten ist das Fazit dieser Entwicklungen ein klares: Der Vorsorgebedarf steigt und die Renten werden teurer!

Diese Feststellung macht klar, dass die Alterung der Gesellschaft und das tiefe Zinsniveau einen wichtigen Einfluss auf die künftige Branchendynamik der Lebensversicherung hat und in der Branche – insbesondere im Rentengeschäft – einige Konsequenzen nach sich ziehen wird. Im nächsten Abschnitt gehen wir näher auf diese ein und richten dabei unseren Fokus auf die Kräfte, welche einen Veränderungsprozess in Richtung Risiko-Intermediation auslösen könnten.

1.2.3 Konsequenzen für die Lebensversicherung

Im heutigen Umfeld befindet sich der Lebensversicherer auf einer Gratwanderung zwischen Profitabilität und Sicherheit. Trotz der Verlangsamung des Sterblichkeitsrückgangs hat die stetig steigende Lebenserwartung in den letzten Jahren laufend Nachreservierungen verlangt. Auf der Basis eines 70-jährigen Musterbestands (Basis EVK 1990) schätzt Koller (1998) den aktuellen jährlichen Nachreservierungsbedarf auf circa

¹¹ Bei Leistungsprimatsplänen wird die Altersvorsorge an ein Leistungsziel (z.B. 70 Prozent des letzten Lohnes) ausgerichtet, während bei Beitragsprimatsplänen die Altersleistungen auf der Basis der bezahlten Beiträge festgelegt werden. Aufgrund des Leistungsversprechens bei Leistungsprimatsplänen sind die zu leistenden Beiträge für den Arbeitgeber weniger gut planbar. Sie fallen in der Regel höher aus als bei Beitragsprimatsplänen. Gerade bei Lohnsprüngen oder schwachen Zinsergebnissen ist der Arbeitgeber mit höheren Beitragszahlungen konfrontiert. Leistungsprimatspläne sind für den Arbeitnehmer sehr attraktiv, weil er die Gewissheit hat, bei der Pensionierung auf eine vordefinierte Leistung zählen zu können. Aufgrund dieser unterschiedlichen Art der Finanzierung kann es im Laufe der Zeit bei einer Umwandlung von einem Leistungsprimatsplan in einen Beitragsprimatsplan zu einer Vorsorgelücke kommen.

0,5 Renditeprozent auf dem Deckungskapital eines Bestandes. Im Paradigma der Risiko-Transformation besteht zunehmend die Gefahr, dass die in den Prämien eingerechneten Reserven nicht ausreichen, um Anlageverluste oder Verluste aus nicht antizipierten Sterblichkeitsveränderungen abzudecken.

Infolge der gestiegenen Lebenserwartung und den tiefen Zinsen benötigen Kunden, die sich im Arbeitsprozess und in der Aufbauphase ihrer Vorsorge befinden, mehr Kapital oder eine höhere Verzinsung ihres Altersguthabens. Nur so können sie eine Rente finanzieren, die ihnen im dritten Lebensabschnitt ein sicheres Auskommen garantiert. Mehr Kapital bedeutet höheres Einkommen oder längere Lebensarbeitszeit. Mehr Ertrag auf dem Altersguthaben bedeutet höhere Anlagerisiken. Die erste Betrachtung ist nicht Gegenstand unserer Arbeit. Die zweite hingegen hat aus der Sicht der Lebensversicherung tiefgreifende Konsequenzen. Dazu folgende Überlegung: Infolge des gestiegenen Wettbewerbsdrucks auf den Lebensversicherungsmarkt bestimmt die Marktnachfrage mehr und mehr den Preis für die Risikoübernahme. Damit verlieren die auf Sicherheit basierenden Prämienkalkulationsprinzipien zunehmend an Bedeutung. Da die Absicherung von Anlagerisiken zwei Drittel des Eigenkapitals bindet, wächst – in einem Markt mit steigenden Anforderungen an die Rendite und sinkenden Margen – die Motivation, das Anlagerisiko auf dem Altersguthaben des aktiven Bestandes an die Versicherten zu delegieren. Damit schützt die Lebensversicherung einerseits ihre Bilanz entlang des Konjunkturzyklus. Andererseits optimieren sie den Eigenkapitaleinsatz, um dem Aktionär in einem schwieriger werdenden Markt eine marktgerechte Verzinsung des Eigenkapitals zu gewähren. Allerdings verliert die Gesellschaft dadurch im sich konsolidierenden Vorsorgemarkt einen wichtigen Wettbewerbsvorteil, und es entgeht ihr die Möglichkeit, allfällige Nachreservierungen für das Langleberisiko in den Rentenbeständen über den Zinsertrag des Vermögens der Aktiven vorzunehmen. Um allfällige Verluste aus dem Langleberisiko abzudecken, müssen die Kapitalerträge auf dem zur Verfügung stehenden Rentnervermögen steigen. Oder die garantierten Verpflichtungen sinken. Ein Teufelskreis, aus dem es im klassischen Paradigma der Risiko-Transformation keinen Ausweg gibt¹².

¹² Hier wäre es denkbar, künftige Rentenverpflichtungen ebenfalls an eine Vorsorgestiftung auszulagern. Damit würden sämtliche Marktrisiken auf dem Altersguthaben von Aktiven und Rentner durch die Stiftung respektive bei einer Unterdeckung durch die angeschlossenen Vorsorgewerke getragen. Im Fall einer Unterdeckung müssten die angeschlossenen Vorsorgewerke für das notwendige Kapital aufkommen, um den Aufsichtsanforderungen für den Deckungsgrad respektive den FER-26-Vorgaben für die Wertschwankungsreserven zu genügen. Der grosse Nachteil liegt darin, dass es für die versicherten auf dem Altersguthaben keine Garantie mehr gibt.

Die allgemein sinkenden Margen haben die Führung der einzelnen Unternehmen in den letzten Jahren zu einer Fokussierung der Geschäftsaktivitäten gezwungen. Um die Wertschöpfung pro Mitarbeiter und Kapitaleinheit zu erhöhen, wurden ertragsstarke Geschäftsfelder weiterentwickelt. Jene Bereiche, in denen das Unternehmen keinen komparativen Wettbewerbsvorteil hatte, wurden abgestossen. Aufgrund des gestiegenen Wettbewerbs ist in den nächsten Jahren eine weitere Marktkonsolidierung zu erwarten. Dabei gewinnen starke Marken, klare Diversifikationsmerkmale und der Kundenfokus eindeutig an Bedeutung. Im Privatkundengeschäft werden Innovation, operative Effizienz und Vertriebsstärke die wichtigsten Erfolgsfaktoren darstellen. Im Unternehmensgeschäft werden hingegen im Segment der kleineren und mittleren Unternehmen durch die steigende Bedeutung der Makler höhere Anforderungen an Produkt und Preis gestellt. Mit der Öffnung der Wertschöpfungskette¹³ werden sich vor allem im Grosskundensegment künftig vermehrt Best-in-Class-Angebote durchsetzen.

Die beschriebene Branchendynamik und die daraus folgenden Konsequenzen lassen erahnen, welche Kräfte in der Lebensversicherungsbranche einen Veränderungsprozess in Richtung Risiko-Intermediation auslösen könnten. In einem stark regulierten Markt mit sinkenden Margen bilden Kapitalkosten und der Schutz der Bilanz vor allfälligen adversen Entwicklungen einen wichtigen Erfolgsfaktor. Damit gewinnt die Fähigkeit einer Gesellschaft, Risiken situativ an den Kapitalmarkt zu transferieren, eindeutig an Bedeutung.

Damit wir die Anwendung der Securitization im Lebensversicherungsgeschäft ökonomisch legitimieren können, gehen wir abschliessend auf die einzelnen Treiber dieser Entwicklung näher ein. Zu diesem Zweck betrachten wir im nächsten Abschnitt die im Markt bereits durchgeführten Transaktionen. Anschliessend besprechen wir die ökonomischen Grundlagen, welche die Securitization legitimieren, sowie die Motivation der einzelnen Marktteilnehmer, sich an diesem Veränderungsprozess zu beteiligen.

¹³ Im Unternehmensgeschäft lässt sich die Wertschöpfungskette in einer stark vereinfachten Form in die Schritte Beratung, Risikoabsicherung, Vermögensverwaltung und Administration aufteilen. Im klassischen Versicherungsangebot werden sämtliche Schritte durch die Lebensversicherung wahrgenommen. Durch die Öffnung der Wertschöpfungskette und der Ausschreibung einzelner Wertschöpfungsschritte steigern institutionelle Kunden ihre Verhandlungsmacht und kaufen am Markt jeweils das beste Angebot ein. Bei jedem Schritt setzt sich zunehmend das dominante Angebot bezüglich Preis, Performance und Service durch.

1.3 Von der Risiko-Transformation hin zur Risiko-Intermediation

In den nächsten Jahren wird eine steigende Anzahl Menschen einen zunehmenden Vorsorgebedarf haben. Wie kann eine Lebensversicherung dieses Wachstumspotenzial erschliessen, ohne dabei Risiken einzugehen, die sie nicht nachhaltig bewirtschaften kann?

Die Risiko-Intermediation ist eine der wichtigsten Innovationen der modernen Finanzwissenschaft. Sie entstand in den späten 1970er-Jahren und wurde von den Banken ab Mitte der 1980er-Jahre eingesetzt. Immer mehr Grossunternehmen nutzten damals ihr Finanzierungs-Know-How und ihre gute Marktposition, um neben ihrer Funktion als Kreditnachfrager auch als Teilnehmer und Anbieter auf dem Kapitalmarkt aufzutreten.¹⁴ Die Banken als klassische Vermittler von Angebot und Nachfrage nach Geld waren somit nicht mehr Kreditgeber und Risikoträger, sondern aufgrund ihrer Beziehungen Vermittler.

Unter dem Begriff der Insurance-Securitization wurden bis heute hauptsächlich Transaktionen vorgenommen, um einer steigenden Anzahl schwerer Naturkatastrophen sowie Kapazitätsengpässe bei der klassischen Rückversicherung gerecht zu werden. Seit den ersten Transaktionen wurden in diesem Segment weitere Transaktionen mit einem Volumen von circa 5 Milliarden US-Dollar durchgeführt. Davon allein circa 3 Milliarden US-Dollar für Naturkatastrophen. Im Bereich der Lebensversicherung haben erst wenige Transaktionen stattgefunden. Erwähnenswert ist die Transaktion der SwissRe, die im Dezember 2003 eine indexbasierte Verbriefung des Sterblichkeitsrisikos eines Lebensversicherungsportefeuilles durchführte.¹⁵ Dies war die erste Transaktion, mit welcher ein rein biometrisches Risiko auf dem Kapitalmarkt platziert wurde. Die Struktur der Transaktion basierte auf einem Sterblichkeitsindex für die Bevölkerungen der USA, Grossbritannien, Frankreich, Italien und der Schweiz. Der Anleihenwert einer Obligation wird an dessen Entwicklung gebunden. Die Laufzeit der Obligation beträgt drei Jahre, das Emissionsvolumen entspricht 400 Millionen US-Dollar und der Coupon-Zins basiert auf dem LIBOR-Satz plus 135 Bp. Wenn der Sterblichkeitsindex die Marke 130 Prozent (Basis 2002) übersteigt, wird der Anleihenwert entsprechend reduziert. Übersteigt der Index die Marke 150 Prozent, ist der Anleihenwert gleich null. Morgan

¹⁴ Vgl. Bär (1997).

¹⁵ Vgl. SwissRe (2003).

Stanley beschreibt dies als ein Ereignis, das alle 25 Jahre ein Mal eintritt.¹⁶ Die Life-Risk-Securitization steckt in diesem Sinne noch in den Kinderschuhen. Es fehlt im Markt die Erfahrung, wie das Instrument einzusetzen ist. Die noch kleinen Umsätze sind nicht repräsentativ für das effektive Potenzial der Risiko-Intermediation im Bereich der Lebensversicherung. Das Volumen von 195 Milliarden US-Dollar, das im Bereich der «mortgage backed securities» bis heute erzielt wurde, zeigt wohl am ehesten das Potenzial der Life-Risk-Securitization auf.

Nach dieser kurzen Einleitung in das Thema der Risiko-Intermediation greifen wir auf die Erfahrungen der SwissRe zurück, die folgende Voraussetzungen für das Zustandekommen einer Risiko-Intermediation identifiziert hat¹⁷:

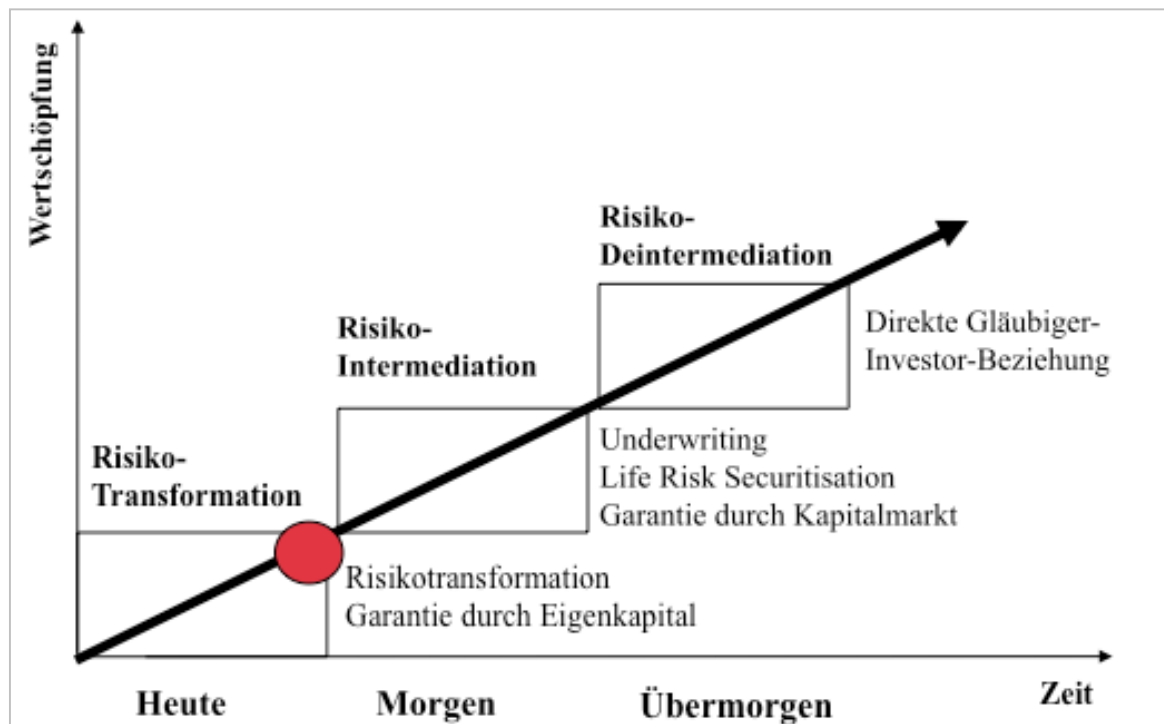
- eine Motivation, ein bestimmtes Risiko zu transferieren,
- ein regulativer Vorteil oder ein Steuervorteil,
- ein Liquiditäts- oder Kapitalbedarf in Kombination mit hohen Kapitalkosten für die Unternehmensrisiken,
- historische Daten für das Pricing und die Prognosen,
- eine klare Segmentierung der Portefeuilles nach Risiko, damit für die einzelnen Portefeuilles ein homogenes Rating ermöglicht wird.

Angesichts der oben erwähnten Trends im Lebensversicherungsmarkt und den daraus abgeleiteten Konsequenzen können wir bestätigen, dass diese Voraussetzungen für die Risiko-Intermediation im Lebensversicherungsgeschäft grundsätzlich vorliegen. Es existiert eine eindeutige Motivation, Markt- und Versicherungsrisiken im Allgemeinen und das Langleberisiko im Besonderen an Dritte zu transferieren. Die regulatorischen Anforderungen sowie die hohen Kapitalkosten im Lebensversicherungsgeschäft dürften diesen Prozess positiv unterstützen. Wir würden entsprechend eine Entwicklung in Richtung Risiko-Intermediation erwarten (vgl. Abbildung 1.5), um den Anforderungen der Branchendynamik und der Kapitalmärkte gerecht zu werden. Obwohl diese Hypothese plausibel erscheint, lässt sie sich nur mit Mühe beweisen. Um unsere Arbeit auf einem soliden Fundament aufzubauen, versuchen wir in den folgenden Abschnitten, die Hypothese ökonomisch zu legitimieren.

¹⁶ Vgl. SwissRe (2003).

¹⁷ Vgl. SwissRe, New Markets, Insurance Linked Securities, Zürich (1999).

Abbildung 1.5: Entwicklungspfad in Richtung Risiko-Intermediation¹⁸



Zu diesem Zweck befassen wir uns in einem ersten Schritt mit der Frage, welchen Nutzen die Risiko-Intermediation bietet. In einem zweiten Schritt gehen wir dann näher auf die Motivation der Marktteilnehmer ein, sich an diesem Veränderungsprozess zu beteiligen.

1.3.1 Nutzen der Risiko-Intermediation

Sowohl bei der reinen Finanzintermediation als auch bei den Absicherungstransaktionen lässt sich der Grund für die Präsenz der Risiko-Intermediation und somit der Securitization auf der reinen Finanztheorie nur schwer erklären. In der Theorie werden Anlagen in friktionslosen und vollständigen Kapitalmärkten gehandelt. In einer solchen Welt ist natürlich der Wert eines Zahlungsstroms ausschliesslich von der Höhe, der Zeit und von den Risiko-Eigenschaften abhängig. Jeder gehandelte Cashflow lässt sich dann in einer risikoneutralen Welt unabhängig vom Eigentümer eindeutig bestimmen. Betrachtet man die Securitization in einem Unternehmenskontext, besagt das Modigliani-Miller-Theorem, dass in einem perfekten Kapitalmarkt die Finanzierungsart eines Unternehmens irrelevant ist: Es kommt nicht darauf an, auf welche Gläubiger das Unter-

¹⁸ Eigene Darstellung.

nehmen die Zahlungsströme der Passivseite ihrer Bilanz verteilt. Auf den ersten Blick ist es darum nicht ersichtlich, warum der Verkauf einzelner Zahlungsströme an eine Spezial-Zweck-Gesellschaft (SPV)¹⁹ dem Unternehmen einen Nutzen bringen soll. Da die Securitization zudem etwas kostet, wird auf einem perfekten Kapitalmarkt keine Verbriefungstransaktion stattfinden.

In der realen Welt beobachten wir jedoch diese Art von Transaktionen. Dies deutet darauf hin, dass der ökonomische Nutzen der Securitization etwas mit der Verletzung dieser Annahmen zu tun hat. Unter anderem geht die Theorie der perfekten Kapitalmärkte von der Annahme aus, dass keine Transaktionskosten wie Steuern, Konkurskosten und insbesondere keine Regulierungskosten existieren. Zudem geht sie davon aus, dass es keine Agency-Kosten gibt, was bedeuten würde, dass die Unternehmensführung und die Arbeitnehmer immer die Ziele und Interessen des Eigentümers verfolgen. In perfekten Kapitalmärkten wird von einem unverzüglichen und transparenten Informationsfluss ausgegangen. In der Realität treffen diese Annahmen natürlich nicht zu, womit sich die Möglichkeit ergibt, über die Senkung der Friktionskosten einen ökonomischen Wert zu schaffen.

Ein weiteres Argument für die Risiko-Intermediation und den Einsatz der Life-Risk-Securitization ist: Erst durch die Verbriefung und den Handel eines Risikos reflektieren die zustandekommenden Marktpreise die im Markt vorhandene private Information bezüglich eines bestimmten Risikos. Daraus entsteht ein positiver Nutzen. Das Prinzip lässt sich am besten anhand einer Reihe von Studien erklären, die in den vergangenen Jahren zum Thema der Informationsökonomie erstellt wurden.

Betrachten wir zunächst das von Leland und Pyle (1977) entwickelte Modell, in dem ein risikoaverser Unternehmer sein Unternehmerrisiko durch den Verkauf eines Aktienanteils seines Unternehmens diversifizieren kann. Durch das Verhalten des Unternehmers erhält der Markt eine Information bezüglich des Unternehmenswertes. Der zurückbehaltene Aktienanteil stellt für den Markt ein Signal dar. Er gibt Auskunft über das private Wissen des Unternehmers betreffend des Risikos, dem die zukünftigen Cashflows des Unternehmens unterliegen. Im Rahmen der Risiko-Intermediation kommt genau diesem Mechanismus eine zentrale Rolle zu.

¹⁹ Spezial-Zweck-Gesellschaften (englisch: Special Purpose Vehicle [SPV]) dienen dazu, Zahlungsströme von Bank- und Versicherungsinstituten zu kaufen, und durch die Emission von Wertpapieren – an die das übernommene Risiko gebunden wird – auf dem Kapitalmarkt zu refinanzieren.

Einen Schritt weiter gehen Diamond und Dybvig (1984), die in diesem Zusammenhang die Finanzintermediation basierend auf Ex-post-Informationen analysieren. Dabei gehen sie davon aus, dass Investoren die Entwicklung der Cashflows ihrer Anlagen nicht laufend beobachten können. Um sicherzustellen, dass die Vermögenswerte bei Fälligkeit zur Auszahlung kommen, beauftragen sie einen Finanzintermediär damit, die Anlagen gegen Entschädigung zu überwachen. Durch das Pooling von unabhängigen Vermögenswerten kann der Finanzintermediär dem Investor eine beinahe risiko-lose Anlage anbieten. Durch die Strukturierung der Anlagen in Anlageklassen und durch die Variation der Schuldnerqualität lassen sich die Überwachungskosten senken. Was Diamond und Dybvig nicht berücksichtigen, ist der Aspekt der asymmetrischen Ex-ante-Informationen. In ihrem Ansatz vernachlässigen sie die Tatsache, dass es zu einem Handel kommen kann, weil einzelne Marktteilnehmer in Bezug auf ein bestimmtes Risiko einen höheren Wissensstand besitzen. Gerade für verbrieft Versicherungsriskien dürfte dies ein entscheidender Faktor für das Zustandekommen des Handels sein.

Der Aspekt der Liquidität, der sich in einer privaten Information spiegeln kann, spielt aus ökonomischer Sicht eine wichtige Rolle. Gordon und Pennachi (1990) untersuchen diesen Aspekt, indem sie in ihrem Modell zwei Typen von Investoren betrachten: Der erste ist über die zukünftigen Cashflows der Vermögenswerte vollständig informiert, während der zweite unvollständige Informationen besitzt. Dabei gehen sie davon aus, dass der nichtinformierte Investor einen Liquiditätsbedarf hat. Der informierte Investor übernimmt in der Folge vom nichtinformierten Vermögensteile und gewährt diesem somit die notwendige Liquidität. In dieser Konstellation ist es sinnvoll, dass ein Finanzintermediär Cashflows in Schuld- und Aktienwerte aufteilt und dem nichtinformierten Investor risikolose Schuldpapiere zur Befriedigung seiner Liquiditätsbedürfnisse anbietet. Damit vermeidet der nichtinformierte Investor Verluste aus dem Handel mit dem informierten Investor.

Winton (2001) geht noch einen Schritt weiter, indem er in seinem Modell einen Finanzintermediär betrachtet, der Informationen sammelt, um die Agency-Kosten²⁰ zu senken. Das Ziel des Eigentümers besteht darin, sein Vermögen zu maximieren. Demgegenüber ist das Management hauptsächlich an der Maximierung der eigenen Entschädigung, des eigenen Vermögens und der Anstellungssicherheit interessiert. Manager neigen dazu, von Mehrwert schaffenden Geschäftsoportunitäten abzusehen, wenn sich

²⁰ Zur Definition von Agency-Kosten vgl. Cummins (2004).

diese negativ auf ihre Entschädigung (kurzfristige Perspektive) oder ihre Arbeitssicherheit auswirken könnten. Winton (2001) zeigt, dass die Liquiditätskosten für einen informierten Finanzintermediär bei der Emission von Schuldpapieren tiefer ausfallen als bei der Emission von Aktien.

Umfassend gehen dann De Marzio et al. (2005) das Thema der Finanzintermediation an. Sie analysieren neben den bereits besprochenen Aspekten die Entscheidung betreffend «Pooling und Tranchieren» bei der Emission von Vermögenswerten. Dabei berücksichtigen sie den unterschiedlichen Informationsstand einzelner Marktteilnehmer. Aufgrund von privaten Informationen sind einzelne Marktteilnehmer in der Lage, die Qualität eines emittierten Vermögenswerts zu identifizieren. Entsprechend können sie unterbewertete Vermögenswerte zu ihrem Vorteil handeln. Dabei entsteht ein Anti-selektionsproblem im Emissionsmarkt, das zu einem Discount führt. Um das Problem zu umgehen, werden die zu emittierenden Vermögenswerte vom Emittenten gepoolt. Finanzintermediäre mit einem Wissensvorsprung werden die gepoolten Vermögenswerte kaufen, tranchieren und weiterverkaufen. Damit nutzen sie die Informationsverluste des Poolings zu ihrem eigenen finanziellen Vorteil. De Marzio et al. kommen zum Schluss, dass durch das «Pooling und Tranchieren» von Vermögenswerten ein positiver Nutzen entsteht. Marktteilnehmer kapitalisieren ihren privaten Wissensvorsprung und können damit ihr Kapital effizienter anlegen.

Zusammenfassend lässt sich also für den allgemeinen Fall aufzeigen, dass sich die Risiko-Intermediation durch die Verletzung von Annahmen aus der Theorie der perfekten Kapitalmärkte und über das Vorhandensein von privaten Informationen bezüglich eines bestimmten Risikos ökonomisch legitimieren lässt. Wie De Marzio et al. (2005) aufzeigen, entsteht insbesondere durch die Möglichkeit, Vermögenswerte zu poolen und zu tranchieren, ein positiver Nutzen. Auf dieser Basis möchten wir nun einen Schritt weitergehen und den besonderen Fall der Lebensversicherung und des Langleberisikos betrachten. Zu diesem Zweck besprechen wir im folgenden Abschnitt die Motivation der Marktteilnehmer, sich an einem Verbriefungsprozess zu beteiligen.

1.3.2 Motivation des Lebensversicherers und des Investors, sich am Verbriefungsprozess zu beteiligen

Der Nutzen des Verbriefungsprozesses für den Lebensversicherer lässt sich – wie wir gesehen haben – neben dem Mehrwert, der durch das Pooling und Tranchieren einzelner

Risiken entsteht, anhand von Konkurskosten²¹ und regulatorischen Vorschriften im Versicherungsmarkt erklären. Im Verlauf des Lebens- und Wirtschafts-zyklus konfrontieren den Lebensversicherer unterschiedliche finanzielle Situationen, die einen Einfluss auf sein Rating haben. Verschlechtert sich die finanzielle Lage des Lebensversicherers, wird sein Rating sinken. Das hat höhere Kapitalkosten zur Folge. Aus der Sicht der Investoren sinkt damit die Attraktivität des Lebensversicherers. Es wird für diesen schwieriger, sich neues Kapital zur Finanzierung seiner Geschäfts-opportunitäten zu beschaffen. Eine finanziell angeschlagene Firma wird Verluste in ihren Beziehungen zu Mitarbeitern, Kunden und Lieferanten erleiden.

Zudem muss berücksichtigt werden, dass in einer stark regulierten Branche tätige Unternehmen in Phasen finanzieller Schwäche höheren Kosten unterliegen. Diese ergeben sich aus den steigenden Kontrollansprüchen der Aufsicht und bei anhaltender schlechter Lage durch Ertragsminderungen aus den Einschränkungen im operativen Geschäft.²² Gerade diese Sensitivität der Kapitalkosten und der regulatorischen Kosten machen die Securitization zu einem attraktiven Instrument. Es erlaubt dem Management, das Risiko besser zu steuern, die Finanzierungsquellen besser zu diversifizieren, die Eigenkapitalrendite zu optimieren und somit die finanzielle Stärke des Unternehmens zu erhöhen.

In Bezug auf das Langleberisiko stellt sich die Frage, welcher Anteil des Risikos der Lebensversicherer sinnvollerweise selbst in der Bilanz trägt. Welches Risiko soll er hingegen besser an einen Investor weitergeben? Wie wir später sehen werden, verhält sich die Sterblichkeitsentwicklung nicht über alle Kohorten²³ gleich. Zudem steht dem Lebensversicherer das Alterskapital pro Kohorte unterschiedlich lang zur Verfügung. Je nach Portefeuillestruktur hat dies einen wesentlichen Einfluss auf dessen Wert. Zudem zieht die Intransparenz betreffend der Portefeuillestruktur innerhalb der Lebensversicherung auf dem Kapitalmarkt einen Diskont nach sich. Durch die Risiko-Intermediation lässt sich die Transparenz erhöhen, was sich positiv auf den Wert der Eigentumsrechte auswirkt.

Abschliessend möchten wir den Verbriefungsprozess aus der Sicht des Investors noch kurz besprechen. Mit zunehmender Globalisierung der Weltwirtschaft und sinkenden

²¹ Vgl. Cummins (2004).

²² Vgl. Cummins (2004).

²³ Eine Kohorte entspricht einer Gruppe von Menschen (Mann oder Frau), die das gleiche Alter haben und somit die gleiche Überlebenswahrscheinlichkeit aufweisen. Eine Kohorte kann daher als eine Gruppe angesehen werden, die ein homogenes Risiko darstellt.

Informations- und Transaktionskosten sieht sich der Investor vermehrt Korrelationen zwischen den internationalen Kapitalmärkten gegenüber. Damit sinken seine Diversifikationsmöglichkeiten. Investoren suchen deshalb nach neuen Anlageopportunitäten, um ihr Anlageuniversum zu erweitern und die Streuung in ihrem Portefeuille zu optimieren. Versicherungsrisiken im Allgemeinen und das Langleberisiko im Besonderen korrelieren nur sehr schwach mit den Schwankungen der Kapitalmärkte. Diese könnte somit einen interessanten Diversifikationseffekt im Investorenportfolio herbeiführen. Gerade für Hedgefonds dürften Life-Risk-Securities²⁴ sehr interessant sein. Abhängig von der Struktur der Transaktion werden zusätzlich Partner für die Abwicklung oder für eine Aufwertung des Ratings im Rahmen eines «Credit-Enhancements» beigezogen (etwa durch die Garantie eines Dritten). Idealerweise bleibt der Lebensversicherer am Risiko beteiligt. Das senkt einerseits das moralische Risiko des Investors, andererseits trägt es zur Verzinsung des Eigenkapitals des Lebensversicherers bei.

1.3.3 Schlussfolgerung

Nach einleitenden Worten zu Zielsetzungen und Aufbau des vorliegenden Dissertationsprojektes sind wir in den Abschnitten 1.2 und 1.3 auf die Trends im Lebensversicherungsmarkt eingegangen. Daraus haben wir eine Branchendynamik abgeleitet und die daraus resultierenden Konsequenzen für die Lebensversicherung analysiert. Aufbauend auf diesen Erkenntnissen haben wir folgende Hypothese formuliert: Infolge der Anforderungen aus der Branchendynamik und der Kapitalmärkte wird sich das Lebensversicherungsgeschäft von der Risiko-Transformation hin zur Risiko-Intermediation wandeln. Um diese Hypothese zu bekräftigen, haben wir den Veränderungsprozess ökonomisch zu legitimieren versucht: Durch das «Pooling und Tranchieren» eines Portefeuilles entsteht nämlich ein positiver Nutzen für die am Prozess beteiligten Parteien. Ebenfalls haben wir aufgezeigt, dass die Marktteilnehmer im besonderen Fall des Langleberisikos eine Motivation haben, sich am Veränderungsprozess zu beteiligen. Dabei kommt der Information bezüglich eines bestimmten Risikos eine zentrale Rolle zu.

Auf diesem Fundament aufbauend erarbeiten wir im nächsten Kapitel die theoretischen Grundlagen der Wahrscheinlichkeitstheorie, der aktuariellen Mathematik und der Kapitalmarkttheorie. Sie ermöglichen uns, in den Kapiteln 3 bis 5 die drei Säulen der Risiko-Intermediation für den besonderen Fall des Langleberisikos zu untersuchen.

²⁴ Damit wird die versicherungstechnische Wertschrift bezeichnet.

2 Theoretische Grundlagen

In der vorliegenden Arbeit bauen wir ein ökonomisches Modell für die Risiko-Intermediation bei einer Lebensversicherung auf und betrachten dabei den Spezialfall des Langleberisikos. Wie wir einleitend festgestellt haben, baut die Risiko-Intermediation grundsätzlich auf drei Säulen auf: die Risiko-Erfassung, die Risiko-Bewertung und die Risiko-Verbriefung. Um die Komplexität der Realität vereinfacht darzustellen, erfordert jedes Modell Abstraktionen. Nur so wird es konzeptionell und mathematisch überhaupt erfassbar. Zu diesem Zweck erarbeiten wir in diesem Kapitel die theoretischen Grundlagen, die wir in den folgenden drei Kapiteln zur Besprechung der Erfassung, der Bewertung und der Verbriefung des Langleberisikos benötigen.

2.1 Grundlagen der Wahrscheinlichkeitstheorie

2.1.1 Wahrscheinlichkeitsräume zur Erfassung möglicher zukünftiger Zustände

In ihrem Kerngeschäft übernimmt die Lebensversicherung Risiken, die an das Leben von Menschen gebunden sind. Damit geht sie Verpflichtungen ein, die der Ungewissheit der Zukunft unterliegen und somit ein Risiko darstellen. Die Bewertung dieser Verpflichtungen erfordert Werkzeuge, die es erlauben, das Risiko mathematisch zu erfassen. Die Wahrscheinlichkeitstheorie ist das am weitesten verbreitete Modell für den formellen Umgang mit der Unsicherheit der Zukunft. Es bildet das Fundament auf dem die aktuarische und finanztheoretische Lehre zur Erfassung und Bewertung eines Risikos aufbauen. Im Sinne einer Einleitung in das Thema und für das bessere Verständnis der Notationen besprechen wir darum in diesem Abschnitt die wichtigsten Elemente der Wahrscheinlichkeitstheorie. Einen umfassenden Überblick dazu geben Williams D. (1991), Plachky D. (2001) oder Waldmann K. H., Stocker U. M. (2003).

Die wahrscheinlichkeitstheoretische Darstellung der Unsicherheit ergibt sich durch die Betrachtung der möglichen zukünftigen Zustände einer Zufallsvariablen, die im Zeitpunkt $t = t_0 + j$ eintreten können. Ihre Realisierung wird mit ω bezeichnet. Wir gehen davon aus, dass die einzelnen Realisierungen immer unabhängig sind und die Summe der Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Realisierungen immer eins gibt. Der Wahrscheinlichkeitsraum Ω stellt dann die Menge aller möglichen Realisierungen ω dar. Im Zeitpunkt $t = t_0$ sind die zukünftigen Zustände den Agenten bekannt. Sie kennen

jedoch nicht den Zustand, der im Zeitpunkt $t = t_0 + j$ eintreten wird. Ω stellt nicht zwingend einen endlichen Raum dar. Deshalb wird die Wahrscheinlichkeit im Allgemeinen auf eine Familie F von Teilmengen A aus Ω definiert, die einer bestimmten Struktur genügt. Eine Teilmenge A aus F wird im Allgemeinen als Ereignis bezeichnet. Genügt eine Familie F von Ereignissen den folgenden Bedingungen,²⁵ wird sie als eine σ -Algebra auf Ω bezeichnet:

- $\Omega \in F$, die Menge Ω ist ein Element von F
- Wenn $A \in F$, dann ist auch das Komplement $A^c \in F$
- Wenn $A_i \in F$ eine abzählbare Folge ist, dann ist $\cup_i A_i \in F$

Ist eine Familie F von Teilmengen aus Ω gegeben, wird die kleinste σ -Algebra, die F enthält, als die durch F generierte σ -Algebra bezeichnet. Ein Paar (Ω, F) , wobei F eine σ -Algebra ist, wird als messbarer Raum bezeichnet.

Auf dieses Paar lässt sich dann ein Mass setzen. Ein Mass ist eine Abbildung $z: F \rightarrow [0, \infty]$, die den Axiomen von Kolmogorov genügt:

1. $z(A) \geq z(\emptyset) = 0$ für alle $A \in F$ und
2. $z(\cup_i A_i) = \sum_i z(A_i)$, wenn $A_i \in F$ eine zählbare Folge von disjunkten²⁶ Mengen darstellt.

Wenn zusätzlich gilt, dass $z(\Omega) = 1$ ist, stellt z ein Wahrscheinlichkeitsmass dar und wird mit P bezeichnet, wobei für $P: F \rightarrow [0, 1]$ gilt. P ist somit eine Funktion, die einzelnen Ereignissen eine Wahrscheinlichkeit zuweist. Das Trippel (Ω, F, P) wird dann als Wahrscheinlichkeitsraum bezeichnet.

2.1.2 Zufallsvariablen und stochastische Prozesse

Das soeben beschriebene Wahrscheinlichkeitsmodell erlaubt uns, die Realisierungen einzelner Risiken zu einem bestimmten Zeitpunkt $t = t_0 + j$ als Zufallsvariable zu modellieren. Formell gilt eine Funktion Y , die über Ω definiert wird, als Zufallsvariable,

²⁵ Vgl. Williams (1991), S. 14ff.

²⁶ Ist für eine Menge M und eine Menge N der Durchschnitt eine leere Menge, so sagt man, dass M zu N disjunkt ist; Vgl. Gottwald S., Kästner H., Rudolph H. (1995), S. 339.

wenn für jede borelsche²⁷ Menge $B \in \mathcal{B}$ gilt²⁸:

$$Y^{-1}(B) = \{\omega: Y(\omega) \in B\} \in \mathcal{F} \text{ wo } \omega \in \Omega \text{ und } Y: (\Omega, \mathcal{F}, P) \rightarrow \mathbb{R} \quad (\text{GL 2.1})$$

So wird Y als eine \mathcal{F} -messbare Zufallsvariable bezeichnet, die ein Wahrscheinlichkeitsmass auf \mathbb{R} (die Menge der realen Zahlen) induziert, das der Verteilung $P \circ Y^{-1}: \mathcal{B} \rightarrow [0, 1]$ entspricht.

Die adäquate Modellierung der Verteilung eines Risikos bedarf der Analyse deren Entwicklung über die Zeit. Formell ist dann die Menge $\{Y(t)\}$ ein stochastischer Prozess, der über den Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, \mathcal{F}, P) definiert wird. Er nimmt Werte $(\mathbb{R}^M, \mathcal{B})$ an, in denen $M \in \mathbb{N}$ und $t = t_0 + j$ sind, wobei $j \in \{0, 1, \dots, Z\}$ eine natürliche Zahl ist. In diesem Rahmen lässt sich die Unsicherheit der Zukunft mit einer Zufallsvariablen Y modellieren. Ihre Wahrscheinlichkeitseigenschaften können anhand des Masses $P(Y)$ oder der entsprechenden Verteilungsfunktion $F_Y(y) = P(Y \leq y)$ beschrieben werden. Letztere weist folgende Eigenschaften auf²⁹:

- F ist nicht sinkend
- $\lim_{x \rightarrow \infty} F_X(x) = 1$ und $\lim_{x \rightarrow -\infty} F_X(x) = 0$
- F ist rechtsstetig, womit $\lim_{y \downarrow x} F_Y(y) = F_Y(x)$
- $F_Y(y_-) = \lim_{y \uparrow x} F_Y(y)$ dann gilt $F_Y(y_-) = P(Y < y)$
- $P(Y = y) = F_Y(y) - F_Y(y_-)$

$f_Y(y)$ wird als Dichtefunktion von Y bezeichnet, wenn $F_Y(y) = P(Y \leq y)$ der Verteilungsfunktion von Y entspricht und diese folgendermassen dargestellt werden kann³⁰:

$$F_Y(y) = \int_{-\infty}^y f_Y(y) dy \quad (\text{GL 2.2})$$

Auf dieser Basis lässt sich dann eine erste Definition für den Begriff Risiko folgendermassen abgrenzen: Risiko entspricht der objektiven Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses oder der subjektiven Wahrnehmung von Menschen, wenn diese mit Entschei-

²⁷ Die Borel- σ -Algebra ist die Algebra der Teilmengen von \mathbb{R} (Menge der realen Zahlen), die von der offenen Menge aus \mathbb{R} erzeugt wird.

²⁸ Vgl. Moix (2000), S. 8.

²⁹ Vgl. Durrett (1996), S. 4.

³⁰ Vgl. Moix (2000), S. 9.

dungen konfrontiert sind, die der Unsicherheit der Zukunft unterliegen³¹. Mathematisch lässt sich das Risiko durch die Verteilungsfunktion aus Gleichung 2.2 darstellen.

Es besteht ein Unterschied zwischen der objektiven und der subjektiven Wahrscheinlichkeit: Die objektive Bestimmung beruht auf Zufallsituationen, bei denen Gleichmöglichkeit der Elementarereignisse vorausgesetzt werden oder wo lange Versuchsreihen durchgeführt werden können. Überall dort, wo nicht gleichmögliche Elementarereignisse vorliegen, die zur Beurteilung der Zukunft herangezogen werden können, müssen die Wahrscheinlichkeiten den künftigen Ereignisse auf «subjektive» Art zugewiesen werden. Gerade im Wirtschaftsleben, wo Entscheidungen unter Unsicherheit getroffen werden müssen, lässt sich oft keine objektive Wahrscheinlichkeit ermitteln.

2.1.3 Schlussfolgerung

Im Abschnitt 2.1 haben wir die Grundlagen der Wahrscheinlichkeitstheorie kennen gelernt. Wir haben gesehen, wie sich die Unsicherheit der Zukunft formell erfassen lässt. Wir haben in diesem Zusammenhang den Begriff Risiko definiert und dabei den Aspekt der Subjektivität herausgearbeitet. Im Paradigma der Risiko-Transformation hat die aktuarische Praxis die Möglichkeit die Eintrittswahrscheinlichkeiten zukünftiger Leistungen über das Gesetz der grossen Zahlen mit einer gewissen Objektivität zu ermitteln. Auf dieser Basis wird ein fairer Preis für die Risikoübernahme festgelegt, indem ein Risikozuschlag (Prämie) zum Erwartungswert hinzugefügt wird. Gerade im Zusammenhang mit dem Wunsch, im Rahmen der Risiko-Intermediation das Langleberisiko zu verbrieften und auf dem Kapitalmarkt zu verkaufen, stellt sich die Frage, wie dieses Risiko in einem Marktkontext zu bewerten ist. Welcher Risikozuschlag ist dem erwarteten Schaden hinzufügen? Die auf dem Kapitalbedarf aufbauenden Prämienprinzipien dürften hier eher eine Preisobergrenze darstellen. Auf dieses Thema gehen wir in Kapitel 4 näher ein, wenn wir die ökonomische Bewertung des Langleberisikos betrachten.

Für unsere weiteren Überlegungen wollen wir an dieser Stelle zwei Typen von Entscheidungen betrachten, die zu einer unterschiedlichen Definition des Begriffs Risiko führen: Die *Kapitalbedarfsentscheidung* und die *Investitionsentscheidung*. Die Kapitalbedarfsentscheidung ist Grundlage für die aktuarielle Erfassung und Bewertung eines Risikos. Die moderne Kapitalmarkttheorie stellt hingegen auf die Investitionsentschei-

³¹ Vgl. Freifelder (1976).

dung ab, um ein Marktrisiko zu erfassen und zu bewerten. Aufbauend auf der Wahrscheinlichkeitstheorie erarbeiten wir in den nächsten drei Abschnitten die formellen Grundlagen für die Erfassung dieser beiden Entscheidungsprobleme. Das hilft uns, den Unterschied zwischen der aktuarischen und der kapitalmarkttheoretischen Behandlung eines Risikos besser zu verstehen. Im nächsten Abschnitt beginnen wir mit der Nutzentheorie von Neumann und Morgenstern (1944) und besprechen, wie Menschen unter Unsicherheit Entscheidungen treffen. Wie wir später in Kapitel 4 mit Gerber und Pafumi (1998) noch sehen werden, kommt diesem Baustein eine zentrale Rolle zu, weil sich damit eine Brücke zwischen der aktuarischen und kapitalmarkttheoretischen Bewertung eines Risikos schlagen lässt.

2.2 Entscheidungen unter Unsicherheit

Der Basler Mathematiker Daniel Bernoulli, der 1738 das Konzept des *moralischen Wertes des Geldes* veröffentlichte,³² befasste sich bereits vor mehr als 200 Jahren mit der Frage der Entscheidungen unter Unsicherheit. Im Jahr 1944 wurde dann dieses Konzept durch von Neumann und Morgenstern (1944) erneut aufgegriffen und axiomatisch begründet. Die daraus hervorgegangene Nutzentheorie erlaubt heute eine formelle Beschreibung der Präferenzen eines Wirtschaftsteilnehmers und anhand der Hypothese des erwarteten Nutzens lassen sich unsichere Ereignissen bewerten und vergleichen. Die Theorie wird in der Kapitalmarkttheorie zur Bewertung von Markt-risiken und in der Risikothorie zur Bewertung von Versicherungsrisiken angewendet. Auf diesen Grundlagen baut Markowitz (1952) die Portfoliotheorie zur Bewertung von Kapitalmarktrisiken auf, und Sharp (1964) wiederum entwickelte auf dieser Basis das Capital Asset Pricing Modell (CAPM). Bühlmann (1970), Gooverts (1984), Bowers et al. (1986) sowie Gerber und Pafumi (1998) verwenden die Nutzentheorie, um die ökonomischen Grundlagen der Versicherung zu erklären und die heutigen Prämienprinzipien zur Bewertung von Versicherungsrisiken zu definieren. Um das Verständnis für den Umgang mit Entscheidungen unter Unsicherheit zu fördern, fassen wir im nächsten Abschnitt die wichtigsten Erkenntnisse aus der Nutzentheorie zusammen.

³² Bernoulli (2004).

2.2.1 Nutzentheorie und die Hypothese des erwarteten Nutzens

Im marktwirtschaftlichen Wertschöpfungsprozess müssen die einzelnen Wirtschaftssubjekte Entscheidungen treffen, die der Unsicherheit der Zukunft unterliegen. In diesem Zusammenhang ist die Frage, wie die einzelnen Wirtschaftssubjekte in der Situation der Ungewissheit Entscheidungen treffen, von grossem Interesse. Zur Entwicklung einer Theorie der optimalen Entscheidungsfindung ist es notwendig, Annahmen über das Verhalten einzelner Individuen zu treffen. In der vorliegenden Arbeit halten wir uns an das klassische ökonomische Paradigma des rationalen Verhaltens eines Menschen, der seinen erwarteten Nutzen maximiert. Dieser Homo oeconomicus ist natürlich eine stark vereinfachte Darstellung des menschlichen Verhaltens. Moix (2000) weist diesbezüglich darauf hin, dass gerade die Annahme der Rationalität zunehmend unter Kritik gerät. In einzelnen Forschungsgebieten – beispielsweise im Bereich der Behavioural Finance³³ – werden Alternativen für das menschliche Verhalten gesucht. Gerade im Bereich des Risiko-Managements kann diese Annahme sehr problematisch sein. Menschen verhalten sich in Phasen von grosser Unsicherheit oder in Ausnahmezuständen oft nicht rational, weshalb das Modell gerade in jenen Momenten versagt, in denen man am meisten auf eine Prognose angewiesen wäre. Einen guten Überblick zu diesem Thema von Alternativen des menschlichen Verhaltens gibt Schiller (1997).

Um das rationale Verhalten der Marktteilnehmer zu beschreiben, müssen einige Annahmen getroffen werden. Diese sind in der ökonomischen Literatur als Axiome des kardinalen Nutzens von Neumann und Morgenstern (1944) bekannt.³⁴ Sie lassen sich folgendermassen zusammenfassen:

- 1. Vergleichbarkeit: Für die Menge F von ungewissen zukünftigen Ereignisse ist ein Individuum in der Lage zu entscheiden, ob es das Ergebnis x gegenüber dem Ergebnis y bevorzugt oder ob es y gegenüber x vorzieht, oder ob es zwischen x und y indifferent ist.
- 2. Konsistenz: Wenn ein Individuum das Ergebnis x dem Ergebnis y vorzieht und es y gegenüber z bevorzugt, dann wird das Ergebnis x dem Ergebnis z vorgezogen. Wenn ein Individuum zwischen dem Ergebnis x und y indifferent ist und es gleichzeitig gegenüber y und z indifferent ist, dann ist es auch bezüglich x und z indifferent.

³³ Vgl. Goldberg und Nitzsch (1999).

³⁴ Vgl. Copland and Weston (1988), S. 79.

- 3. Strenge Unabhängigkeit: Wird ein Individuum mit einer Wette $G(x, z; p)$ konfrontiert, bei welcher eine Wahrscheinlichkeit p besteht, das Ergebnis x zu erzielen, und eine Wahrscheinlichkeit $(1 - p)$, das Ergebnis z zu erreichen, besagt das Axiom der strengen Unabhängigkeit, dass ein zwischen x und y indifferentes Individuum zwischen zwei Wetten indifferent ist, wobei die erste Wette das Ergebnis x mit einer Wahrscheinlichkeit p und ein davon unabhängiges Ergebnis z realisiert und die zweite Wette, ein Ergebnis y mit einer Wahrscheinlichkeit p und ein davon unabhängigen Ergebnis z realisiert.

$$\text{Wenn } x \sim y, \text{ dann } G(x, z; p) \sim G(y, z; p) \quad (\text{GL 2.3})$$

- 4. Messbarkeit: Wenn ein Individuum dem Ergebnis y einen kleineren Nutzen beimisst als dem Ergebnis x , aber diesem einem grösseren Nutzen als z beimisst, ergibt sich eine einzige Wahrscheinlichkeit p , so dass das Individuum zwischen y und einer Wette bei der das Ergebnis x mit einer Wahrscheinlichkeit p und z mit einer Wahrscheinlichkeit $(1 - p)$ indifferent ist.

$$\begin{aligned} &\text{Wenn } x \succ y \succeq z \text{ oder } x \succeq y \succ z, \text{ dann } \exists \text{ ein } p \\ &\text{so dass } y \sim G(x, z; p) \end{aligned} \quad (\text{GL 2.4})$$

- 5. Ordnung: Wenn die Alternativen y und u beide irgendwo zwischen x und z liegen und die Möglichkeit besteht, Wetten zu formulieren, so dass ein Individuum zwischen y und einer Wette wählen kann, deren Ergebnis aus x (das mit einer Wahrscheinlichkeit p eintritt) und z besteht, und das Individuum gleichzeitig indifferent zwischen u und einer zweiten Wette ist – dieses mal mit dem Ergebnis x (mit einer Wahrscheinlichkeit q) und z – dann wird das Individuum im Fall, dass p grösser als q ist, das Ergebnis y dem Ergebnis u vorziehen.

$$\begin{aligned} &\text{Wenn } x \succeq y \succeq z \text{ und } x \succeq y \succeq z \text{ wenn dann } y \sim G(x, z; p) \text{ sowie } u \sim G(x, z; q), \\ &\text{so gilt } \forall p > q, \text{ dass } y \succ u \text{ oder wenn } p = q, \text{ dass } y \sim u \end{aligned} \quad (\text{GL 2.5})$$

Neben diesen fünf Axiomen wird üblicherweise angenommen, dass die einzelnen Wirtschaftssubjekte nicht gesättigt sind und lieber mehr als weniger Vermögen besitzen. Damit ist der Grenznutzen des Vermögens positiv. Diese Bedingungen in Kombination mit den soeben beschriebenen fünf Axiomen bilden die Basis der Nutzentheorie. Zu beantworten bleibt nun die Frage, wie die einzelnen Wirtschaftssubjekte verschiedene Kombinationen von risikobehafteten Ergebnissen ordnen und bewerten.

Präferenzen lassen sich dann durch Risiko-Nutzenfunktionen darstellen.³⁵ Risiko-Nutzenfunktionen zeichnen sich vor allem durch zwei Eigenschaften aus: Erstens bewahren sie die Präferenzordnung und zweitens kann der erwartete Nutzen als Mass zur Ordnung von risikobehafteten Ergebnissen eingesetzt werden. Mathematisch lässt sich dies folgendermassen darstellen:

$$u[G(x, y; p)] = pu(x) + (1 - p)u(y) \quad (\text{GL 2.6})$$

Um zu zeigen, dass Risiko-Nutzenfunktionen die Präferenzordnung bewahren, greifen wir auf ein risikobehaftetes Ergebnis S mit Obergrenze a und Untergrenze b zurück. Dann betrachten wir zwei Ergebnisse, die zwischen der Grenze a und b zustande kommen, so dass:

$$a \succ x \succeq b \text{ oder } a \succeq x \succ b \quad (\text{GL 2.7})$$

und

$$a \succ y \succeq b \text{ oder } a \succeq y \succ b \quad (\text{GL 2.8})$$

Unter Anwendung des Axioms 4 können diesen Ereignissen eindeutige Wahrscheinlichkeiten zugewiesen werden:

$$x \sim G(a, b, p(x)) \text{ und } y \sim G(a, b, p(y)) \quad (\text{GL 2.9})$$

Mit Axiom 5 lassen sich dann diese Ereignisse folgendermassen ordnen:

$$\begin{aligned} &\text{wenn } p(x) > p(y), \text{ dann } x \succ y \\ &\text{wenn } p(x) = p(y), \text{ dann } x \sim y \\ &\text{wenn } p(x) < p(y), \text{ dann } x \prec y \end{aligned} \quad (\text{GL 2.10})$$

Damit verfügen wir über eine ordnungsbewahrende Risiko-Nutzenfunktion. Die Grenzen a und b können dabei frei bestimmt werden. Durch die Formulierung von einfachen Wetten lässt sich dann den einzelnen Ereignissen zwischen den Grenzen a und b kardinale Nutzenzahlen zuweisen.

Im nächsten Schritt zeigen wir auf, dass der erwartete Nutzen als Grundlage zur Ordnung von risikobehafteten Ereignissen eingesetzt werden kann. Das entspricht der zwei-

³⁵ Vgl. Copland and Weston (1988), S. 80ff., und Krebs (1988), S. 46.

ten Eigenschaft von Risiko-Nutzenfunktionen. Hierzu greifen wir auf das Theorem von Neumann und Morgenstern zurück:

Theorem 2.1³⁶: Hypothese des erwarteten Nutzens

$$X \succeq Y \text{ wenn } E[u(x)] = \int_{\omega \in \Omega} u(\omega) dF_X(\omega) \geq E[u(Y)] = \int_{\omega \in \Omega} u(\omega) dF_Y(\omega) \quad (\text{GL 2.11})$$

Der Beweis von Theorem 2.1 kann in von Neumann und Morgenstern (1947) nachgeschlagen werden.

Die Hypothese des erwarteten Nutzens geht somit davon aus, dass Wirtschaftssubjekte ihre Präferenzen bezüglich einem risikobehafteten Ergebnis über die Familien von Ω Endzuständen ausdrücken. Bei einer gegebenen Präferenzrelation \succeq und den Axiomen der Messbarkeit sowie der Ordnung ist es dann möglich, risikobehaftete Ergebnisse mit den erwarteten Werten der Risiko-Nutzenfunktion u zu bestimmen.³⁷ Dabei wird u oft als Bernoulli-Nutzenfunktion bezeichnet und $E[u(\cdot)]$ als die von Neumann und Morgenstern erwartete Risiko-Nutzenfunktion.³⁸

Mit der Hypothese des erwarteten Nutzens haben wir einen wichtigen Baustein erarbeitet, mit dem sich unsichere Ereignisse erfassen und auf der Basis des erwarteten Nutzens in eine Reihenfolge bringen lassen. Im nächsten Abschnitt gehen wir einen Schritt weiter und befassen uns näher mit der Frage, wie sich unsichere Ereignisse unter Berücksichtigung der Risiko-Nutzenfunktion eines Wirtschaftsteilnehmers ordnen lassen.

2.2.2 Stochastische Dominanz

Die allgemeinste Regel, um unsichere Ergebnisse nach von Neumann und Morgensterns Kriterien zu ordnen, ist jene der stochastischen Dominanz. Sie gilt unter der Annahme, dass jeder Wirtschaftsteilnehmer, risikoavers oder nicht, versuchen wird, sein erwartetes Vermögen W zu maximieren. Werden nun zwei unsichere Ergebnisse X und Y betrachtet, die eine Verteilung $F_X(w)$ respektive $S_Y(w)$ aufweisen, ist X gegenüber

³⁶ Vgl. Kreps (1988), S. 46.

³⁷ Vgl. Copland and Weston (1988), S. 82, und Moix (2000), S. 30.

³⁸ Vgl. Mas-Colell et al. (1995), S. 184.

Y stochastisch dominant in der *ersten Ordnung*, wenn für eine stetig steigende Risiko-Nutzenfunktion gilt³⁹:

$$F_X(w) \leq S_Y(w), \text{ für alle } w \quad (\text{GL 2.12})$$

und

$$F_X(w_i) < S_Y(w_i), \text{ für einige } w_i \quad (\text{GL 2.13})$$

Das bedeutet, dass ein nicht gesättigtes Individuum das Risiko X dem Risiko Y vorziehen wird. Mit der stochastischen Dominanz erster Ordnung ist gewährleistet, dass der erwartete Nutzen von X bei stetig steigenden Risiko-Nutzenfunktionen immer grösser sein wird als jener von Y .

Die stochastische Dominanz zweiter Ordnung geht neben der Annahme einer steigenden Risiko-Nutzenfunktion davon aus, dass der Gesamtnutzen mit einer abnehmenden Wachstumsrate zunimmt. Damit sind die betrachteten Risiko-Nutzenfunktionen konkav. Individuen mit einer solchen Risiko-Nutzenfunktion sind risikoavers. Das unsichere Ereignis x wird stochastisch dominant über y für alle risikoaversen Wirtschaftssubjekte sein, wenn folgende Ungleichung gilt⁴⁰:

$$\int_{-\infty}^w [S_X(w) - F_X(w)] dw \geq 0, \text{ für alle } w \quad (\text{GL 2.14})$$

und

$$S_Y(w_i) \neq F_X(w_i), \text{ für einige } w_i \quad (\text{GL 2.15})$$

Für einen risikoaversen Investor ist die Anlage x gegenüber der Anlage y also stochastisch dominant, wenn die kumulierte Wahrscheinlichkeit von y für ein gegebenes Vermögensniveau immer grösser ist als die kumulierte Fläche von x . Die stochastische Dominanz zweiter Ordnung verlangt dann, dass die Differenz der Flächen unter der kumulierten Verteilungsfunktion aus Gleichung 2.14 für jedes Vermögensniveau positiv sein muss. Das Konzept der stochastischen Dominanz ist ein sehr wichtiges Instrument. Es baut auf der Theorie der Nutzenmaximierung auf und lässt sich auf jede Wahrscheinlichkeitsfunktion anwenden, um unsichere Ergebnisse zu ordnen. Zudem können wir

³⁹ Vgl. Copland and Weston (1988), S. 92.

⁴⁰ Vgl. Copland and Weston (1988), S. 93.

sicherstellen, dass ein risikoaverses Individuum eine Anlage mit stochastischer Dominanz zweiter Ordnung gegenüber einer anderen immer bevorzugen wird, unabhängig von der spezifischen Form seiner Risiko-Nutzenfunktion. Neben der stochastischen Dominanz kennt die Literatur noch den «Mean-Variance-Ansatz», um unsichere Ereignisse zu erfassen und zu bewerten. Diesen Ansatz werden wir zu einem späteren Zeitpunkt in Abschnitt 2.4 besprechen.

Abschliessend wollen wir in diesem Abschnitt die Einstellung der Marktteilnehmer zum Risiko näher betrachten. Damit gewinnen wir mehr Informationen über die Beschaffenheit der Risiko-Nutzenfunktion eines Marktteilnehmers. Zu diesem Zweck gehen wir im nächsten Abschnitt auf die Arbeiten von Pratt und Arrow ein, die Mitte der 1960er-Jahre das Konzept der Risiko-Aversion eingeführt haben.

2.2.3 Einstellung gegenüber dem Risiko

Pratt (1964) und Arrow (1965) haben mit ihrer Arbeit die Grundlagen zur Theorie der Risiko-Einstellung für nutzenmaximierende Wirtschaftssubjekte gelegt. Betrachten wir eine Risiko-Nutzenfunktion, die sich zweimal ableiten lässt, und ein gegebenes Vermögen w . Unter der Annahme, dass die Wirtschaftsteilnehmer nicht gesättigt sind, bevorzugen es diese, mehr Vermögen zu besitzen als weniger. Aus diesem Grund wird die erste Ableitung der Risiko-Nutzenfunktion der Letztgenannten positiv sein: $u'(w) > 0$.

In Abhängigkeit der Risiko-Einstellung des untersuchten Wirtschaftsteilnehmers wird dann die Wölbung seiner Risiko-Nutzenfunktion mehr oder weniger ausgeprägt ausfallen. Diese Ausprägung schlägt sich in der zweiten Ableitung der Risiko-Nutzenfunktion nieder. Um sich dies vor Augen zu führen, betrachte man eine faire Wette anhand der Zufallsvariablen Y , die einen Erwartungswert $E[Y] = 0$ hat und eine Varianz von $\text{Var}[Y] > 0$ aufweist. In diesem Fall entspricht der Erwartungswert des Vermögens $E[w + Y] = w$. Ein Wirtschaftsteilnehmer wird als risikoavers bezeichnet, wenn bei einem gegebenen Vermögensniveau w , $u(w) > E[u(w + Y)]$ ist. Wenn diese Bedingung für sämtliche Vermögensniveaus gilt, wird der Wirtschaftsteilnehmer als global risikoavers bezeichnet. Eine hinreichende und notwendige Bedingung für die globale Risiko-Aversion ist eine strikt konkave Risiko-Nutzenfunktion: $u''(w) < 0$.⁴¹ Entspricht die

⁴¹ Vgl. Ingersoll (1987), S. 37.

zweite Ableitung der Risiko-Nutzenfunktion $u''(w) = 0$, wird der Investor als risikoneutral und im Fall von $u''(w) > 0$ als risikofreudig bezeichnet.

Die Risiko-Aversion kann dann über die Funktion $r(w)$ folgendermassen bestimmt werden⁴²:

$$r(w) = -\frac{u''(w)}{u'(w)} \quad (\text{GL 2.16})$$

Diese wird auch als Arrow-Pratt-Funktion der absoluten Risiko-Aversion (ARA) bezeichnet. Die Definition vermittelt uns eine bessere Einsicht in das menschliche Verhalten bei risikobehafteten Entscheidungen. In einem Versicherungskontext kann dieses Mass für ein bestimmtes Vermögensniveau w_s zur Bestimmung der Risikoprämie angewendet werden, die ein risikoaverses Individuum für das Meiden eines bestimmten Risikos zu bezahlen bereit ist. Ist w_s das Vermögensniveau, das mit Gewissheit erzielt werden kann, so gilt:

$$E[u(w + Y)] = u(w_s) \quad (\text{GL 2.17})$$

Dabei entspricht w_s dem äquivalenten sicheren Niveau von $E[w + Y]$. $H(Y)$ definiert als $H(Y) = E[w + Y] - w_s$ stellt dann die Risikoprämie für die Übernahme des Risikos Y dar. Moix (2000) weist darauf hin, dass sich der linke Term aus Gleichung 2.17 mit einem Taylor-Polynom um den Punkt w approximieren lässt:

$$\begin{aligned} E[u(w + Y)] &\approx E[u(w)] + u'(w)E[Y] + \frac{1}{2}u''(w)E[Y^2] \\ &\approx u(w) + \frac{1}{2}u''(w)\text{Var}[Y] \end{aligned} \quad (\text{GL 2.18})$$

Für die rechte Seite gilt hingegen:

$$u(w_s) \approx u(w) - u'(w)H(Y) \quad (\text{GL 2.19})$$

⁴² Vgl. Copland and Weston (1988), S. 89.

Die Risikoprämie $H(Y)$ lässt sich dann folgendermassen approximieren⁴³:

$$H(Y) \approx \frac{1}{2} \text{Var}[Y] \left[-\frac{u''(w)}{u'(w)} \right] \quad (\text{GL 2.20})$$

Ein nicht gesättigtes risikoaverses Individuum wird entsprechend, wie wir bereits weiter oben gesehen haben, bereit sein, eine positive Prämie zu bezahlen, um das Risiko Y zu meiden. Die Prämie hängt klar vom Risiko ab, welches in Gleichung 2.20 durch die Varianz von Y gegeben ist. Je grösser die Risiko-Aversion, desto höher wird die Prämie ausfallen. Zu beachten ist, dass die Taylor-Approximation für nichtlineare Risiko-Nutzenfunktion ausschliesslich in der näheren Umgebung von w eine gute Approximation ergibt, womit sich diese hauptsächlich zur Bestimmung von Risikoprämien für kleinere Risiken eignet.

Arrow und Pratt führen neben der absoluten Risiko-Aversion noch ein zweites Mass ein. Wird die Funktion $r(w)$ mit dem Vermögensniveau des Individuums multipliziert, erhalten wir die Funktion $r^*(w)$, die der relativen Risiko-Aversion (RRA) entspricht und sich folgendermassen darstellen lässt⁴⁴:

$$r^*(w) = -w \frac{u''(w)}{u'(w)} \quad (\text{GL 2.21})$$

Eine konstante relative Risiko-Aversion (RRA) bedeutet, dass der betrachtete Wirtschaftsteilnehmer eine konstante Risiko-Aversion für proportionale Vermögensverluste besitzt, obwohl der absolute Verlust wächst. Eine breit angewendete Klasse von Von-Neumann-Morgenstern-Risiko-Nutzenfunktionen lassen sich aus der hyperbolischen Risiko-Nutzenfunktion für die absolute Risiko-Aversion bestimmen⁴⁵:

$$u(w) = \frac{1-\gamma}{\gamma} \left(\frac{aw}{1-\gamma} + b \right)^\gamma \text{ mit } a, b > 0 \quad (\text{GL 2.22})$$

In Tabelle 2.1 finden sich einige Spezialfälle, die in der Literatur oft angeführt werden. In Abhängigkeit der Risiko-Einstellung eines Wirtschaftsteilnehmers eignet sich die eine oder andere Risiko-Nutzenfunktion besser, um dessen Präferenzen darzustellen. So eignet sich etwa die lineare Risiko-Nutzenfunktion sehr gut, um die Präferenzen eines

⁴³ Vgl. Moix (2000), S. 35.

⁴⁴ Vgl. Ingersoll (1987), S. 50.

⁴⁵ Vgl. Moix (2000), S. 36.

risikoneutralen Individuums darzustellen. Die quadratische Risiko-Nutzenfunktion⁴⁶ spielt in der Mean-Variance-Analyse⁴⁷ eine wichtige Rolle. Mit ihr lässt sich der erwartete Nutzen einer bestimmten Rendite besser bestimmen, wenn ein risikoaverser Marktteilnehmer bei einem zunehmenden Risiko eine überproportional hohe Rendite fordert. Im Fall des Vermögens geht man bei einer quadratischen Risiko-Nutzenfunktion hingegen davon aus, dass die Risiko-Aversion mit wachsendem Vermögen steigt.

Tabelle 2.1: Von-Neumann-Morgenstern-Risiko-Nutzenfunktion

Nutzenfunktion U(W)	U(W)	Parameter	ARA(W)	RRA(W)
linear	aw	$\gamma = 1$	0	0
exponentiell	$\frac{1-\gamma}{\gamma} \left(\frac{aw}{1-\gamma} \right)^\gamma$	$\gamma < 1, b = 0$	$\frac{1-\gamma}{w}$	$1-\gamma$
exponentiell erster Art (quadratisch)	$-\frac{1}{2}(-aw + b)^2$	$\gamma = 2$	$\frac{a}{b-aw}$	$w \left(\frac{a}{b-aw} \right)$
exponentiell zweiter Art (logarithmisch)	$\ln(w)$	$\gamma = b = 0$	$\frac{1}{w}$	1
negativ exponentiell	$-e^{-aw}$	$\gamma \rightarrow -\infty, b = 1$	a	aw

Das lässt sich dann so interpretieren, dass das Vermögen den Saturierungspunkt erreicht hat. Durch die zusätzliche Risikoübernahme entsteht kein zusätzlicher Nutzen. Bei einer logarithmischen Risiko-Nutzenfunktion stellt die Risiko-Aversion eine sinkende Funktion des Vermögens dar. Das lässt sich so interpretieren, dass die Risiko-Aversion mit steigendem Vermögen kleiner wird. Für einige Marktteilnehmer dürfte diese Hypothese durchaus zutreffen. Auf diesen Punkt kommen wir in Kapitel 4 erneut zu sprechen. Die negativ exponentielle Risiko-Nutzenfunktion wird in der Risikothorie oft angewendet und führt zu einer konstanten Risiko-Aversion. Diese Risiko-Nutzenfunktion eignet sich – im Rahmen der Investitionsentscheidung – für die Beurteilung von nichtskalierten

⁴⁶ Obwohl die quadratische Risiko-Nutzenfunktion möglicherweise die am weitesten verbreitete ist, verletzt sie zwei grundlegende Annahmen der Nutzentheorie. Einerseits ist die Funktion nicht über den ganzen Definitionsbereich steigend. Das widerspricht der Annahme von nicht gesättigten Wirtschaftssubjekten. Andererseits weist sie eine steigende, absolute Risiko-Aversion auf. Das Beispiel zeigt sehr gut auf, dass ein Modell immer eine Vereinfachung der Realität darstellt und somit Risiken mit sich bringt, die stets überwacht werden müssen.

⁴⁷ Vgl. Abschnitt 2.4.1.

Grössen, etwa eine Renditen eines Portfolios. Nicht geeignet ist diese Risiko-Nutzenfunktion für die Beurteilung des Nutzens bezüglich skalierten Grössen⁴⁸, wie dies der Fall beim Vermögen ist.

Mit dieser abschliessenden Betrachtung haben wir die Grundlagen gelegt, um die aktuarische und kapitalmarkttheoretische Erfassung und Bewertung eines Risikos anzugehen. Obwohl die beiden Lehrgebäude auf derselben Basis aufbauen, entwickelten sich ihre Wege lang isoliert voneinander. Erst in den letzten Jahren fand eine Annäherung statt. Dies geschah aufgrund der Konvergenz zwischen Versicherungs- und Kapitalmärkten, die das Bedürfnis nach vergleichbaren Bewertungsmethoden eines Risikos hervorgerufen haben. Betrachtet man unter vielen anderen die Arbeiten von Gerber und Shiu (1995), Gerber und Pafumi (1998), Bühlmann, Delbaen, Embrechts und Shiryaev (1998), Embrechts (2000) und Wang (2001) lässt sich dieser Prozess gut nachvollziehen.

In den nächsten zwei Abschnitten befassen wir uns näher mit den beiden Entwicklungswegen: Einerseits bereiten wir damit die theoretischen Grundlagen und die Notationen für Kapitel 3 und 4 vor. Andererseits hilft uns dies, die unterschiedliche Erfassung und Bewertung eines Risikos in der aktuarischen und kapitalmarkttheoretischen Sicht besser zu verstehen, die auch zu unterschiedlichen Bewertungen dieses Risikos führen.

2.3 Aktuarische Erfassung und Bewertung eines Risikos

2.3.1 Grundlagen der aktuarischen Mathematik zur Erfassung eines Risikos

Eine gute Einführung in die konzeptionelle sowie in die aktuarische Mathematik geben Bühlmann (1970), Goovaerts (1984), Bowers et al. (1986) und Gerber (1997). Im Sinne einer Abgrenzung beschränken wir uns in der vorliegenden Arbeit auf die aktuarische Erfassung der biometrischen Risiken einer Lebensversicherung. Wir gehen insbesondere auf die formelle Erfassung und die Bewertung von Renten ein. Damit legen wir die Grundlagen für die Definition und die Erfassung des Langleberisikos in Kapitel 3. Um das Verständnis für die aktuarischen Notationen zu fördern und gleichzeitig die Ba-

⁴⁸ Vgl. Müller (1998).

sis für die später folgende stochastische Betrachtung der Entwicklung der Sterblichkeit einer bestimmten Kohorte⁴⁹ zu legen, gehen wir einleitend auf einige Grundbegriffe ein.

Wir betrachten ein neugeborenes Kind und definieren dessen voraussichtliches Sterbealter mit einer Zufallsvariable Y . Dafür lässt sich eine Verteilungsfunktion $F(y)$ bestimmen, so dass folgender Zusammenhang gilt⁵⁰:

$$F_Y(y) = \Pr(Y \leq y) \text{ mit } y \geq 0 \quad (\text{GL 2.23})$$

Dabei ist \Pr als Wahrscheinlichkeitsfunktion zu verstehen. Entsprechend lässt sich die Überlebensfunktion $s(y)$ definieren, wobei $s(y)$ für jedes positive y der Wahrscheinlichkeit entspricht, dass ein Neugeborenes das Alter y erreicht:

$$s(y) = 1 - F_Y(y) = \Pr(Y > y) \text{ mit } y \geq 0 \quad (\text{GL 2.24})$$

Dabei wird immer angenommen, dass die Gleichung $F(0) = 0$ und $s(0) = 1$ gilt. Anhand der Wahrscheinlichkeitstheorie lässt sich dann beispielsweise die bedingte Wahrscheinlichkeit berechnen, dass ein Neugeborenes, welches das Alter y überlebt hat, innerhalb k Jahre stirbt:

$$\Pr(y < Y \leq k / Y > y) = \frac{F_Y(k) - F_Y(y)}{1 - F_Y(y)} = \frac{s(y) - s(k)}{s(y)} \quad (\text{GL 2.25})$$

In der diskreten Zeitbetrachtung wird die zukünftige Lebensdauer $K(y)$ einer Person als Differenz $Y - y$ definiert, wobei Y für das Alter steht, in dem die Person stirbt, und y dem aktuellen Alter entspricht. $K(y)$ wird als «curtate future lifetime»⁵¹ bezeichnet. Um an das menschliche Leben gebundene Risiken zu erfassen, müssen wir wahrscheinkeitsbasierte Aussagen betreffend der «curtate future lifetime» $K(y)$ machen können. Für den Spezialfall von $K(0)$ wird die Wahrscheinlichkeit eines Neugeborenen,

⁴⁹ Die Kohorte entspricht der Anzahl Personen eines bestimmten Jahrgangs.

⁵⁰ Vgl. Bowers (1997), S. 52.

⁵¹ Die «curtate future lifetime» entspricht der Anzahl voller Jahre (diskreter Fall), die eine Person im Alter x noch leben wird.

y Jahre zu überleben, dann folgendermassen ausgedrückt:

$${}_sp_0 = s(y) \text{ mit } y \geq 0 \quad (\text{GL 2.26})$$

Um die praktische Handhabung von Sterbewahrscheinlichkeiten zu vereinfachen, greift man in der aktuariellen Literatur auf diese spezifischen Notationen zurück. Bis anhin haben wir die jeweilige Zufallsvariable mit Y bezeichnet, um den Wiedererkennungseffekt in unserem Gedankengang möglichst gross zu halten. In der aktuariellen Notation spielt die Wahl dieser Variable jedoch eine Rolle. Mit y wird das Alter einer Frau bezeichnet und mit x das Alter eines Mannes. Somit steht q_y für die Sterbewahrscheinlichkeit einer Frau, während q_x der Sterbewahrscheinlichkeit eines Mannes entspricht. Für die folgenden Überlegungen werden wir die männliche Definition anwenden.

In der Risikothorie bildet das Chapman-Kolmogorov-Theorem⁵² die Grundlage, um durch Multiplikation der einjährigen Sterbewahrscheinlichkeiten für unterschiedliche Alter eine Sterbewahrscheinlichkeit zu bilden. Das Theorem postuliert, dass in einer bestimmten Kohorte die beobachtete Anzahl der überlebenden Personen im Alter x die gleiche bedingte Überlebensfunktion aufweist wie im Fall eines Neugeborenen, welches das Alter x überlebt hat und weitere k Jahre überlebt. Damit gilt für den deterministischen⁵³ Fall⁵⁴:

$${}_kp_x = \frac{{}_{x+k}p_0}{{}_xp_0} = \frac{s(x+k)}{s(x)} \quad (\text{GL 2.27})$$

Die Person stirbt entsprechend innert k Jahren:

$${}_kq_x = 1 - \frac{s(x+k)}{s(x)} \quad (\text{GL 2.28})$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person im Alter x bis zum Alter $x+k$ überlebt,

⁵² Vgl. Koller (2000), S. 14.

⁵³ In diesem Fall bilden die aus der Vergangenheitserfahrung gewonnenen Sterbewahrscheinlichkeiten die Grundlage für die Bestimmung der zukünftigen Sterblichkeit. Man geht davon aus, dass diese über die Zeit konstant bleiben. Dies im Gegensatz zur stochastischen Betrachtung, wo die Sterblichkeitswahrscheinlichkeiten als Zufallsvariable betrachtet werden.

⁵⁴ Vgl. Bowers et al. (1997), S. 54.

lässt sich dann folgendermassen darstellen:

$${}_k p_x = 1 - {}_k q_x = \Pr(K(x) > k) \text{ mit } k \geq 0 \quad (\text{GL 2.29})$$

Entsprechend gilt für die Wahrscheinlichkeit, im Alter x innert k Jahren zu sterben:

$${}_k q_x = \Pr(K(x) \leq k) \text{ mit } k \geq 0 \quad (\text{GL 2.30})$$

Ist $k = 1$ wird auf den Index k verzichtet und die Überlebenswahrscheinlichkeit mit p_x bezeichnet. Mit Hilfe dieser Gesetzmässigkeiten lassen sich somit Aussagen über die Wahrscheinlichkeit machen, das eine Person im Alter x ein weiteres Jahr überlebt. Auf dieser Grundlage können weitere Aussagen betreffend der zukünftigen Lebensdauer einer Person im Alter x gemacht werden. Zu diesem Zweck betrachten wir dann die diskrete Zufallsvariable $K(x)$ «curtate future lifetime», die folgende Wahrscheinlichkeitsfunktion besitzt:

$$\Pr[K(x) = k] = {}_k p_x - {}_{k+1} p_x = {}_k p_x {}_1 q_{x+k} = {}_k | q_x \quad (\text{GL 2.31})$$

Gleichung 2.31 lässt sich so interpretieren, dass eine Person im Alter von 65 Jahren weitere k Jahre überlebt und am Ende des k -ten Jahres stirbt. Daraus lässt sich für $K(x)$ folgende diskrete Verteilungsfunktion bestimmen⁵⁵:

$$F_{K(x)}(y) = \sum_{h=0}^k {}_h | q_x = {}_{k+1} q_x, k > y \text{ und } h = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{GL 2.32})$$

Um den Zusammenhang zwischen der Wahrscheinlichkeitsfunktion des Sterbealters, die in einer Sterbetafel tabelliert wird, und der Wahrscheinlichkeitsfunktion der Lebensdauer $K(x)$ einer Person aufzuzeigen, greifen Bowers et al. (1986)⁵⁶ auf folgenden Zusammenhang zurück:

$$q_x = 1 - \frac{s(x+1)}{s(x)} \quad (\text{GL 2.33})$$

Sie betrachten eine Gruppe von l_0 Neugeborenen, bei der etwa die Anzahl $l_0 = 100'000$ entspricht. Jedes der Neugeborenen wird dann eine bestimmte Lebensdauer $K(x)$ haben, die durch die Überlebensfunktion $s(x)$ bestimmt wird. Betrachten wir anschliessend in

⁵⁵ Vgl. Bowers et al. (1997), S. 54.

⁵⁶ Vgl. Bowers et al. (1997), S. 52.

dieser Kohorte die Anzahl der Überlebenden $L(x)$, die das Alter x erreicht haben, und indexieren jede überlebende Person mit $j = 1, 2, 3, \dots, l_0$, erhalten wir:

$$L(x) = \sum_{j=1}^{l_0} I_j \quad (\text{GL 2.34})$$

Dabei stellt I_j die Indikatorfunktion für das Überleben vom Leben j dar:

$$I_j = \begin{cases} 1 & \text{wenn } j \text{ lebt} \\ 0 & \text{wenn } j \text{ stirbt} \end{cases} \quad (\text{GL 2.35})$$

Da $E[I_j] = s(x)$ entspricht, lässt sich $E[L(x)]$ folgendermassen definieren:

$$E[L(x)] = \sum_{j=1}^{l_0} E[I_j] = l_0 s(x) \quad (\text{GL 2.36})$$

Anschliessend wird es als $E[L(x)] = l_x$ definiert. Ausgehend von der ursprünglichen Anzahl Neugeborener l_0 aus einer Kohorte entspricht l_x der erwarteten Anzahl überlebender Personen im Alter x . Damit erhalten wir folgenden Zusammenhang:

$$l_x = l_0 s(x) \quad (\text{GL 2.37})$$

Für die Entwicklung der Anzahl Überlebender einer Kohorte, die in einem bestimmten Zeitpunkt t_0 einen Anfangsbestand von l_0 Personen zählt, lässt sich – unter einer deterministischen Betrachtung – die Gruppe der Überlebenden dann folgendermassen bestimmen⁵⁷:

$$l_x = l_{x-1} p_{x-1} = l_0 \left(\prod_{y=0}^{x-1} p_y \right) = l_0 {}_x p_0 \quad (\text{GL 2.38})$$

Die Schreibweise $l_0 {}_x p_0$ steht für das Produkt der einjährigen Überlebenswahrscheinlichkeiten. Hiermit haben wir die Grundlagen für die aktuarische Definition von Sterbe- und Überlebenswahrscheinlichkeiten gelegt und das Konzept der deterministischen Gruppe der Überlebenden kennengelernt. Bevor wir nun auf die ersten zwei Momente der Verteilung von $K(x)$ eingehen, führen wir an dieser Stelle ein Theorem⁵⁸ ein. Es wird uns bei der Bildung von Erwartungswerten von grosser Hilfe sein.

⁵⁷ Vgl. Bowers et al. (1997), S.67.

⁵⁸ Für einen Beweis dieses Theorems vgl. Bowers et al. (1997), Annex 5.

Theorem 2.2: Erwartungswerte der Summe über das Produkt zweier Funktionen

Ist K eine diskrete Zufallsvariable, die ausschliesslich Wahrscheinlichkeiten für positive natürliche Zahlen besitzt, für die eine Verteilungsfunktion $G(k)$ und eine Wahrscheinlichkeitsfunktion, so dass $g(k) = \Delta G(k-1)$ gilt, und $z(k)$ eine nicht negative monotone Funktion ist, so dass $E[z(K(x))]$ existiert, dann gilt:

$$\begin{aligned} E[z(K)] &= \sum_{k=0}^{\infty} z(k)g(k) \\ &= z(0) + \sum_{k=0}^{\infty} [1 - G(k)]\Delta z(k) \end{aligned} \quad (\text{GL 2.39})$$

Für den Fall, dass K der «curtate future lifetime» $K(x)$ einer Person im Alter x entspricht, lässt sich dieses Resultat einsetzen, um die erwartete Lebensdauer dieser Person zu bestimmen. Für $K(x)$ erhalten wir dann folgenden Erwartungswert⁵⁹:

$$E[z(K(x))] = z(0) + \sum_{k=0}^{\infty} \Delta z(k) {}_{k+1}p_x \quad (\text{GL 2.40})$$

Womit gilt:

$$E[K(x)] = \sum_{k=0}^{\infty} k {}_k p_x q_{x+k} = \sum_{k=0}^{\infty} {}_k p_x = e_x \quad (\text{GL 2.41})$$

Dabei übernimmt k die Rolle von $z(k)$. $E[K(x)]$ entspricht dann der erwarteten «curtate future lifetime», die mit der Notation e_x bezeichnet wird. Mit dieser Grundlage lässt sich dann auch das zweite Moment der Verteilung von $E[K(x)]$ bestimmen:

$$E[K(x)^2] = \sum_{k=0}^{\infty} k^2 {}_k p_x q_{x+k} = \sum_{k=0}^{\infty} (2k+1) {}_{k+1} p_x \quad (\text{GL 2.42})$$

Dabei übernimmt k^2 die Rolle von $z(k)$. Die Varianz entspricht dann:

$$\begin{aligned} \text{Var}[K(x)] &= E[K(x)^2] - E[K(x)]^2 = \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} (2k+1) {}_{k+1} p_x - e_x^2 \end{aligned} \quad (\text{GL 2.43})$$

Mit Gleichung 2.25 haben wir eine Dichtefunktion für die bedingte Wahrscheinlichkeit eingeführt, dass eine Person im Alter x innert z Jahren sterben wird. Wird nun die Differenz $x - z$ als konstant angenommen, etwa mit c und als Funktion von x ausgedrückt, lässt sich die bedingte Wahrscheinlichkeit definieren, dass eine neugeborene

⁵⁹ Vgl. Bowers (1997), S. 69.

Person mit null Jahren das Alter x erreicht und innert c Jahren stirbt. Analog lässt sich die Dichtefunktion für $z = x + \Delta t$ definieren:

$$\Pr(x < X \leq x + \Delta x / X > x) = \frac{F_X(x + \Delta x) - F_X(x)}{1 - F_X(x)} \cong \frac{f_X(x) \Delta x}{1 - F_X(x)} \quad (\text{GL 2.44})$$

Gleichung 2.44 entspricht dann der Dichtefunktion der bedingten Wahrscheinlichkeit im Alter X zu sterben, vorausgesetzt, dass die Person das Alter x erreicht hat. Diese Funktion wird als Sterbeintensität $\mu(x)$ bezeichnet und entspricht formell:

$$\mu(x) = \frac{f_X(x)}{1 - F_X(x)} = \frac{-s'(x)}{s(x)} \geq 0 \quad (\text{GL 2.45})$$

Die Sterbeintensität ist darum ein wichtiges Konzept, weil sich mit dieser Funktion die Sterbeordnung über sämtliche Altersklassen in einem bestimmten Zeitpunkt beschreiben lässt. Diese lässt sich gut mit einer exponentiellen Funktion approximieren. Durch die Logarithmierung dieser Funktion erhalten wir einen beinahe linearen Zusammenhang zwischen dem Alter x und der Sterblichkeit q_x . Wie wir in Kapitel 3 noch sehen werden, wird oft auf dieses Konzept zurückgegriffen, um die Sterblichkeitsveränderung zu modellieren.

Basierend auf dem soeben dargestellten Wahrscheinlichkeitskonzept lassen sich die bedingten Leistungsversprechen einer Lebensversicherung definieren. Um uns dem Thema des Langleberisikos anzunähern, erweitern wir das soeben beschriebene Konzept und richten unseren Fokus auf die Zahlungsströme, die an das Überleben einer Person gebunden sind. Zu diesem Zweck gehen wir zunächst auf die theoretischen Grundlagen ein, die zur Definition von Rentenleistungen und deren Reservierung in der Lebensversicherung wichtig sind.

Eine Leibrente besteht grundsätzlich aus einer Reihe von Zahlungen, die zur Auszahlung gelangen, solange die versicherte Person lebt. Da die Lebensdauer $K(x)$ ex ante nicht bekannt ist, entspricht der Barwert dieser Rente einer Zufallsvariablen, die Gerber (1997)⁶⁰ mit Y definiert. Für unsere Zwecke wollen wir von einer sofort beginnenden Leibrente ausgehen, die vollkommen ausfinanziert ist und bei der zu Beginn einer Periode eine Geldeinheit ausgeschüttet wird. Im Sinne einer Vereinfachung wollen wir zudem annehmen, dass der Zinssatz i sowie der Diskontierungsfaktor v konstant bleiben.

⁶⁰ Vgl. Gerber (1997), S. 34ff.

Den Diskontierungsfaktor v definieren wir dann wie folgt:

$$v = \frac{1}{1+i} \quad (\text{GL 2.46})$$

Die Kosten für die Verwaltung wollen wir in dieser Betrachtung vernachlässigen. Bei einer sofort beginnenden Leibrente finden die jährlichen Zahlungen zu den Zeitpunkten $0, 1, \dots, K$ statt. Der Leistungsbarwert $\ddot{a}_{\overline{K+1}|}$ entspricht dann folgendem Wert:

$$Y = 1 + v + v^2 + \dots + v^K = \ddot{a}_{\overline{K+1}|} \quad (\text{GL 2.47})$$

Da Y einer Zufallsvariablen entspricht, die von der Lebensdauer K einer Person abhängig ist, lässt sich für diese eine Verteilungsfunktion⁶¹ definieren:

$$\Pr[Y = \ddot{a}_{\overline{k+1}|}] = \Pr[K = k] = {}_k p_x - {}_{k+1} p_x = {}_k p_x q_{x+k} = {}_k | q_x, k = 1, 2, \dots \quad (\text{GL 2.48})$$

Gleichung 2.48 lässt sich als Wahrscheinlichkeit interpretieren, dass eine Person im Alter x weitere K Jahre überlebt und dann im Alter $x + K$ innerhalb eines Jahres stirbt. Betrachten wir die Leibrente als Kapital, entspricht der erwartete Rentenbarwert \ddot{a}_x dem Erwartungswert des Leistungsbarwerts $\ddot{a}_{\overline{K+1}|}$:

$$\ddot{a}_x = \sum_{k=0}^{\infty} \ddot{a}_{\overline{k+1}|k|} q_x \quad (\text{GL 2.49})$$

Anhand der Ergebnisse aus Theorem 2.2 und unter Berücksichtigung, dass für $\Delta \ddot{a}_{\overline{k+1}|}$ die Gleichung $\Delta \ddot{a}_{\overline{k+1}|} = v^{k+1}$ gilt⁶², erhalten wir für \ddot{a}_x aus Gleichung 2.49 folgenden Wert:

$$\ddot{a}_x = 1 + \sum_{k=0}^{\infty} v^{k+1} {}_{k+1} p_x \quad (\text{GL 2.50})$$

Eine Person, die im Alter x eine Leibrente von einem Franken bei einer Lebensversicherung einkaufen will, muss also das Kapital \ddot{a}_x bereitstellen. In einer deterministischen Betrachtung lässt sich daher den Betrag \ddot{a}_x mit Gleichung 2.50 eindeutig bestimmen, weil ${}_{k+1} p_x$ einen bekannten Wert darstellt. Diese Prämie lässt sich als jenen Betrag interpretieren, den jede der l_x Personen im Alter x zu einem Fonds beitragen muss, so dass im Alter $x + k$ mit dem vorhandenen Kapital allen l_{x+k} Überlebenden eine lebens-

⁶¹ Vgl. Gerber (1997), S. 35.

⁶² Vgl. Bowers (1997), S. 143.

längliche sofort beginnende Rente bezahlt werden kann. Nach dem Äquivalenzprinzip⁶³ entsprechen sich bei Vertragsabschluss die Barwerte der Prämienzahlungen und der erwarteten Leistungen.

Zur Deckung der erwarteten Leistungen muss der Lebensversicherer bei Vertragsabschluss ein entsprechendes Deckungskapital V_x bereitstellen. Zur Deckung der erwarteten Verpflichtungen einer sofort beginnenden Leibrente wird somit im Zeitpunkt t_0 ein Kapital benötigt, das dem Rentenbarwert \ddot{a}_{65} entspricht. Das notwendige Deckungskapital V_{65+k} zur Bezahlung der Rente im Alter $65+k$ lässt sich dann mit folgender Rekursion bestimmen⁶⁴:

$$V_{65+k} = 1 + (\ddot{a}_{65+k+1})vp_{65+k} \quad (\text{GL 2.51})$$

Nimmt nun die Sterblichkeit über die Zeit ab, steigt die Überlebenswahrscheinlichkeit p_{65+k} . Entsprechend steigen die Verpflichtungen des Lebensversicherers und somit das notwendige Deckungskapital V_{65+k} . Für allfällige Deckungslücken muss nun der Lebensversicherer eine entsprechende Nachreservierung vornehmen. Nur so kann er sicherstellen, dass er im Zeitpunkt $65+k$ seinen Verpflichtungen gerecht werden kann. Im Zeitpunkt t_0 ist der Lebensversicherer mit dem Risiko konfrontiert, dass seine zukünftigen Rentenverpflichtungen höher ausfallen als erwartet. Dadurch erleidet er einen Verlust, was dem Langleberisiko eines Rentenportfolios entspricht.

Nachdem wir gesehen haben, wie die aktuarische Praxis ein Risiko erfasst und ein erstes Verständnis für das Langleberisiko eines Rentenportfolios gewonnen haben, gehen wir als nächstes auf die Frage der Bewertung eines Risikos ein. Wir widmen uns der Frage, welche Prämie der Lebensversicherer für die Risikoübernahme erhalten sollte. Die aktuarische Praxis greift für die Bewertung von Risiken auf Prämienprinzipien zurück. Die mathematischen Grundlagen für die heute bekannten Prämienberechnungsprinzipien wurden durch Bühlmann (1970) mit der Einführung der Nullnutzen-Prämie gelegt. Diese wurde durch Gerber (1980) und Goovaerts (1984) umfassend bearbeitet und axiomatisch legitimiert. Im nächsten Abschnitt zeigen wir summarisch auf, wie sich ein Risiko aktuarisch bewerten lässt. Abschliessend wenden wir uns den wichtigsten Prämienprinzipien zu.

⁶³ Vgl. Bowers et al. (1997), S. 167, Gerber (1997), S. 49, und Koller (2000), S. 55.

⁶⁴ Vgl. Gerber (1997), S. 42–43.

2.3.2 Aktuarische Bewertung eines Risikos

Im vorliegenden Abschnitt zeigen wir die aktuarische Bewertung eines Risikos anhand eines Beispiels auf. Zu diesem Zweck betrachten wir eine Person, die ihr Vermögen w gegen ein Risiko Y bei einer Lebensversicherung (LV) schützen möchte. Wir nehmen dabei an, dass die Person eine Risiko-Nutzenfunktion $u(w)$ besitzt und es keine Transaktionskosten gibt. Wir nehmen des Weiteren an, dass die Verteilung des Risikos Y bekannt ist. Die betrachtete Person steht nun vor der Entscheidung, das Risiko selbst zu tragen oder dieses gegen die Entrichtung einer Prämie $H_p(Y)$ an die Lebensversicherung abzutreten. Dabei stellt sich nun für beide Parteien die Frage des ökonomischen Wertes dieses Schutzes. Zur Bewertung eines Risikos Y greift die Lebensversicherung auf den erwarteten Schaden $E[Y]$ zurück. Sie legt eine Prämie fest, die dem erwarteten Schaden $E[Y] = \mu = H_p(Y)$ entspricht, wobei μ der Nettoprämie gleichkommt. Mathematisch lässt sich dies folgendermassen festhalten⁶⁵:

$$u(w - H_p(Y)) = E[u(w - Y)] \quad (\text{GL 2.52})$$

Die rechte Seite von Gleichung 2.52 entspricht dem erwarteten Nutzen der Person mit einem Vermögen w , wenn diese keine Versicherung abschliesst. Die linke Seite entspricht hingegen dem Nutzen mit Versicherungsschutz. Betrachten wir dann den einfachen Fall, in welchem der Versicherungsnehmer eine lineare Risiko-Nutzenfunktion $u(w) = bw + d$ mit $b > 0$ besitzt. Er wird die Situation mit Versicherungsschutz jener ohne Versicherungsschutz vorziehen, wenn⁶⁶:

$$\begin{aligned} u(w - H_p(Y)) &= b(w - H_p(Y)) + d \geq E[u(w - Y)] = E[b(w - Y) + d] \\ b(w - H_p(Y)) + d &\geq E[b(w - Y) + d] \\ H_p(Y) &\leq E[Y] \end{aligned} \quad (\text{GL 2.53})$$

Bei einer linearen Risiko-Nutzenfunktion würde der Versicherungsnehmer eine Versicherung abschliessen, wenn diese weniger kostet als die Kosten für den erwarteten Schaden betragen. Unter diesen Umständen würde das Lebensversicherungsgeschäft keinen ökonomischen Wert erzeugen, weil die Zahlungsbereitschaft des Kunden unter den Entstehungskosten liegen. Anders ist die Situation bei einem risikoaversen Individuum. Wir haben weiter oben gesehen, dass ein risikoaverses Individuum zwar eine

⁶⁵ Vgl. Bowers et al. (1997), S. 8.

⁶⁶ Vgl. Bowers et al. (1997), S. 8.

steigende, aber konkave Risiko-Nutzenfunktion aufweist. Deren erste Ableitung entspricht $u'(w) > 0$, aber dies mit einem sinkenden Grenznutzen, so dass $u''(w) < 0$ ist. Die Jensens-Ungleichung besagt, dass für eine Zufallsvariable X und eine Risiko-Nutzenfunktion $u(w)$ folgender Zusammenhang gilt⁶⁷:

$$\begin{aligned} \text{wenn } u''(w) < 0 \text{ dann } E[u(Y)] &\leq u(E[Y]) \\ \text{wenn } u''(w) > 0 \text{ dann } E[u(Y)] &\geq u(E[Y]) \end{aligned} \quad (\text{GL 2.54})$$

Damit lässt sich zeigen, dass ein risikoaverses Individuum bereit ist, für den Risikoschutz mehr zu bezahlen als für den erwarteten Schaden:

$$u(w - H(Y)) = E[u(w - Y)] \leq u(w - E[Y]) \quad (\text{GL 2.55})$$

Das impliziert, dass die Prämie höher ist als der erwartete Schaden:

$$H_p(Y) \geq E[Y] \quad (\text{GL 2.56})$$

Zur Fortsetzung des Gedankengangs möchten wir nun auch die Seite der Lebensversicherung betrachten. Wir nehmen an, dass die Lebensversicherung eine Risiko-Nutzenfunktion besitzt, die direkt von ihrem Vermögen abhängig ist. Die minimale Prämie, die der Lebensversicherer für die Übernahme des Risikos Y akzeptieren wird, entspricht dann⁶⁸:

$$u(w) = E[u(w + H_v(Y) - Y)] \quad (\text{GL 2.57})$$

Die linke Seite stellt dabei den Nutzen des aktuellen Vermögens w des Lebensversicherers dar. Demgegenüber stellt die rechte Seite den erwarteten Nutzen durch die Risikoübernahme dar, die mit einer Prämie $H_v(Y)$ entschädigt wird. Wenn nun die Risiko-Nutzenfunktion des Lebensversicherers so ist, dass diese den Bedingungen $u'(w) > 0$ und $u''(w) < 0$ genügt, können wir anhand der Jensen-Ungleichung⁶⁹ folgenden Zusammenhang herstellen:

$$u(w) = E[u(w + H_v(Y) - Y)] \leq u(w + H_p(Y) - E[Y]) \quad (\text{GL 2.58})$$

⁶⁷ Vgl. Bowers et al. (1997), S. 9.

⁶⁸ Vgl. Bowers et al. (1997), S. 10.

⁶⁹ Vgl. Bowers et al. (1997), S. 9.

Dabei gilt für $H_v(Y)$:

$$H_v(Y) \geq E[Y] \quad (\text{GL 2.59})$$

Ein Angebot wird dann zustande kommen, wenn:

$$H_p(Y) \geq H_v(Y) \geq E[Y] \quad (\text{GL 2.60})$$

Für die Risikoübernahme definiert die aktuarielle Praxis – basierend auf dem Prinzip des äquivalenten Nutzens⁷⁰ – Prämienprinzipien, die unterschiedlichen Anforderungen genügen. Formell definiert Bühlmann (1980) ein Prämienberechnungsprinzip als eine Funktion H , die einer Zufallsvariablen Y (respektive ihrer Verteilungsfunktion $F(y)$) eine reale Zahl H zuweist. Durch die Wahl einer spezifischen Risiko-Nutzenfunktion für u lassen sich dann verschiedene Prämienprinzipien definieren.

Für die Definition eines Prämienprinzips betrachten wir S als eine Familie von nicht negativen Zufallsvariablen $X; Y; Z$ über den Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, F, P) , die unsere Versicherungsrisiken darstellen. H entspricht dann dem Prämienprinzip respektive der Funktion, die den Risiken von S eine entsprechende nicht negative reale Zahl zuweist. Die Funktion H sollte dann einige wünschenswerte Eigenschaften besitzen.⁷¹ Eine Übersicht dieser Eigenschaften haben wir in Anhang A festgehalten. Nicht jedes Prämienprinzip wird sämtliche dieser Attribute mit sich bringen. Entsprechend werden Prämienprinzipien auch situativ einzusetzen, was immer eine gewisse arbiträre Entscheidung nach sich zieht.

In der Folge stellen wir eine Auswahl von klassischen Prinzipien vor, um deren Aufbau besser zu verstehen. Abschliessen bringen wir einige Kritikpunkte an, die sich im Kontext der Risiko-Intermediation als hinderlich erweisen, um eine Marktbewertung eines Versicherungsrisikos vorzunehmen.

A. Das Nettoprämienprinzip:

Beim Nettoprämienprinzip wird für die Prämienbestimmung ausschliesslich auf die Risiko-Eigenschaften zurückgegriffen. Dabei basiert die Prämie grundsätzlich auf der

⁷⁰ Vgl. Bowers et al. (1997), S. 167, Gerber (1997), S. 49.

⁷¹ Vgl. Young V. (2004).

Äquivalenz zwischen:

$$H(Y) = E[Y] \quad (\text{GL 2.61})$$

Mit diesem Prämienprinzip wird kein Risikozuschlag vorgenommen. Es erfüllt sämtliche Eigenschaften, die wir im vorgehenden Abschnitt kennengelernt haben. Da 50 Prozent der Fläche unter der Dichtefunktion unterhalb des Erwartungswertes liegt, resultierte aus der direkten Anwendung dieses Prämienprinzips eine Ruinwahrscheinlichkeit von 50 Prozent. Das ist keine Grundlage, um einen nachhaltigen Risikoschutz anzubieten. Folglich fügt die aktuarische Praxis dem erwarteten Schaden eine Prämie für die Risikotragung hinzu. Je nachdem, wie der Risikozuschlag erfolgt, erhalten wir unterschiedliche Prämienprinzipien.

B. Das Erwartungswertprinzip:

Aufbauend auf dem Nettoprinzip wird im Erwartungswertprinzip ein zum Erwartungswert proportionaler Risikozuschlag hinzugefügt:

$$H(Y) = E[Y] + \pi E[Y] \quad (\text{GL 2.62})$$

Dieses Prinzip wird in der Versicherungswirtschaft oft eingesetzt und ist wegen seiner einfachen Erklärbarkeit in der Praxis von grosser Bedeutung. Dieses Prämienprinzip besitzt die in Anhang A aufgeführten Eigenschaften 3 (Legitimation Risikozuschlag), 4 (maximaler Verlust) und 5 (Translations-Invarianz) nicht. Gerade diese Eigenschaft wären im Zusammenhang mit der Risiko-Intermediation sehr wünschenswert. In einem Marktkontext ohne Unsicherheit lässt sich keine Prämie rechtfertigen. Entsprechend sollte der risikolose Teil durch die Aufteilung eines Risikos in einen risikobehafteten und einen risikolosen Teil keine Prämienerrhöhung auslösen.

C. Das Varianz- und Standardabweichungsprinzip

Beim Varianz- und Standardabweichungsprinzip wird dem erwarteten Schaden ein zum Risiko proportionaler Zuschlag hinzugefügt:

$$H(Y) = E[Y] + \pi \text{Var}[Y] \quad (\text{GL 2.63})$$

$$H(Y) = E[Y] + \pi \sqrt{\text{Var}[Y]} \quad (\text{GL 2.64})$$

Der Vorteil gegenüber dem Erwartungswertprinzip liegt darin, dass der Risikozuschlag mit wachsendem Risiko steigt. Entspricht $\text{Var}[Y] = 0$, erfolgt bei diesen beiden

Prinzipien kein ungerechtfertigter Schwankungszuschlag. Auch diese beiden Prinzipien haben den Nachteil, dass sie nicht auf einer entscheidungstheoretischen Basis beruhen. Diesem Mangel tragen das Nullnutzen- und Exponentialprinzip Rechnung.

D. Das Nullnutzen- und Exponentialprinzip:

Dieses Prämienprinzip basiert auf der Nutzentheorie, die wir in Kapitel 2 kennengelernt haben. Man betrachtet $u(w)$ als den Nutzen des Versicherers in Form von Ertrag oder Vermögen w , der durch die Risikoübernahme entsteht. Dabei nehmen wir an, dass die Risiko-Nutzenfunktion streng monoton steigend ist. Die Nullnutzenprämie entspricht dann der Prämie, von welcher der mittlere Nutzen des Überschusses des Versicherers nicht kleiner als der Nutzen des Ertrages null ist. Das bedeutet, dass Versicherungsunternehmen erst ab der Nullnutzenprämie einem Vertragsabschluss zustimmen. Die Prämie $H(Y)$ ist so gewählt, dass der erwartete Nutzen des Einkommens $E[u(H(Y) - Y)]$ gleich dem Nutzen ist für den Fall, dass das Risiko nicht übernommen wird:

$$E[u(w)] = E[u(w + H(Y) - Y)] \quad (\text{GL 2.65})$$

Für den Fall, dass die Lösung der oberen Gleichung nicht explizit angegeben werden kann, ist, wie bereits weiter oben besprochen, folgende Annäherungsformel hilfreich⁷²:

$$H(Y) = E[Y] + \frac{r(y)}{2} \text{Var}(Y) \quad (\text{GL 2.66})$$

Dabei gibt $r(y)$ das Arrow-Pratt-Mass für die Risiko-Aversion an der Stelle mit null an. Das Nullnutzenprinzip gewährleistet die Bestimmung einer Prämie für die Risikotragung, das auf dem Kriterium der Rationalität und des erwarteten Nutzen abstellt. Ein in der Praxis nachteiliger Punkt ist, dass die Prämie nur indirekt berechnet werden kann. Des Weiteren stellt sich natürlich bei einer Risiko-Nutzenfunktion stets auch das Problem, die Funktion $u(w)$ zu bestimmen. Üblicherweise wird die Risiko-Nutzenfunktion als streng konkav angenommen. Damit wird dem Versicherungsnehmer ein risikoaverses Entscheidungsverhalten unterstellt. Das ist eine wichtige Voraussetzung, damit $H(Y)$ erwartungswertübersteigend ist.

Das Exponentialprinzip ist wiederum ein Spezialfall des Nullnutzenprinzips. Um den Schwierigkeiten der Prämienberechnung zu entgehen, die man beim Nullnutzenprinzip

⁷² Vgl. Heilmann (1987), S. 113. Für die Herleitung der Approximation vergleiche Abschnitt 2.2.3.

bei der Definition der Risiko-Nutzenfunktion hat, wird beim Exponentialprinzip auf eine spezielle Risiko-Nutzenfunktion zurückgegriffen:

$$u(w) = \frac{1 - e^{cY}}{c} \quad (\text{GL 2.67})$$

Dabei stellt c den Grad der Risiko-Aversion dar. Ausgehend vom Nullnutzenprinzip erhalten wir dann⁷³:

$$H(Y, c) = \frac{1}{c} \ln E[e^{cY}] \quad (\text{GL 2.68})$$

Ein für die Praxis entscheidender Vorteil dieses Prämienprinzips ist, dass sich das Exponentialprinzip im Gegensatz zum Nullnutzenprinzip explizit bestimmen lässt. War die Nullnutzenprämie lediglich eine Preisuntergrenze für den Versicherer, so ist in diesem Fall die Preisuntergrenze des Lebensversicherers gleich der Preisobergrenze des Versicherungsnehmers. Das Exponentialprinzip hat zudem die praktische Eigenschaft der Vermögensunabhängigkeit. Dies bedeutet, dass eine Veränderung des Kapitals nicht unmittelbar zu einer Veränderung der Prämie führt. In Tabelle 5.1 sind die einzelnen Prämienprinzipien, die wir in Abschnitt 3.3 besprochen haben, nochmals im Überblick mit deren Eigenschaften aufgeführt. Tabelle 2.2 ist in diesem Sinn nicht als abschliessend zu verstehen. Die aktuarische Praxis kennt eine Vielzahl weiterer Prämienprinzipien, die in Abhängigkeit der Risiko-Eigenschaften und der gesuchten Eigenschaften eingesetzt werden. Einen guten Überblick hierzu geben Goovaerts (1984) und Young (2004). Mit den vorliegenden Ausführungen haben wir eine Auswahl von Prämienprinzipien besprochen und deren Funktionsweisen aufgezeigt. Damit haben wir gleichzeitig einen Einblick in die aktuarische Vorgehensweise zur Bewertung eines Risikos erhalten. Mit dem Exponentialprinzip haben wir ein Prämienprinzip kennen gelernt, das der Risiko-Aversion Rechnung trägt.

⁷³ Vgl. Goovaerts (1984), S. 67.

Tabelle 2.2: Übersicht der Prämienprinzipien mit deren Eigenschaften⁷⁴

	Buchstaben	A	B	C	C	D
Num- mer	Name	Netto	Erwart. Wert	Varianz	Std. Abw.	Exp.
1	Unabhängigkeit	J	J	J	J	J
2	Risikozuschlag	J	J	J	J	J
3	nicht ungerechtfertigt	J	N	J	J	J
4	maximaler Verlust	J	N	N	N	J
5	Translation	J	J	J	J	J
6	Skalierbar	J	J	N	J	N
7	Additivität	J	J	N	N	N
8	Sub-Additivität	J	J	N	N	N
9	Super-Additivität	J	J	N	N	N
10	Additivität Unab- hängigkeit	J	J	J	N	J
11	Additivität Co-Monotonie	J	J	N	N	N
12	Monotonie	J	J	N	N	J
13	FSD	J	J	N	N	J
14	SL	J	J	N	N	J
15	Kontinuität	J	J	J	J	J

Es ermöglicht uns, – unabhängig von der Vermögenshöhe – für die Übernahme eines Risikos eine faire Bewertung vorzunehmen. Zwei wichtige Prämienprinzipien, die wir nicht behandelt haben, sind das Esscher Prämienprinzip und das Prämienprinzip von Wang. Diese beiden Prämienprinzipien unterscheiden sich grundsätzlich von den anderen: Sie gehen für die Risikobewertung von einer Marktsituation aus und tragen nebst den reinen Risiko-Eigenschaften auch den Marktbedingungen Rechnung. Bevor wir zur Bewertung eines Risikos in einem Marktkontext übergehen, ziehen wir an dieser Stelle eine Zwischenbilanz. Ebenso gehen wir auf einige Kritikpunkte ein, die sich für die Bewertung eines Versicherungsrisikos auf der Basis der soeben besprochenen Prämienprinzipien ergeben.

2.3.3 Schlussfolgerung

In diesem Abschnitt haben wir gesehen, wie die actuarielle Praxis ein Risiko erfasst und wie sich anhand von Prämienprinzipien ein fairer Wert für die Übernahme eines bestimmten Risikos bestimmen lässt. In den klassischen Prämienprinzipien fliessen vor allem die Risiko-Eigenschaften der Schadenfunktion zuzüglich einer Sicherheitsmarge in die Bewertung ein. Es liegt auf der Hand, dass die Bewertung in einem Marktkontext

⁷⁴ Die Tabelle hat keinen abschliessenden Charakter. Für eine ausführliche Darstellung vgl. V. Young, «Premium Principles» in: Wiley Encyclopedia of Actuarial Science (2004).

nicht ausschliesslich davon abhängig sein kann. Trotz der mathematischen Eleganz der einzelnen Prämienprinzipien zeigt deren arbiträre Anwendung die marktunabhängige Festlegung der Risiko-Aversion auf. Die Vernachlässigung der Korrelationen eines Risikos mit dem Kapitalmarkt legt deren anbieterorientierten Charakter dar. Zudem verlieren die auf Sicherheit basierten Prämienprinzipien – in einem Markt mit steigendem Wettbewerb – zunehmend an Bedeutung. Aus einer aktuarischen Sicht greift Bühlmann (1980; 1984), wie wir in Kapitel 4 noch sehen werden, diesen Punkt auf. Mit der Einführung seines ökonomischen Prämienprinzips zur Bewertung eines Risikos trägt er den Marktbedingungen Rechnung indem er eine Marktgleichgewichtsprämie für ein allgemeines Risiko berechnet. Zum besseren Verständnis der Anforderungen an eine marktorientierte Bewertung betrachten wir in einem nächsten Schritt die Grundlagen der klassischen kapitalmarkttheoretischen Erfassung und Bewertung eines Risikos. Abschliessend gehen wir auf den Wert und die Bedeutung von Informationen für die Bewertung eines Risikos in einem Marktkontext ein.

2.4 Kapitalmarkttheoretische Erfassung und Bewertung eines Risikos

2.4.1 Grundlagen für die kapitalmarkttheoretische Erfassung eines Risikos – Mean-Variance-Analysis

Wie weiter oben bereits angetönt bildet im Rahmen der Investitionsentscheidung die Mean-Variance-Analyse das am weitesten verbreitete Modell, um Risiken zu erfassen und zu bewerten. Bei einer Investition besteht das Risiko darin, dass die Renditen der einzelnen Anlagen Schwankungen unterliegen. Üblicherweise wird dabei angenommen, dass die Renditen normal- oder log-normalverteilt sind. Da die Normalverteilung mit den ersten zwei Momenten vollständig definiert ist, lässt sich der erwartete Nutzen durch die Auswahl der besten Kombination von Mittelwert und Varianz maximieren.⁷⁵ Das lässt sich am besten aufzeigen, wenn wir eine beliebige Risiko-Nutzenfunktion betrachten, welche das Endjahres-Vermögen maximiert, das in eine Anlage j investiert wird. Zwischen dem Vermögen W und der Rendite auf diesem Vermögen besteht dann

⁷⁵ Vgl. Copland and Weston (1988), S. 96.

folgender Zusammenhang⁷⁶:

$$R_j = \frac{W_j - w_0}{w_0} \quad (\text{GL 2.69})$$

Wenn wir davon ausgehen, dass das Endjahresvermögen durch die Investition in eine beliebige Anlage j mit einem Erwartungswert μ_w und einer Varianz σ_w^2 normalverteilt ist, dann sind auch die Renditen auf der Anlage j normalverteilt, mit einem Erwartungswert⁷⁷ von:

$$E[R_j] = E[W_j]/w_0 - 1 = \mu_R \quad (\text{GL 2.70})$$

und einer Varianz von:

$$\sigma_R^2 = \sigma_w^2 / w_0^2 \quad (\text{GL 2.71})$$

Unter diesen Voraussetzungen lässt sich die Risiko-Nutzenfunktion dann folgendermaßen darstellen⁷⁸:

$$u(R_j) = u(R_j, \mu_R, \sigma_R^2) \quad (\text{GL 2.72})$$

Der erwartete Nutzen entspricht dann⁷⁹:

$$E[u(R_j)] = \int_{-\infty}^{\infty} u(R_j) f(R_j, \mu_R, \sigma_R^2) dR_j \quad (\text{GL 2.73})$$

Die Indifferenzkurven eines risikoaversen Investors lassen sich dann als Funktion der erwarteten Rendite und der Standardabweichung der Renditenverteilung darstellen. Transformiert man die Renditenverteilung einer beliebigen Anlage in eine standardnormalverteilte Zufallsvariable Z , erhalten wir:

$$Z = \frac{R_j - \mu_R}{\sigma_R} \quad (\text{GL 2.74})$$

⁷⁶ Vgl. Moix (2000), S. 36.

⁷⁷ Vgl. Copland and Weston (1988), S. 96.

⁷⁸ Vgl. Tobin (1958), S. 65ff.

⁷⁹ Vgl. Copland and Weston (1988), S. 96.

Diese weist einen Erwartungswert von 0 und eine Varianz von eins auf. Daraus lässt sich ableiten, dass:

$$R_j = \mu_R + \sigma_R Z \quad (\text{GL 2.75})$$

und

$$\frac{dR}{dZ} = \sigma_R \text{ und } dR = \sigma_R dZ \quad (\text{GL 2.76})$$

Wenn $R = -\infty$ dann gilt für $Z = -\infty$ und wenn $R = \infty$, dann gilt für $Z = \infty$. Durch Substitution in Gleichung 2.72 erhalten wir:

$$E[u(R_j)] = \int_{-\infty}^{\infty} u(\mu_R + \sigma_R Z) f(Z, 0, 1) dZ \quad (\text{GL 2.77})$$

Der Nutzen wird dann dort maximiert, wo die erste Ableitung nach der Standardabweichung gleich null ist:

$$\frac{dE[u(R_j)]}{d\sigma_R} = \int_{-\infty}^{\infty} u'(\mu_R + \sigma_R Z) \left(\frac{d\mu_R}{d\sigma_R} + Z \right) f(Z, 0, 1) dZ = 0 \quad (\text{GL 2.78})$$

Die Indifferenzkurve lässt sich somit als die Menge der Kombinationen von erwarteten Renditen und Standardabweichungen definieren, bei denen die Veränderung des Nutzens gleich null ist.

$$0 = \frac{d\mu_R}{d\sigma_R} \int_{-\infty}^{\infty} u'(\mu_R + \sigma_R Z) f(Z, 0, 1) dZ + \int_{-\infty}^{\infty} u'(\mu_R + \sigma_R Z) Z f(Z, 0, 1) dZ \quad (\text{GL 2.79})$$

Die Steigung der Indifferenzkurve entspricht dann:

$$\frac{d\mu_R}{d\sigma_R} = - \frac{\int_{-\infty}^{\infty} u'(\mu_R + \sigma_R Z) Z f(Z, 0, 1) dZ}{\int_{-\infty}^{\infty} u'(\mu_R + \sigma_R Z) f(Z, 0, 1) dZ} > 0 \quad (\text{GL 2.80})$$

Der Nenner muss positiv sein, weil per Definition die Risiko-Nutzenfunktion als monoton steigend angenommen wird. Der Zähler wird dann positiv sein, wenn wir von einem risikoaversen Investor ausgehen. Bei einem abnehmenden Grenznutzen wird das

Integral im Zähler negativ sein,⁸⁰ womit der Bruch als Ganzes positiv wird. Demzufolge weist ein risikoaverser Investor in einem Renditen-/Risiko-Kontext *konvexe Indifferenzkurven* auf. Ein risikoaverser Investor wird daher immer eine höhere Rendite für ein höheres Risiko fordern und ist zwischen Anlagen auf der gleichen Indifferenzkurve indifferent. Mit dem Mean-Varianz-Konzept lassen sich zwar nicht wie mit dem Konzept der stochastischen Dominanz alle möglichen Portfolios ordnen, dennoch kann aus einer gegebenen Menge von Anlageopportunitäten eine Auswahl getroffen werden, die den erwarteten Nutzen maximiert.

Es stellt sich dann die Frage, welches Portfolio ein rationaler Investor aus dem Anlageuniversum auswählt, um seinen Nutzen zu maximieren. Basierend auf der Arbeit von Markowitz (1952) wissen wir, dass sich ein risikoaverser Investor für ein Portfolio aus dem «Minimum Variance Opportunity Set»⁸¹ entscheiden wird. Wenn dann davon ausgegangen wird, dass es auf dem Markt keinen risikolosen Zins gibt und wir von einer konvexen Risiko-Nutzenfunktion ausgehen, lässt sich zeigen, dass der Nutzen dort maximiert wird, wo die Grenzrate der Substitution zwischen den Präferenzen für Risiko und Rendite der Grenzrate der Transformation des «Minimum Variance Opportunity Set» entspricht.⁸² Ein rationaler Investor wird allerdings nie einen Punkt unterhalb des Punktes mit der kleinsten Varianz wählen, weil es immer möglich sein wird, entlang der positiven Kurve des «Minimum Variance Opportunity Set» ein höheres Nutzenniveau zu erreichen. Diese Konzept führt uns dann zur Definition des «Efficient Opportunity Set», das dem Set entspricht, das für ein gegebenes Risiko die maximale Rendite abwirft. Sämtliche Portfolios aus diesem Set sind in diesem Sinne effizient. Ein rationaler Investor wird daher in Abhängigkeit seiner Risiko-Nutzenfunktion (Risikoprofil) ein Portfolio aus dem effizienten Set auswählen.

Führen wir eine risikolose Anlage in das Anlageuniversum ein, lässt sich zeigen, dass sämtliche Investoren ihren Nutzen maximieren, indem sie eine Kombination zwischen risikolosem Zins und dem dominanten, risikobehafteten Portfolio aus dem effizienten Set wählen.⁸³ Das risikobehaftete Portfolio kann darum als dominant bezeichnet werden, weil dieses in Kombination mit dem risikolosen Zins für ein gegebenes Risiko die höchste erwartete Rendite abwirft. Dieses Portfolio wird als Marktportfolio bezeichnet.

⁸⁰ Vgl. Copland and Weston (1988), S. 98.

⁸¹ Vgl. Copland and Weston (1988), S. 155ff.

⁸² Vgl. Copland and Weston (1988), S. 167.

⁸³ Vgl. Pennacchi (2008), S. 41.

Sämtliche Investoren werden entsprechend – unabhängig von ihrer Risiko-Nutzenfunktion – Portfolios mit linearen Kombinationen aus dem risikolosen Zins und dem Marktportfolios halten. Die Menge dieser linearen Kombinationen wird als Effizienzgrenze bezeichnet.⁸⁴

Nachdem wir gesehen haben, wie im Rahmen der Kapitalmarkttheorie ein Risiko erfasst wird und wie die Marktteilnehmer über eine Nutzenmaximierung Entscheidungen zur Auswahl von risikobehafteten Portfolios treffen, möchten wir uns der Risikobewertung zuwenden. Zu diesem Zweck betrachten wir die bisher aufgearbeiteten Bausteine in einem *Konzept des Marktgleichgewichts* und befassen uns dann mit der Frage, welches das geeignete Mass für das Risiko einer Anlage darstellt und wie sich ein Marktpreis für das Risiko bestimmen lässt. Zur Beantwortung dieser Frage greifen wir auf das Capital-Asset-Pricing-Modell (CAPM) von Sharpe (1964) zurück.

2.4.2 Kapitalmarkttheoretische Bewertung eines Risikos

Im Gegensatz zur aktuarischen Bewertung eines Risikos geht die Kapitalmarkttheorie mit dem CAPM von einem Marktmodell aus, in dem die einzelnen Risiken gehandelt werden. Wie das Modell zeigen wird, lassen sich die Renditen aller Anlagen als Funktion des Kovarianzrisikos bestimmen, das sie dem Marktportfolio hinzufügen. Auf das gleiche Ergebnis kommt auch Ross (1976), der mit der Arbitrage-Pricing-Theorie aufzeigt, dass die Renditen der einzelnen Anlagen lineare Kombinationen von Faktoren darstellen, die einen Einfluss auf die Rendite von risikobehafteten Anlagen haben. Obwohl das Modell von Ross allgemeiner ist, möchten wir unsere Überlegungen auf dem CAPM aufbauen, anhand dem sich die Mechanismen einer Marktbewertung sehr gut aufzeigen lassen.

Basierend auf dem Konzept der «Capital-Market-Line», auf der Investoren Portfolios aus Kombinationen zwischen dem risikolosen Zins und dem Marktportfolio wählen, wollen wir für unsere weiteren Überlegungen eine Anlage i betrachten. Wir stellen uns die Frage, wie hoch deren erwartete Rendite im Marktgleichgewicht sein wird, vorausgesetzt, dass der risikolose Zins und die erwartete Rendite sowie das Risiko des Marktportfolio bekannt sind. Die Einsicht von Sharpe war, dass sich die Preise auf dem Markt im Gleichgewicht anpassen, bis kein Nachfrageüberhang mehr existiert und sich ein Pareto-Optimum eingestellt hat. Diese Einsicht ermöglichte es ihm für ein beliebiges

⁸⁴ Vgl. Pennacchi (2008), S. 44ff.

Risiko i in einer Ein-Perioden-Betrachtung den folgenden Zusammenhang zwischen der erwarteten Rendite des Risikos i und der erwarteten Rendite des Marktportfolios zu ermitteln⁸⁵:

$$E[R_i] = R_f + (E[R_m] - R_f) \frac{\text{Cov}[R_i, R_m]}{\text{Var}[R_m]} \quad (\text{GL 2.81})$$

Dabei entspricht R_f dem risikofreien Zinssatz, $E[R_m]$ der erwarteten Rendite des Marktportfolios, $\text{Var}[R_m]$ der Varianz des Marktportfolios und $\text{Cov}[R_i, R_m]$ der Kovarianz zwischen dem Risiko i und dem Marktportfolio m . Gleichung 2.81 lässt sich so interpretieren, dass im Marktgleichgewicht jede Anlage mit dem risikolosen Zins zuzüglich einer Prämie für das – über die Kovarianz - zum Markt hinzugefügte Risiko entschädigt wird. Der Faktor, der den Risikobeitrag zum Markt darstellt, wird mit β_i bezeichnet, womit die Gleichgewichtsbedingung des CAPM sich folgendermassen umschreiben lässt:

$$E[R_i] = R_f + (E[R_m] - R_f)\beta_i \quad (\text{GL 2.82})$$

Da die Kovarianz des Marktportfolios mit sich selber der Varianz des Marktes $\text{Var}[\tilde{R}_m]$ entspricht, wird das Beta des Marktportfolios $\beta_m = 1$ sein. Im Ein-Perioden-Modell lässt sich dann – unter der Annahme von normalverteilten Renditen – der Marktpreis für Risiko folgendermassen bestimmen:

$$\lambda_m = \frac{E[R_m] - R_f}{\sigma_m} \quad (\text{GL 2.83})$$

Dieses Mass ist auch unter der Bezeichnung der Sharpe-Ratio bekannt und reflektiert das Niveau des systematischen Risikos,⁸⁶ das durch den Markt entschädigt wird. Um dann einen direkten Bezug zwischen einem beliebigen Risiko und dem Marktportfolio herzustellen, lässt sich die Risikoprämie aus dem CAPM folgender

⁸⁵ Für die Herleitung des CAPM siehe Sharpe (1964).

⁸⁶ Vgl. Sharpe (1964).

massen umformulieren⁸⁷:

$$\lambda_j = \frac{\text{Cov}[R_j, R_m] \sigma_j}{\sigma_j \sigma_m} \frac{E[R_m] - R_f}{\sigma_m} = \rho_{j,m} \sigma_j \lambda_m \quad (\text{GL 2.84})$$

wobei $\rho_{i,m}$ dem Korrelationskoeffizienten zwischen R_i und R_m entspricht. Dieser Zusammenhang zeigt uns auf, dass in einem Marktkontext nicht das vollständige Risiko, sondern nur das systematische Risiko entschädigt wird, das im Markt nicht wegdiversifiziert werden kann.

2.4.3 Schlussfolgerung

Im Abschnitt 2.4 haben wir gesehen, wie im Rahmen der Kapitalmarkttheorie Investitionsrisiken erfasst und bewertet werden. Betrachtet man die Investitionsentscheidung und die Kapitalbedarfsentscheidung nebeneinander, wird ein bedeutender Unterschied klar: Die Kapitalbedarfsentscheidung baut auf dem Gedanken des erwarteten Schadens auf, während die Investitionsentscheidung sich mit der Frage befasst, wie in einem Marktkontext optimale Portfolio-Entscheidungen getroffen werden und ausschliesslich das systematische Risiko entschädigt wird. Gerade im Zusammenhang mit der Risiko-Intermediation muss daher auch ein Versicherungsrisiko in einem Marktkontext beurteilt werden. Obwohl die Erkenntnisse aus der Investitionsentscheidung nicht ohne weiteres auf die Bewertung eines Versicherungsrisikos angewendet werden können, lassen sich dennoch einige Mechanismen davon ableiten, wie ein Versicherungsrisiko in einem Kapitalmarktkontext bewertet werden könnte. Dieses Thema werden wir in Kapitel 4 vertiefen.

Nachdem wir gesehen haben, wie sich ein Risiko aus aktuarische und kapitalmarkttheoretischen Sicht erfassen und bewerten lässt, fehlt uns noch der letzte Baustein, um die dritte Säule der Risiko-Intermediation – den Verbriefungsprozess – besprechen zu können: der Wert einer Information. Wie wir gesehen haben werden in einem Marktkontext für die Risikoeinschätzung Informationen betreffend den möglichen zukünftigen Zuständen gebraucht. Als wir in Kapitel 1 die Risiko-Intermediation ökonomisch legitimiert haben, haben wir aufgezeigt, dass die Information betreffend den zukünftigen Zahlungsströmen für den Wert von Eigentumsrechte eine zentrale Rolle spielt. Preise spiegeln in diesem Sinne eine bestimmte Informationsstruktur, die von den Markt-

⁸⁷ Vgl. Pennacchi (2008), S. 63.

teilnehmern als Grundlage zur Bildung von Erwartungen und zur Festlegung ihrer Handelsstrategien eingesetzt werden. Für das bessere Verständnis dieser Mechanismen gehen wir im nächsten Abschnitt kurz auf die Definition der Informationsstruktur und der effizienten Kapitalmärkte ein und befassen uns anschliessend mit dem Wert einer Information und den daraus resultierenden optimalen Handlungsstrategien.

2.5 Effiziente Kapitalmärkte und Definition des Wertes einer Information

Der Zweck des Kapitalmarkts liegt darin, den Wert des Kapitalstocks und das Eigentum einer Volkswirtschaft festzulegen sowie den Kapitaltransfer zwischen Sparer und Produzenten zur Finanzierung von Anlageopportunitäten effizient sicherzustellen. Für das gute Funktionieren eines Marktes braucht der Markt Informationen zu den Risiken, denen der Kapitalstock ausgesetzt ist. Der ideale Markt ist derjenige, der korrekte Signale für die Ressourcen-Allokation gibt: Wo der Sparer (Investor) sein gespartes Kapital zu einem Zins, der über dem risikolosen Zins liegt, investieren kann und die Produzenten (Firmen) Kapital finden, um ihre Projekte zu finanzieren. Die Höhe des Zinses (Preis), der auf dem Kapitalmarkt für das Kapital bezahlt werden muss, beinhaltet dann eine wichtige Information, um die Projekte eines Nachfragers zu bewerten. Eine Firma wird neue Projekte in ihr Projektportfolio aufnehmen, solange die erwartete Rendite des Projektes grösser ist als die Opportunitätskosten für die Kapitalaufnahme (Zins für das Kapital). Jedes Projekt birgt ein gewisses unternehmerisches Risiko in sich. Ein effizienter Kapitalmarkt stellt daher sicher, dass dieses Risiko korrekt bewertet und mit einer risikogerechten Rendite entschädigt wird.

Der Markt für Langleberisiko befindet sich erst im Begriff der Entwicklung. Investoren begegnen diesem Risiko noch skeptisch, und die Informationsverbreitung funktioniert noch nicht. Für die weitere Marktentwicklung ist es entscheidend, dass der Markt mit den relevanten Informationen beliefert wird, so dass der Investor Langleberisikopositionen erfassen, bewerten und Erwartungen bezüglich der künftigen Zustände seiner Positionen bilden kann. Für das bessere Verständnis der Bedeutung der Information für das gute Funktionieren des Marktes, gehen wir in diesem Abschnitt auf die Hypothese der effizienten Kapitalmärkte ein und erarbeiten die theoretischen Grundlagen zur Bestimmung des Wertes einer Information. In Kapitel 5 nehmen wir dieses Thema dann im Zusammenhang mit der Verbriefung erneut auf und besprechen es von der praktischen Seite spezifisch für das Langleberisiko.

2.5.1 Hypothese der effizienten Kapitalmärkte

Die Bezeichnung *effizienter Kapitalmarkt* ist nicht mit der Bezeichnung *des perfekten Kapitalmarktes* zu verwechseln. Der «perfekte Kapitalmarkt» unterliegt folgenden Annahmen⁸⁸:

- *Friktionslose Märkte:* Auf den einzelnen Märkten existieren keine Transaktionskosten und keine Steuern. Sämtliche Anlagen sind perfekt teilbar und handelbar. Es bestehen keine einschränkenden Regulierungen.
- *Vollständige Konkurrenz:* Auf den einzelnen Märkten herrscht eine vollständige Konkurrenz. Das heisst, dass die Produzenten ihre Güter und Services zu minimalen durchschnittlichen Produktionskosten anbieten. Auf dem Kapitalmarkt müssen die Marktteilnehmer ihre Transaktionen zum Marktpreis durchführen. Sie können diesen nicht beeinflussen.
- *Effizienz in der Information:* Die Märkte sind aus der Sicht der Information effizient. Alle Marktteilnehmer erhalten die jeweiligen Informationen simultan und die Preise, die auf dem Markt zustande kommen, beinhalten sämtliche relevanten Informationen. Das heisst, dass es bei einer gegebenen Informationsstruktur keine Handelsstrategie gibt, die es einem Marktteilnehmer ermöglichen würde, einen risikolosen Gewinn zu erzielen. Es wird davon ausgegangen, dass Informationen kostenlos sind.
- *Rationale Erwartungen:* Die Marktteilnehmer treffen rationale Erwartungen und maximieren ihren Nutzen.

Sind diese Bedingungen gegeben, werden Güter- und Kapitalmärkte als allokatons- und operationseffizient bezeichnet. Ein solcher Markt ist aus der Sicht der Allokation *effizient*, wenn die Preise so zustande kommen, dass der risikogewichtete Grenzertrag für Investor und Schuldner gleich sind.⁸⁹ Die Operationseffizienz bezieht sich hingegen auf die Transaktionskosten, die im Zusammenhang mit dem Kapitaltransfer entstehen. Im Fall von perfekten Kapitalmärkten wird davon ausgegangen, dass diese gleich null sind. In diesem Sinne ist der Begriff der *effizienten Kapitalmärkte* wesentlich weniger einschränkend als der Begriff der *perfekten Kapitalmärkte*. Die Kapitalmarkteffizienz beschränkt sich auf die Effizienz in der Information und ist dann gegeben, wenn die Marktpreise sämtliche erhältlichen und relevanten Informationen beinhalten. Daraus

⁸⁸ Vgl. Copland and Weston (1988), S. 331.

⁸⁹ Vgl. Copland and Weston (1988).

folgt, dass die Preise, die während des Handels zustande kommen, ein akkurates Signal für die Kapitalallokation darstellen.

Das Thema der Kapitalmarkteffizienz wurde durch Fama (1970) massgebend aufgearbeitet. Fama unterscheidet drei Typen von Effizienz:

- *Die schwache Form der Markteffizienz: Die Preise auf dem Markt widerspiegeln sämtliche historischen Informationen. Daher können auf dem Markt durch Handelsstrategien, die auf historischen Informationen basieren, keine zusätzlichen Gewinne erzielt werden.*
- *Die semi-strenge Form der Markteffizienz: Die Preise auf dem Markt widerspiegeln sämtliche öffentlich zugänglichen Informationen. Daher können auf dem Markt durch Handelsstrategien, die auf öffentlich zugänglichen Informationen basieren, keine zusätzlichen Gewinne erzielt werden.*
- *Die strenge Form der Markteffizienz: Die Preise beinhalten auch nicht öffentlich zugängliche Informationen. Daher können auch durch Handelsstrategien, die auf einem Insider-Wissen basieren, keine zusätzlichen Gewinne erzielt werden.*

Rubinstein⁹⁰ und Lathan⁹¹ dehnen die Definition von Fama⁹² noch weiter aus und definieren die Märkte dann als effizient, wenn eine neu eingetroffene Information keine Preisveränderung hervorruft und keine Transaktionen stattfinden.

Aus einer quantitativen Sicht betrachtet verhindert die Hypothese der effizienten Kapitalmärkte die Präsenz von zeitabhängigen Korrelationen in den Zeitreihen der Renditen. Auf dieser Basis haben sich dann zwei theoretische Stossrichtungen ergeben, welche die Entwicklung von Preisen erklären können: Das Random-Walk-Modell und die Martingal-Hypothese.⁹³ Für die Bewertung eines Marktrisikos sind diese von grossem Nutzen. Für die Bewertung eines Versicherungsrisikos sieht dies hingegen anders aus. Wie wir in Kapitel 4 sehen werden, sind die Marktvoraussetzungen⁹⁴ für die Anwendung dieser Modelle bei Versicherungsrisiken nicht gegeben. Cairns et al. (2004) argumentieren allerdings, dass mit zunehmender Marktliquidität und fallenden Transaktionskosten die Bedingung der Arbitragefreiheit gelten muss und somit eine risikoneutra-

⁹⁰ Vgl. Rubinstein (1975).

⁹¹ Vgl. Lathan (1985).

⁹² Vgl. Fama (1970).

⁹³ Vgl. Moix (2005).

⁹⁴ Hier ist vor allem die Marktvollständigkeit und die Marktliquidität angesprochen. In Kapitel 4 wird das Thema näher behandelt.

le Bewertung trotzdem Sinn macht. Wie sich in Kapitel 4 zeigen wird, stimmt diese Aussage nur bedingt. Wegen der Marktunvollständigkeit im Bereich der Versicherungsrisiken fehlt nämlich der Referenzpreis, mit dem eine risikoneutrale Bewertung vorgenommen werden kann.

Im Rahmen der Risiko-Intermediation kommt der Information für die Risikobewertung trotzdem eine sehr wichtige Rolle zu. Aus diesem Grund möchten wir im nächsten Abschnitt den Wert einer Information definieren und die Mechanismen aufzeigen, wie unterschiedliche Informationen Signalwirkung haben und unterschiedliche Handelsstrategien auslösen können.

2.5.2 Definition des Wertes einer Information

Zwischen dem Konzept der effizienten Kapitalmärkte und der Definition der Information sowie dem Wert einer Information besteht ein enger Zusammenhang. Die Information über die Einführung eines neuen Arzneimittels kann beispielsweise für eine Lebensversicherung von Nutzen sein, weil diese ihre Tarife anpassen kann, um der veränderten erwarteten Sterblichkeit Rechnung zu tragen. Auf der anderen Seite dürfte diese Information für eine Bauunternehmung keinen Wert haben, weil sie die Tätigkeit des Bauunternehmens nicht direkt beeinflusst.

Zur Definition des Wertes einer Information betrachten wir den Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, F, P) , in dem F eine Menge von Ereignissen A darstellt, welche mit einer Wahrscheinlichkeit P eintreten können. Die Zuweisung von Wahrscheinlichkeiten zu den einzelnen Ereignissen geschieht auf der Basis von Informationen, die in einem bestimmten Zeitpunkt $t = t_0$ über die möglichen zukünftigen Zustände vorliegen. In diesem Fall wird die σ -Algebra als Funktion der Zeit definiert und mit $F(t)$ bezeichnet. Im Verlauf der Zeit werden sämtliche relevanten Informationen gesammelt. Es wird angenommen, dass die Informationen der Vergangenheit dabei nicht vergessen werden. Entsprechend wächst die Kenntnis betreffend zukünftigen Zustände mit fortschreitender Zeit, womit $F(t) \subseteq F(s)$ für $s > t$ gilt. Die fortlaufende Sequenz von σ -Algebren $F = \{F(t), t = t_0, t_0 + j, \dots, t_0 + Z\}$ mit $j \in \{0, 1, \dots, Z\}$ wird als eine Filtration bezeichnet. Ein stochastischer Prozess $\{Y_t: t = t_0, t_0 + j, \dots, t_0 + Z\}$ wird dann als adaptiert auf die Filtration $F = \{F(t), t = t_0, t_0 + j, \dots, t_0 + Z\}$ bezeichnet, wenn für jedes $t = t_0 + j$, Y_t , $F(t)$ messbar ist.

Formell lässt sich dann der Wert einer Informationsstruktur folgendermassen definieren⁹⁵:

$$V(\eta) \equiv \sum_m q(m) \text{MAX}_a \sum_e p(e/m) U(a, e) - V(\eta_0) \quad (\text{GL 2.85})$$

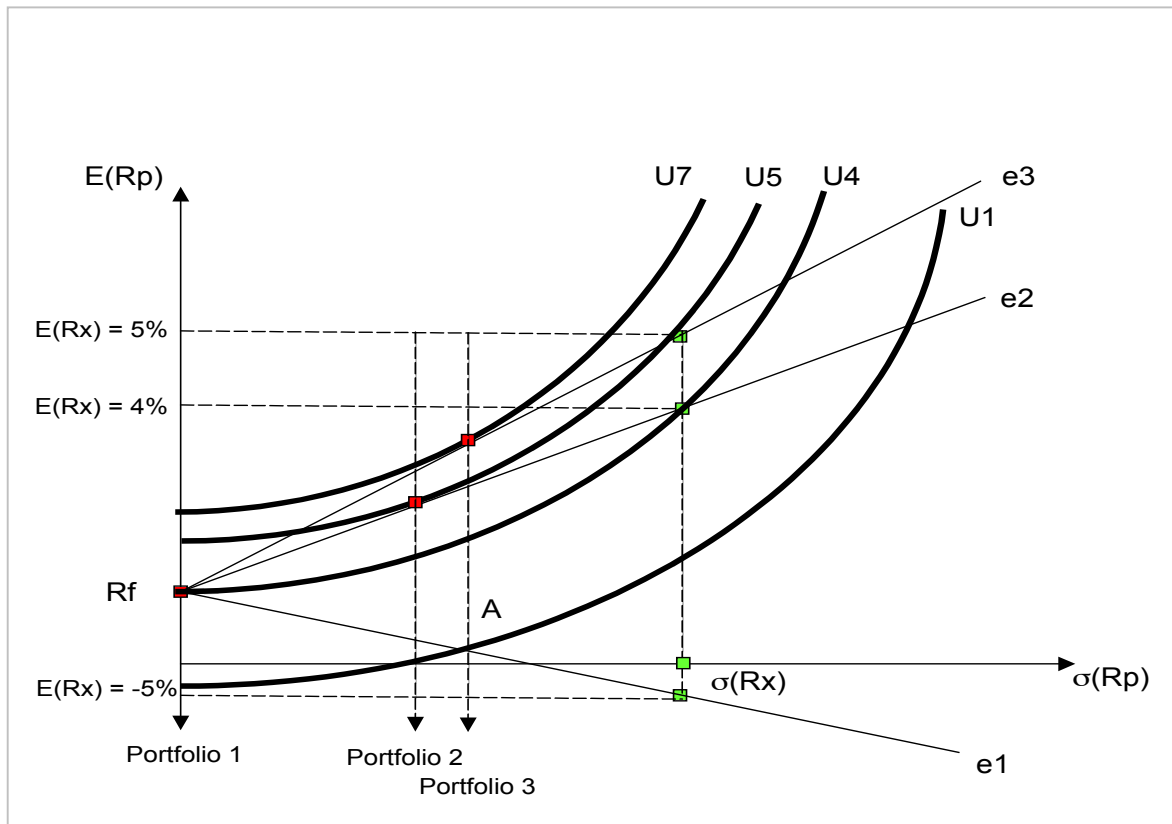
In Gleichung 2.85 stellt $q(m)$ die Wahrscheinlichkeit dar, eine Information m zu erhalten. $p(e/m)$ stellt hingegen die bedingte Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses e dar, falls die Information m vorliegt, und $U(a, e)$ ist der Nutzen, der aus der Handlung a resultiert, falls das Ereignis e eintritt. $V(\eta_0)$ ist der erwartete Nutzen des Entscheidungsträgers ohne die Information m . In diesem Sinne wird der Entscheidungsträger versuchen, den erwarteten Nutzen einer Informationsstruktur (Satz von Meldungen) zu maximieren. Mathematisch lässt sich dies folgendermassen ausdrücken:

$$\text{MAX}_a \sum_e p(e/m) U(a, e) \quad (\text{GL 2.86})$$

Der erwartete Nutzen der Handlung, die ein Entscheidungsträger in der Folge einer Information über ein bestimmtes Ereignis auslöst, entspricht dem Wert eines Informationssatzes $V(\eta)$. Zur Berechnung des Wertes einer Information müssen wir die Zahlungsströme kennen, die uns eine Angabe über den Nutzen aus $U(a, e)$ einer Handlung a beim Eintreffen des Ereignisses e gibt. Betrachten wir zu diesem Zweck ein Portfolio, das aus einem risikolosen Zinssatz und einem Wertpapier besteht, dessen Zahlungsströme an das Langleberisiko gebunden sind. Für unsere Überlegungen wollen wir weiter annehmen, dass es drei Endzustände gibt, welche die folgenden Renditen abwerfen $e_1 = -5\%$, $e_2 = 4\%$, $e_3 = 5\%$. Würde das Ereignis e_3 eintreten und das betrachtete Wertpapier fünf Prozent abwerfen, würden wir Portfolio 3 auswählen. Träte hingegen das Ereignis e_1 ein, würden wir den risikolosen Zins wählen, also Portfolio 1. Da wir den zukünftigen Endzustand nicht mit Sicherheit kennen, würden wir je nach Information, die uns eine Wahrscheinlichkeit für das Eintreffen eines der drei Ereignisse gibt, die Handlung vornehmen, mit der wir die erwartete Rendite maximieren können. Abbildung 2.1 zeigt diesen Sachverhalt auf.

⁹⁵ Copeland and Weston (1988), S. 333.

Abbildung 2.1: Optimale Handlung bei unterschiedlichen Ereignissen



Sind die einzelnen Zahlungsströme für jeden zukünftigen Zustand bekannt, kann der Nutzen pro Zustand berechnet werden. Wie wir weiter oben gesehen haben, benötigen wir zur Bestimmung des erwarteten Nutzens neben der Bewertung der künftigen Zahlungsströme eine Information, die es uns ermöglicht, dem Ereignis eine Wahrscheinlichkeit zuzuweisen.

Auf dieser Basis definiert Fama (1976) effiziente Kapitalmärkte als jene Märkte, in denen die aggregierte Verteilungsfunktion der Wertpapierpreise $f_m(P_{1t}, P_{2t}, \dots, P_{nt} / \eta_{t-1}^m)$, die im Zeitpunkt $t - 1$ eine bestimmten Informationsstruktur annimmt, der Verteilungsfunktion entspricht, die im Zeitpunkt $t - 1$ auf den preisrelevanten Informationen basiert. Mathematisch entspricht dies:

$$f_m(P_{1t}, P_{2t}, \dots, P_{nt} / \eta_{t-1}^m) = f(P_{1t}, P_{2t}, \dots, P_{nt} / \eta_{t-1}) \quad (\text{GL 2.87})$$

Das bedeutet, dass eine Information nur einen Wert hat, wenn sie etwas sagt, was der Markt noch nicht wusste. In der Nettobetrachtung muss entsprechend der Wert einer

bestimmten Information für den i -ten Entscheidungsträger gleich null sein:

$$V(\eta_i) - V(\eta_0) \equiv 0 \quad (\text{GL 2.88})$$

Wenn die Kapitalmärkte in ihrer schwachen Form effizient sind, bedeutete dies, dass die Wertpapierpreise sämtliche historischen Daten beinhalten und sich daraus keine Handelsstrategie ableiten liesse, die einen risikolosen Gewinn abwirft. Daher ist der Wert von historischen Daten gleich null. Zusammenfassend ist es wichtig, festzuhalten, dass der Wert einer Information immer einem Bruttowert abzüglich Kosten entspricht, die sich durch den Kauf oder Verkauf ergeben und insbesondere Transaktionskosten, Steuern sowie Daten- und Analystenkosten umfassen. In diesem Sinne ist die Effizienz des Kapitalmarkts relativ zu einer bestimmten Information nach Berücksichtigung der Kosten zu beurteilen.

2.5.3 Schlussfolgerung

In Abschnitt 2.5 haben wir gesehen, dass der ideale Kapitalmarkt derjenige ist, der über den Preismechanismus korrekte Signale für die Ressourcen-Allokation gibt und einen effizienten Kapitaltransfer zwischen Sparer und Produzenten ermöglicht. Der Wert der Eigentumsrechte am Kapitalstock lässt sich dann aus den zukünftigen Erträgen ableiten. Die Marktpreise spiegeln die im Markt vorhandene Information bezüglich den möglichen zukünftigen Endzustände. In diesem Zusammenhang haben wir aufgezeigt, wie sich der Wert einer bestimmten Information ermitteln lässt. Für die Erwartungsbildung muss der Markt über die relevanten Informationen verfügen. Der Kapitalmarkt kann nur effizient funktionieren, wenn die relevanten Informationen betreffend einem Risiko vorhanden sind. Für die Verbriefung des Langleberisikos bedeutet das, dass für das gute Funktionieren des Preismechanismus die relevante Informationsstruktur betreffend Langleberisiko vorliegen muss.

Durch das Pooling gehen Informationen verloren (vgl. Kapitel 1), was sich negativ auf den Wert der Eigentumsrechte niederschlägt. Vorausgesetzt, dass die relevanten Informationen im Markt vorhanden sind und es Marktteilnehmer gibt, die bezüglich Langleberisiko über private Informationen verfügen, lässt sich durch die Verbriefung des Langleberisikos die Transparenz erhöhen und der «Pooling-Discount» eliminieren, dem die Lebensversicherung unterliegt. Dieses Thema besprechen wir in Kapitel 5 eingehender.

3 Definition und Erfassung des Langleberisikos

Bevor wir zur eigentlichen Erfassung des Langleberisikos übergehen, ist es notwendig, das Risiko formell zu definieren und dessen Eigenschaften zu kennen. Anschließend sichten wir die Erkenntnisse zur Sterblichkeitsentwicklung, die sich aus der Literatur und der empirischen Evidenz gewinnen lassen. Die aktuarische Praxis geht davon aus, dass die Sterblichkeit q_x der Sterblichkeit $q_x(t)$ entspricht (vgl. Kapitel 2). Nur im Rahmen von Generationentafeln wird der Sterblichkeitsentwicklung mit einem Trend Rechnung getragen. Aufbauend auf der deterministischen Betrachtung der Sterblichkeit gehen wir im Kontext der Risiko-Intermediation für die Erfassung des Langleberisikos einen Schritt weiter: Wir betrachten die Sterblichkeitsentwicklung als stochastischen Prozess. Dabei kommt der Modellwahl und der Parameterschätzung eine entscheidende Rolle zu. Im vorliegenden Kapitel besprechen wir deshalb eine Auswahl von Modellen und zeigen auf, wie sich die Sterblichkeitsentwicklung für die Schweiz mittels Schweizer Sterblichkeitsdaten erfassen lässt.

3.1 Formelle Definition des Langleberisikos

3.1.1 Definition des Langleberisikos

Aufgrund verschiedener Einflussfaktoren unterliegt die Sterblichkeit im Verlauf der Zeit Schwankungen. Infolge des stochastischen Charakters der Sterblichkeitsentwicklung besteht das Risiko, dass der zukünftige Sterblichkeitstrend vom erwarteten Sterblichkeitstrend abweicht. Dieses Risiko wird im Allgemeinen als Langleberisiko bezeichnet.

Für die Definition des Langleberisikos ist es wichtig, zwischen dem unsystematischen und dem systematischen Sterblichkeitsrisiko zu unterscheiden. Der Unterschied erklärt sich am besten, indem man die Anzahl der Überlebenden eines Rentenbestandes betrachtet. In Kapitel 2 haben wir – basierend auf Bowers et al. (1997) – die bedingte Wahrscheinlichkeit q_x eingeführt, mit der eine Person im Alter x binnen einem

Jahr sterben wird:

$$q_x = 1 - \frac{s(x+1)}{s(x)} = 1 - \frac{{}_x p_0}{{}_x p_0} = 1 - p_x \quad (\text{GL 3.1})$$

Für die stochastische Betrachtung der Entwicklung dieser Gruppe betrachten wir aus der Menge aller l_x einer Kohorte ausschliesslich die Entwicklung der Anzahl an Überlebenden nach dem Alter 65 $l_{65}(t)$ und die Entwicklung der Sterbewahrscheinlichkeit $q_{65}(t)$ über die Zeit. Die Anzahl der Überlebenden l_{65+k} wird dann als Zufallsvariable N definiert. Die Annahme, dass die Realisierungen der unter Gleichung 2.34 eingeführten Indikatorfunktion I_i unabhängig sind, zeigt, dass die Realisierungen von N binomial mit den Parametern $n = l_{65}$ und $p = (1 - q_{65})$ verteilt sind.⁹⁶ Ist die Sterbewahrscheinlichkeit $q_{65}(t)$ über die Zeit konstant, lässt sich für die Anzahl der Überlebenden l_{65+k} folgenden Erwartungswert bestimmen:

$$E[N = l_{65+k}] = l_{65}(1 - {}_k q_{65}) \quad (\text{GL 3.2})$$

und entsprechend eine Varianz:

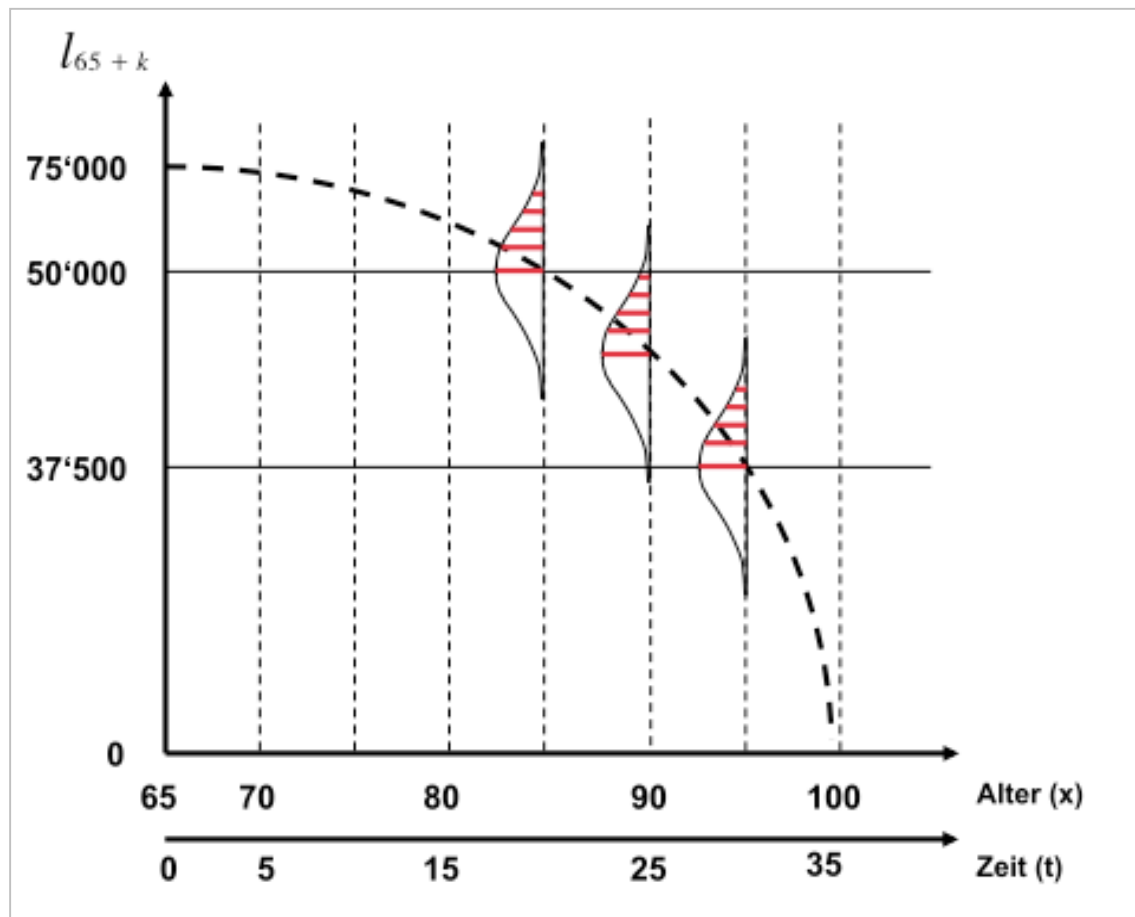
$$\text{Var}[N = l_{65+k}] = (1 - {}_k q_{65})(1 - (1 - {}_k q_{65})) \quad (\text{GL 3.3})$$

Diese Varianz gibt uns ein Dispersionsmass für die Anzahl der Überlebenden einer bestimmten Kohorte und wird als *unsystematisches Sterblichkeitsrisiko* bezeichnet. Bei einem genügend grossen Portefeuille lässt sich dieses Risiko diversifizieren.

Ist die Sterblichkeit $q_x(t)$ über die Zeit nicht konstant, resultiert daraus ein Risiko, das als *systematisches Sterblichkeitsrisiko* bezeichnet wird. In Abbildung 3.1 stellt die schraffierte Fläche das Risiko anhand der Verteilung der Anzahl Überlebenden $N = l_{65+k}$ grafisch dar. In diesem Fall spricht man von einem *systematischen Sterblichkeitsrisiko*.

⁹⁶ Für die Besprechung der Verteilungsannahmen siehe Bowers et al. (1997), S. 58 und Ramsay (1994).

Abbildung 3.1: Stochastische Betrachtung der Gruppe der Überlebenden⁹⁷



Um dieses Risiko quantitativ zu beschreiben und eine Prognose für die zukünftige Sterblichkeit zu machen, muss die Sterblichkeitsentwicklung mit einem stochastischen Prozess erfasst werden. Darauf kommen wir in Abschnitt 3.4 näher zu sprechen.

Für die Definition des Langleberisikos ist es zusammenfassend wichtig, zwischen dem *unsystematischen* und dem *systematischen Sterblichkeitsrisiko* zu unterscheiden:

1. Das *unsystematische Sterblichkeitsrisiko* erfasst das Risiko, dass die Anzahl gestorbener Menschen in einer Kohorte von der erwarteten Anzahl abweicht, obwohl die Sterblichkeit sich nicht verändert hat. Dieses Risiko lässt sich weitgehend diversifizieren, wenn die Annahme gilt, dass die Lebenserwartung der einzelnen Individuen unabhängig ist. Entsprechend kann in der Risikobewertung das unsystematische Sterblichkeitsrisiko keine Risikoprämie nach sich ziehen.

⁹⁷ Eigene Darstellung.

2. Das *systematische Sterblichkeitsrisiko* erfasst hingegen das Risiko, dass die Sterblichkeit über die Zeit nicht konstant ist und unerwarteten Veränderungen unterliegt. Dieses Risiko kann nicht diversifiziert werden und hat in der Risikobewertung eine Risikoprämie zur Folge.

Da sich das unsystematische Sterblichkeitsrisiko diversifizieren lässt, hat es für unsere Überlegungen im Rahmen der Risiko-Intermediation keine Bedeutung. Wir wollen unseren Fokus auf das systematische Sterblichkeitsrisiko richten. Auf dieser Basis definieren wir das Langleberisikos dann folgendermassen:

Definition 3.1: Definition für das Langleberisiko

Das Langleberisiko ergibt sich aus der stochastischen Natur der Sterblichkeitveränderung. Es entspricht dem Risiko, dass es in einer Periode $t = t_0 + j$ durch eine *nicht antizipierte Veränderung im Sterblichkeitstrend* zu einem Verlust im technischen Risikoergebnis eines Rentenportfolios kommt. Formell entspricht das Langleberisiko der negativen Verteilung des Risikogewinnes eines Rentenportfolios über eine Periode $t = t_0 + j$.⁹⁸

Damit ist das Risiko, das wir betrachten wollen, definiert. Nun benötigen wir ein Modell, das die Realität möglichst gut abbildet, um die Auswirkungen des Langleberisikos quantitativ zu beurteilen. Zu diesem Zweck greifen wir auf das in Koller (1998a) dargestellte Modell zurück, welches das Risikoergebnis und die Projektionen der zur Auszahlung gelangenden Renten bei einer Lebensversicherung ermittelt.

3.1.2 Aktuarisches Modell zur Erfassung des Langleberisikos

Koller (1998a) betrachtet in seinem Modell – im Sinne einer Vereinfachung – ausschliesslich laufende Renten.⁹⁹ Der Zinssatz wird über die Periode $t = t_0 + j$ als konstant angenommen. Gegenstand der Betrachtung sind ausschliesslich die Auswirkungen, die eine Veränderung der Sterblichkeit über eine Periode von j Jahren auf die Reservierung eines Altersrentenportefeuilles hat. Jeder der betrachteten l_{65} Rentner der Kohorte $x = 65$ besitzt daher eine sofort beginnende Leibrente, die zu Beginn jeder Periode einen Betrag α_{65} leistet. Dabei entspricht α_{65} dem durchschnittlichen Rentenbetrag¹⁰⁰ des

⁹⁸ Vgl. Cairns et al. (2004a).

⁹⁹ Aufgeschobene Renten werden damit vernachlässigt.

¹⁰⁰ Der durchschnittliche Rentenbetrag eines Rentenportfolios entspricht der Summe der vertraglich vereinbarten Rentenzahlungen geteilt durch die Anzahl der l_{65} Rentner. In unseren Überlegungen nehmen wir an, dass der Ren-

betrachteten Rentenbestands und bleibt über die Zeit ebenfalls konstant. Im Zeitpunkt t_0 bezahlt der Lebensversicherer demzufolge für die Kohorte den Betrag $R_{65}(t_0)$ an Renten aus:

$$R_{65}(t_0) = l_{65}(t_0)\alpha_{65} \quad (\text{GL 3.4})$$

Betrachten wir dann die Entwicklung der Gruppe der Überlebenden dieser Kohorte über j Perioden, erhalten wir im Zeitpunkt $t = t_0 + j$ prospektiv für das Alter $65 + k$:

$$l_{65+k}(t_0 + j) = l_{65}(t_0)(1 - {}_kq_{65}(t_0 + j)) \quad (\text{GL 3.5})$$

Gleichung 3.5 lässt sich folgendermassen interpretieren: In Abhängigkeit der Entwicklung der Sterblichkeit ${}_kq_{65}(t_0 + j)$ im Zeitpunkt $t = t_0 + j$ entspricht die prospektive Anzahl der Überlebenden, die weitere k Jahre überleben, der Anzahl $l_{65+k}(t_0 + j)$. Im Zeitpunkt $t = t_0 + j$ wird der Lebensversicherer entsprechend den Betrag $R_{(65+k)}(t_0 + j)$ an Renten auszahlen müssen:

$$R_{(65+k)}(t_0 + j) = l_{65}(t_0)(1 - {}_kq_{65}(t_0 + j))\alpha_{65} \quad (\text{GL 3.6})$$

Da α_{65} über die Zeit als konstant angenommen wird, lässt sich die Verteilung der Personen unter Risiko direkt auf die Rentenauszahlungen übertragen:

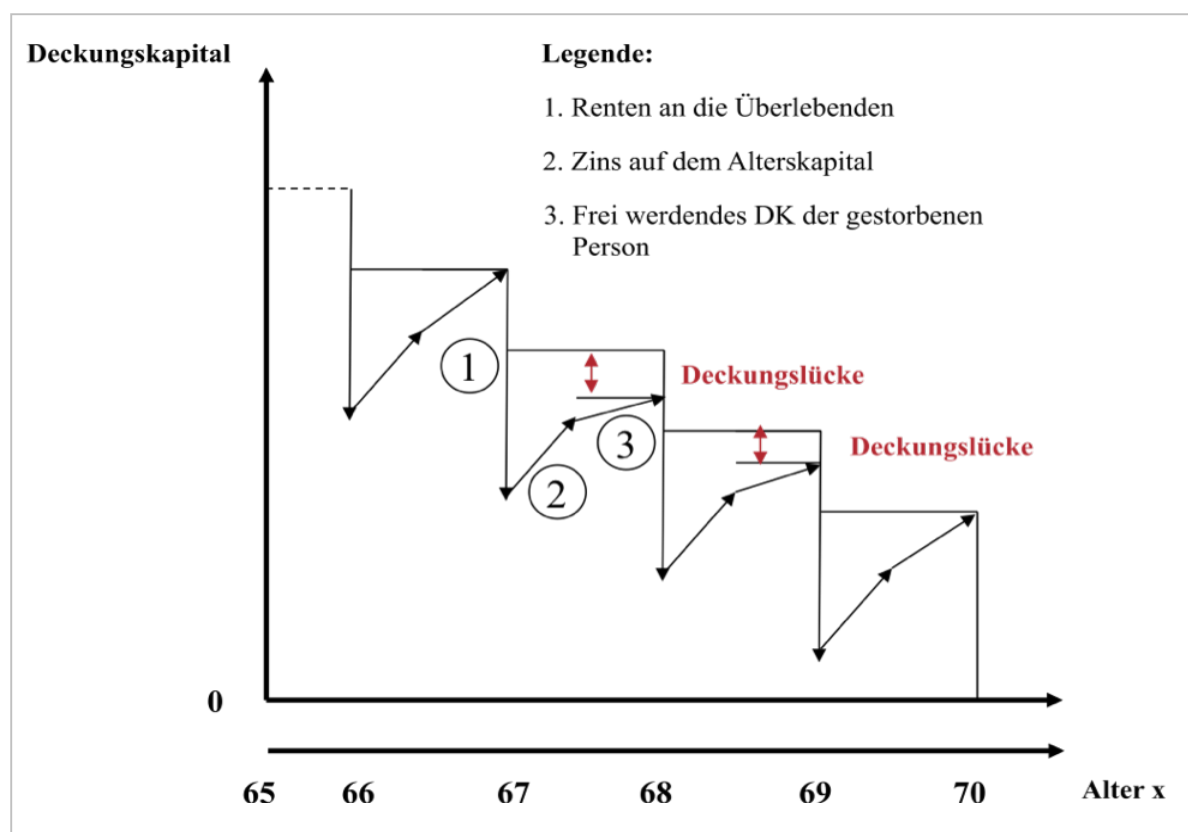
$$R_{(65+k)}(t_0 + j) = R_{65}(t_0)(1 - {}_kq_{65}(t_0 + j)) \quad (\text{GL 3.7})$$

Sinkt nun die Sterblichkeit über die Zeit, überleben mehr Personen als ursprünglich angenommen. Damit steigt der zur Auszahlung gelangende Rentenbetrag, und entsprechend die Verpflichtungen des Lebensversicherers. Dies führt dazu, dass der Lebensversicherer eine Nachreservierung im Deckungskapital vornehmen muss.

Zur Beurteilung der Auswirkungen auf das Risiko-Ergebnis und somit auf die Reservierung eines Rentenbestandes, die sich durch die Veränderung der Sterblichkeit ergeben, muss die Entwicklung der Risikoprämie betrachtet werden. Gemäss Koller (1998a) ist bei einer Leibrente von einem normalen Zustand (lebend) und einer Risikoprämie auszugehen, die dem erwarteten Zahlungsstrom entspricht, der beim Verlassen dieses Zustands ausgelöst wird. Konkret bedeutet dies, dass beim Tod eines Rentners dessen Deckungskapital frei wird. Es steht fortan für die künftigen Rentenzahlungen der Überlebenden zur Verfügung. Bei einem Sterblichkeitsrückgang überleben in einem Rent-

nerbestand mehr Personen als ursprünglich angenommen das Alter $65 + k$. Dadurch wird im Zeitpunkt $t = t_0 + j$ weniger Deckungskapital als ursprünglich angenommen frei. Entsprechend reichen die im Zeitpunkt t_0 gebildeten Reserven zur Deckung der Verpflichtungen im Zeitpunkt $t = t_0 + j$ nicht aus. Es kommt zu einer Deckungslücke. Abbildung 3.2 zeigt die Entwicklung des Deckungskapitals eines Rentnerbestands auf.

Abbildung 3.2: Einjährige Betrachtung der Entwicklung des Deckungskapitals eines Rentnerbestands



Setzt man in Gleichung 2.49 für $p_{65+k} = (1 - q_{65+k})$ ein, erhalten wir für das Deckungskapital V_{65+k} :

$$V_{65+k} = 1 + (\ddot{a}_{65+k+1})v - (\ddot{a}_{65+k+1})vq_{65+k} \quad (\text{GL 3.8})$$

Gleichung 3.8 lässt sich folgendermassen interpretieren: Das notwendige Deckungskapital entspricht der sofortigen Zahlung einer Geldeinheit im Zeitpunkt $t = t_0$, plus den Barwert der zukünftigen Zahlung bis zum Alter $65 + k + 1$, abzüglich des Barwerts des frei werdenden Deckungskapitals beim frühzeitigen Tod eines Rentners. Dieser letzte Term lässt sich als (negative) Risikoprämie ansehen, die für das Lang-

leberisiko entrichtet wird. Sie entspricht im Zeitpunkt t_0 dem Wert:

$$H_{65+k}(t_0) = -q_{65+k}(t_0)v(\ddot{a}_{65+k+1}(t_0)) \quad (\text{GL 3.9})$$

Betrachten wir dann für ein fixes k die Sterblichkeit $q_{65+k}(t_0)$ über eine Periode von j Jahren, kann die effektive Sterblichkeit $q_{65+k}(t_0 + j)$ im Zeitpunkt $t = t_0 + j$ folgende Werte annehmen:

$$\begin{aligned} q_{65+k}(t_0 + j) &< q_{65+k}(t_0) \\ q_{65+k}(t_0 + j) &= q_{65+k}(t_0) \\ q_{65+k}(t_0 + j) &> q_{65+k}(t_0) \end{aligned} \quad (\text{GL 3.10})$$

Die Höhe des erwarteten Schadens¹⁰¹ $E[Y_{65+k}(t_0 + j)]$ im Zeitpunkt $t = t_0 + j$ entspricht dann:

$$E[Y_{65+k}(t_0 + j)] = -q_{65+k}(t_0 + j)v(\ddot{a}_{65+k+1}(t_0)) \quad (\text{GL 3.11})$$

Aus Gleichung 3.9 und Gleichung 3.11 lässt sich für das erwartete technische RisikoErgebnis folgenden Gewinn beziehungsweise Verlust aus dem Langleberisiko bestimmen:

$$\begin{aligned} E[G_{65+k}] &= H_{65+k}(t_0) - E[Y_{65+k}(t_0 + j)] = \\ &= (q_{65+k}(t_0) - q_{65+k}(t_0 + j))v(\ddot{a}_{65+k+1}(t_0)) \end{aligned} \quad (\text{GL 3.12})$$

Leben also die Personen eines Rentnerbestands länger als im Zeitpunkt t_0 angenommen, sinkt die Sterblichkeit zwischen dem Zeitpunkt t_0 und dem Zeitpunkt $t = t_0 + j$. Damit sinken die erwarteten Schäden $E[Y_{65+k}(t_0 + j)]$ und es wird weniger Deckungskapital frei als ursprünglich angenommen. Da $q_{65+k}(t_0 + j)$ in diesem Fall kleiner ist als der ursprüngliche Wert $q_{65+k}(t_0)$, wird Gleichung 3.12 auf der rechten Seite einen positiven Wert annehmen.¹⁰² Für diesen Fehlbetrag muss der Lebensversicherer eine entsprechende Nachreservierung vornehmen.

3.1.3 Schlussfolgerung

In Abschnitt 3.1.2 haben wir den Zusammenhang zwischen der Risikoprämie eines Rentenbestandes und den Auswirkungen des Langleberisikos auf das Risikoergebnis

¹⁰¹ In dieser Betrachtung entsprechen die Schäden dem frei werdenden Deckungskapital.

¹⁰² Hier gilt es zu beachten, dass die Risikoprämie ein negatives Vorzeichen hat und der erwartete Schaden durch ein zweimaliges negatives Vorzeichen positiv wird. Wird also die Sterblichkeit in der Zukunft kleiner, wird weniger Deckungskapital als ursprünglich in der Risikoprämie angenommen frei. Damit erhalten wir auf der rechten Seite von Gleichung 3.12 einen negativen Wert.

und somit auf die Reservierung eines Rentenbestandes kennen gelernt. Der Schätzung der zukünftigen Sterblichkeit $q_{65+k}(t_0 + j)$ kommt dabei eine zentrale Rolle zu. Um die Realität möglichst gut abzubilden, brauchen wir ein Modell für den Verlauf der Sterblichkeit in der Zukunft. Die Wahl des richtigen Modells und die Parameterschätzung sind entscheidend. Obwohl verschiedene Modelle gute Ergebnisse liefern, kann es zwischen den einzelnen Modellen zu unterschiedlichen Prognosen kommen. Verstärkt wird die Problematik durch eine schlechte Datengrundlage. Ohne einheitliches Verständnis bezüglich des Preises für die Risikoübernahme besteht jedoch die Gefahr, dass auf dem Markt kein Handel zustande kommt, weil Angebot und Nachfrage unterschiedliche Preisvorstellungen haben.

Für ein besseres Verständnis der Anforderungen an die Erfassung des Langleberisikos und dessen Modellierung befassen wir uns in einem nächsten Schritt mit der empirischen Evidenz zur Sterblichkeitsentwicklung. In einem weiteren Schritt prüfen wir die in der Literatur zur Modellierung der Sterblichkeit bekannten Modelle. Für unsere Überlegungen legen wir damit den Grundstein, um das Langleberisiko zu erfassen und dann in Kapitel 4 zu bewerten.

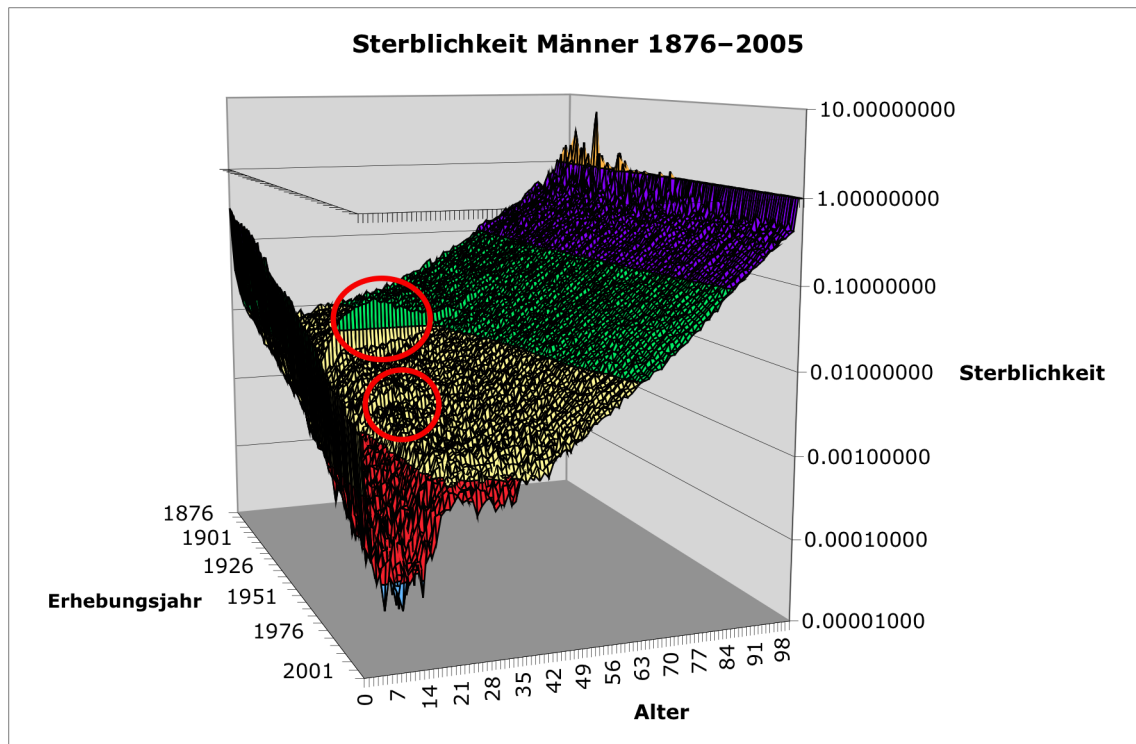
3.2 Empirische Evidenz zur Sterblichkeitsentwicklung

Die Meinungen über die zukünftige Entwicklung der Sterblichkeit gehen je nach Studie und Betrachtung weit auseinander. Während die einen von einer weiteren Abnahme der Sterblichkeit ausgehen, sind andere überzeugt, dass diese Tendenz wieder eine andere Richtung nehmen wird.

3.2.1 Entwicklung der Sterblichkeit $q_x(t)$ von 1876 bis 2005

Zwischen 1876 und 2005 ist die Lebenserwartung stetig gestiegen. Untersucht man die Sterblichkeit verschiedener Altersklassen innerhalb dieses Zeithorizonts, beobachten wir – abgesehen von der Spanischen Grippe (1918–1920) und unmittelbar nach dem Zweiten Weltkrieg – eine klare Abnahme der Sterblichkeit. Es ist nicht absehbar, dass sich diese Entwicklung in den kommenden Jahren verändern wird (vgl. Abbildung 3.3).

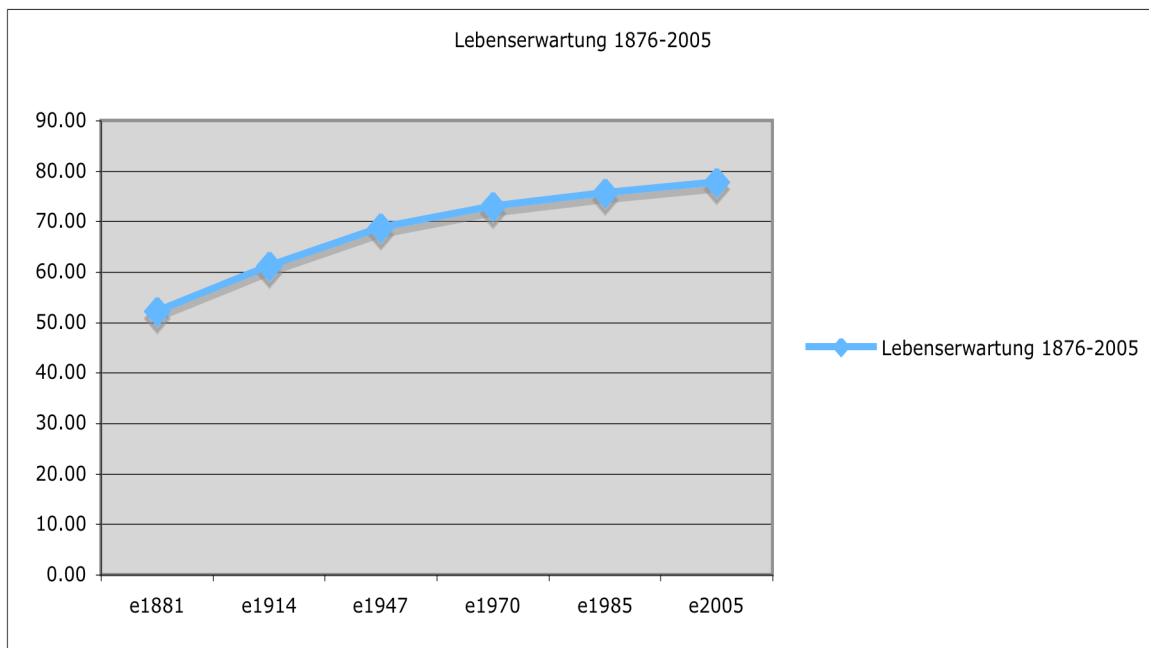
Abbildung 3.3: Entwicklung der Sterblichkeit $q_x(t)$ (Mann)¹⁰³ 1876–2005



Die Lebenserwartung ist für einen Mann von 52,2 (1881) auf 80,5 Jahre (1993) gestiegen. Anhand jüngster Schätzungen geht man von einer weiteren Zunahme bis 85,1 Jahre aus (Basis SVV 1996–2000). Eine ähnliche Beobachtung machen wir bei den Frauen, obwohl sich bei den Frauen – wie wir später noch sehen werden – die Sterblichkeitsabnahme in den letzten Jahren verlangsamt hat. Untersucht man die Entwicklung der Lebenserwartung eines Neugeborenen in der Periode von 1876 bis 2005, stellt man fest, dass diese stetig zugenommen hat. Seit dem Zweiten Weltkrieg ist allerdings eine Verlangsamung der Zunahme der Lebenserwartung zu beobachten (vgl. Abbildung 3.3).

¹⁰³ Eigene Berechnung auf der Basis der Sterblichkeitsdaten von 1876 bis 2005, Human Mortality Database, Max-Planck-Institut.

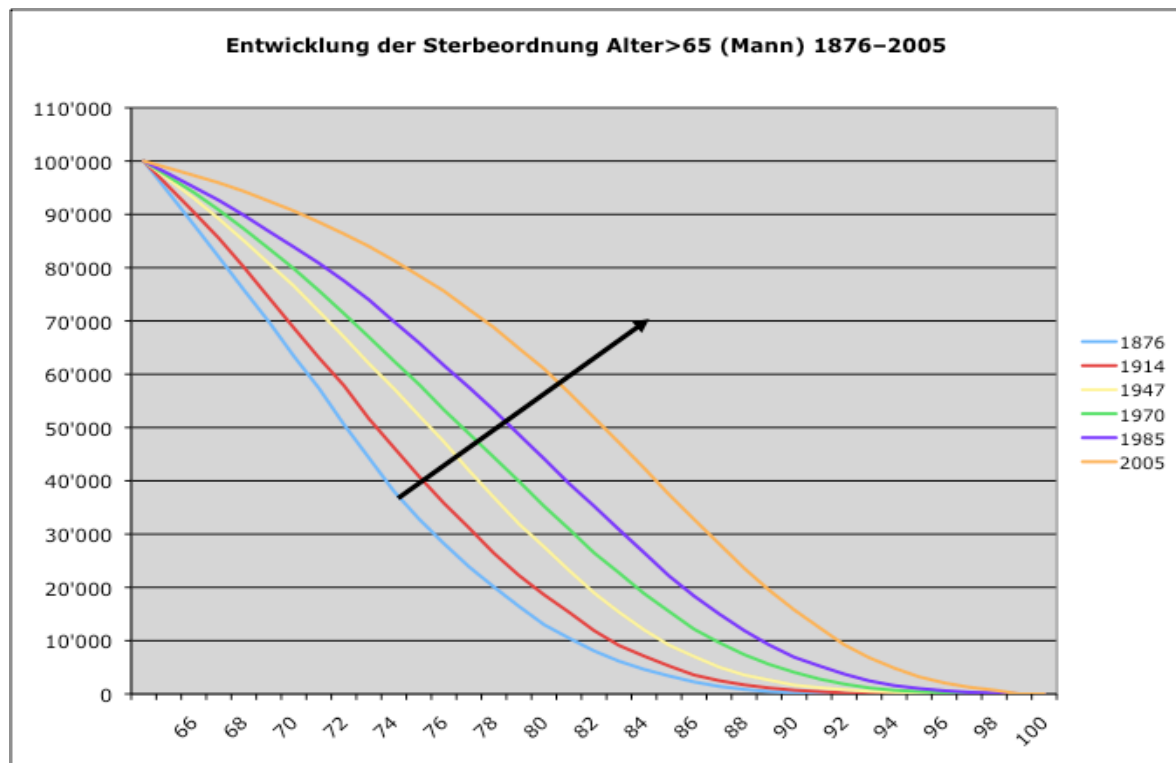
Abbildung 3.4: Entwicklung der Lebenserwartung 1876–2005 (Mann)¹⁰⁴



Fragt man nach den Ursachen dieser Entwicklung, gibt es keine eindeutige Antwort. Klar scheint jedoch, dass immer mehr Personen ein hohes Alter erreichen und dass die durchschnittliche Lebensdauer nach der Pensionierung gestiegen ist. Das manifestiert sich durch eine Rechtsverschiebung der Sterbekurve. Buettner (2002) kommt zum Schluss, dass es hierzu grundsätzlich zwei mögliche Interpretationen gibt. Die eine geht von einer *Rektangularisierung* aus, die andere von einer stetigen Erhöhung der maximalen Altersgrenze, was einer Rechtsverschiebung der Sterblichkeitskurve gleichkommt. Die *Rektangularisierung* entsteht dadurch, dass einzelne Altersgruppen eine Abnahme bei der Sterblichkeit verzeichnen, im hohen Alter jedoch an eine biologische Grenze stossen. In diesem Fall werden immer mehr Leute älter, aber das maximale Alter bleibt gleich. Im Fall einer stetigen Entwicklung der Sterblichkeit besteht hingegen keine natürliche Limite für den Sterblichkeitsrückgang, und das maximale Alter wird weiter steigen.

¹⁰⁴ Eigene Berechnung auf der Basis der Sterblichkeitsdaten von 1876 bis 2005, Human Mortality Database, Max-Planck-Institut.

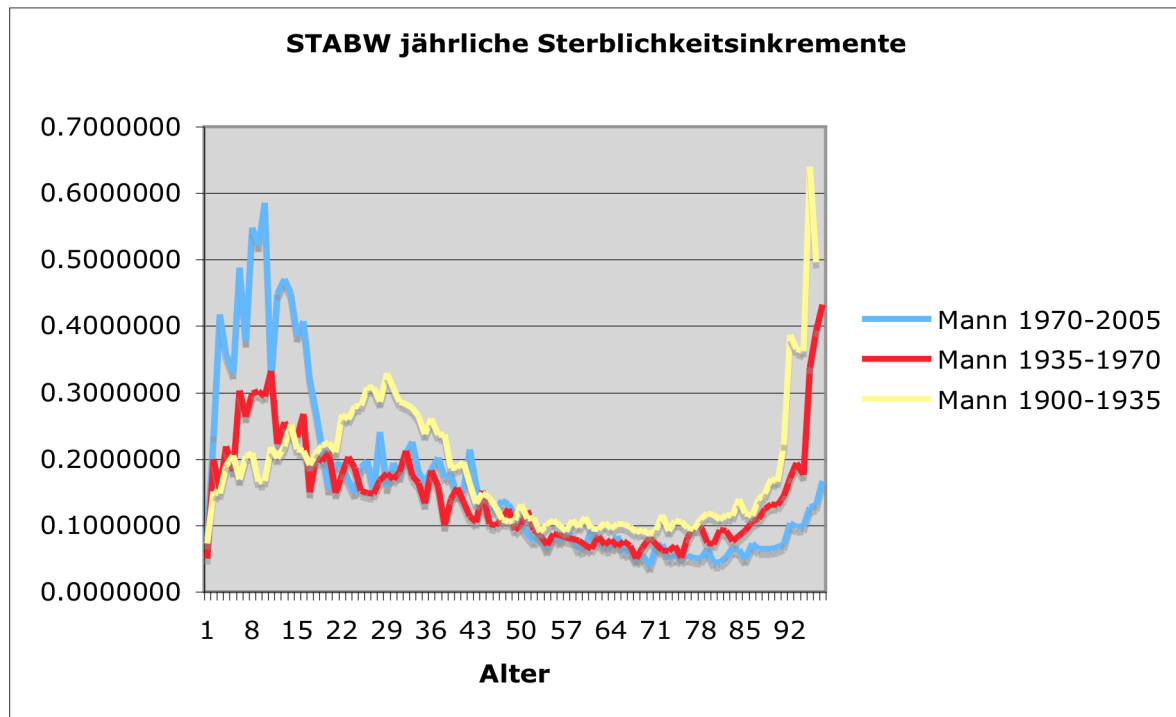
Abbildung 3.5: Entwicklung der Sterbeordnung Alter >65 (Mann) 1876-2005¹⁰⁵



Untersucht man die Entwicklung der Sterbeordnung der Männer nach dem Alter 65 zwischen 1876 und 2005, stellt man fest, dass beide Aspekte – die Rektangularisierung sowie die Erhöhung des maximalen Lebensalters – eine Rolle spielen. Einerseits nimmt die Rektangularisierung zu, andererseits steigt das maximale Sterbealter (vgl. Abbildung 3.4). Betrachtet man die Entwicklung der Lebenserwartung anhand der jährlichen Inkremente der Sterblichkeit über die einzelnen Altersklassen, wird deutlich, dass die Schwankungen des Sterblichkeitsverlaufs nicht in allen Klassen gleich sind. Wie Abbildung 3.6 für Männer über alle Altersklassen aufzeigt, unterliegt die Sterblichkeit im höheren Alter grösseren Schwankungen als in jüngeren Jahren. Das kann als Indikator für die grössere Unsicherheit bezüglich der Sterblichkeitsentwicklung im hohen Alter gedeutet werden. Ebenfalls ersichtlich ist, dass die Streuung im Verlauf der Jahre abgenommen hat. Eine ähnliche Situation resultiert für die Frauen. Die Sterblichkeitsentwicklung scheint ein schleichender Prozess zu sein, bei dem sich das Risiko gegen das Lebensende erhöht. Diesem Aspekt sollte in der Risikobewertung Rechnung getragen werden. Auf dieses Thema kommen wir in Kapitel 4 erneut zu sprechen.

¹⁰⁵ Eigene Berechnung auf der Basis der Sterblichkeitsdaten von 1876 bis 2005, Human Mortality Database, Max-Planck-Institut.

Abbildung 3.6: Mittlere Standardabweichung der jährlichen Inkremente der Sterblichkeit $q_x(t)$ (Mann) 1900-2005 für unterschiedliche Altersklassen¹⁰⁶ und Zeithorizonte



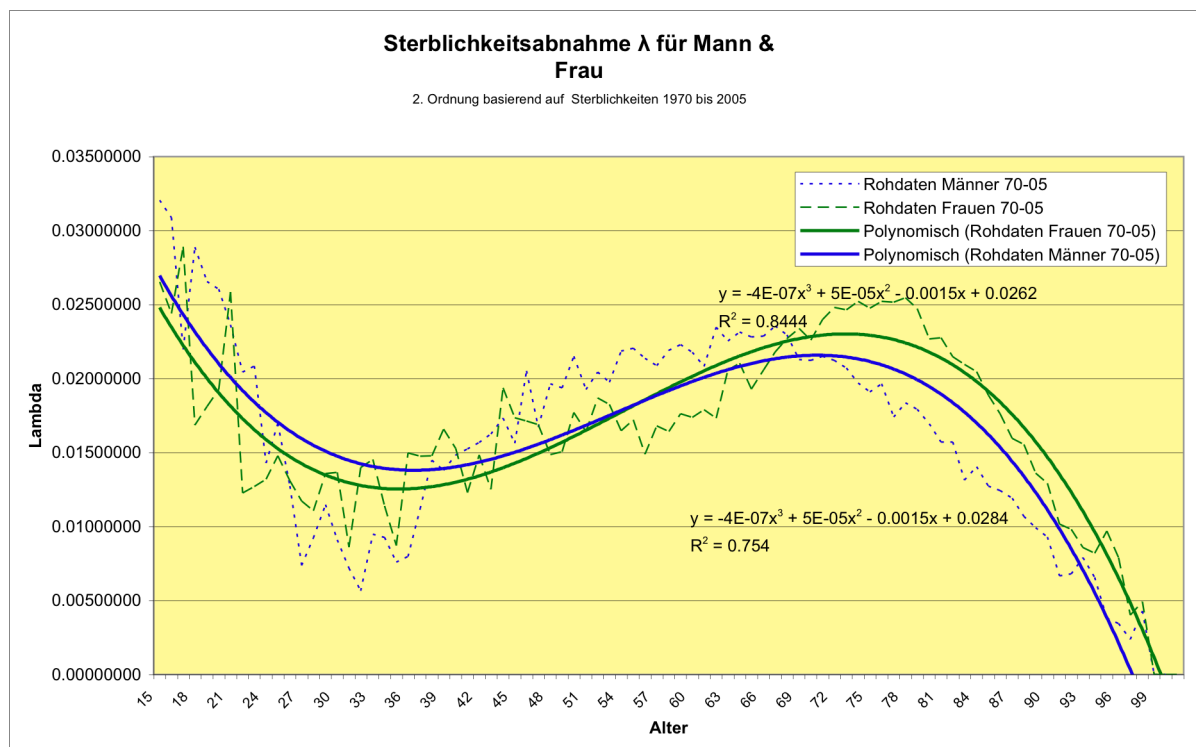
Beim Sterblichkeitstrend stellen wir ebenfalls grosse Unterschiede zwischen den Altersklassen fest. Betrachtet man die Entwicklung des Sterbeprozesses anhand eines Sterblichkeitstrends¹⁰⁷ für $q_x(t)$, zeigt sich, dass sich diese sehr unterschiedlich entwickelt haben (vgl. Abbildung 3.7). Die Lebenserwartung hat sich vor allem im Alterssegment 50 bis 75 sehr stark verbessert. In den Altersklassen 35 bis 39 ist die Sterblichkeit beinahe konstant geblieben, während die Altersklassen 65 bis 69 eine markante Senkung der Sterblichkeit über die letzten 35 Jahre verzeichnen. Die Altersklassen zwischen 45 und 65 Jahren weisen einen grösseren Sterblichkeitsrückgang auf als jene über 75 (vgl. Abbildung 3.6). Bei Frauen ist die Sterblichkeitsverbesserung hingegen nach dem Alter 70 am höchsten. Interessanterweise beobachten wir vor allem bei den Männern nach dem 50. Lebensjahr – in den Jahren, in denen die Herz-Erkrankungsgefahr erfahrungsgemäss steigt – den grössten Sterblichkeitsrückgang. Es ist anzunehmen, dass diese Entwicklung hauptsächlich auf die verbesserte medizinische Versorgung und den

¹⁰⁶ Eigene Berechnung auf der Basis der Sterblichkeitsdaten von 1970 bis 2005, Human Mortality Database, Max-Planck-Institut.

¹⁰⁷ Eigene Berechnung auf der Basis der Sterblichkeitsdaten von 1970 bis 2005, Human Mortality Database, Max-Planck-Institut.

technischen Fortschritt im Bereich der Behandlung von Herz- und Kreislauf-Störungen zurückzuführen ist. In diesem Fall wäre die Hypothese einer Rektangularisierung in der Sterbeordnung nach dem Alter 65 plausibler als jene einer stetigen Zunahme der Höchstaltersgrenze.

Abbildung 3.7: Polynomische Approximation 3. Grades der Sterblichkeitsabnahme über alle Altersklassen für Mann und Frau 1970-2005

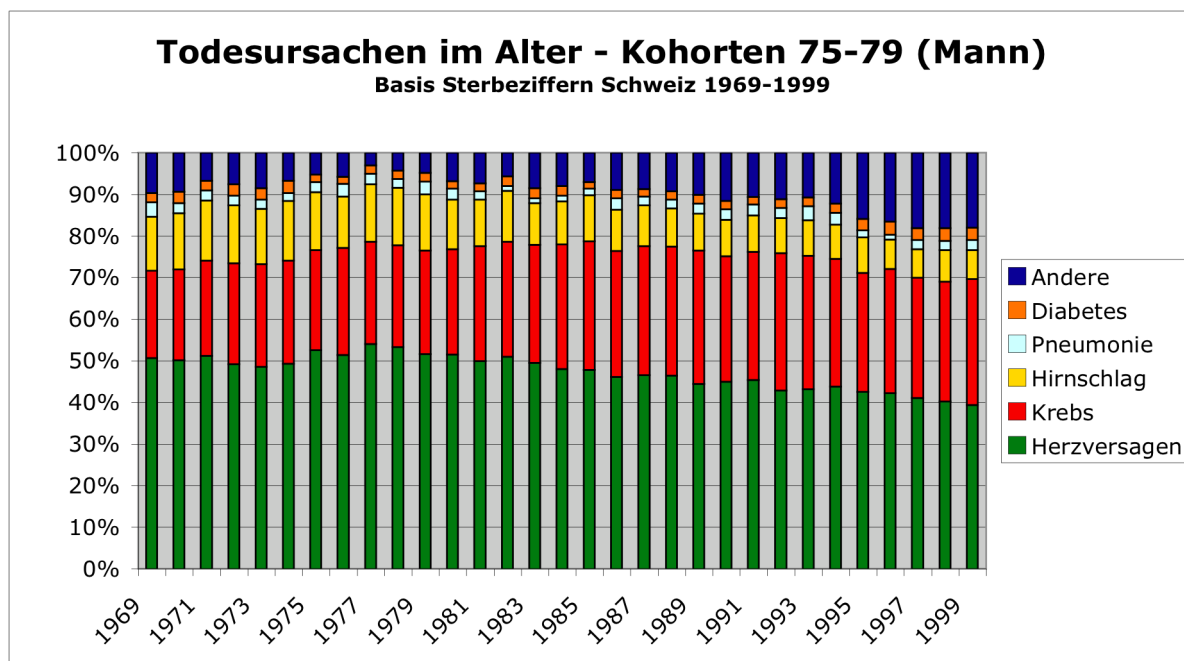


Die verbesserte medizinische Versorgung hat sicher einen wichtigen Einfluss auf die Lebenserwartung. Für die Prämienberechnung im Kontext der Risiko-Transformation ist gut zu wissen, dass die Lebenserwartung in einem bestimmten Alter statistisch gesehen einen gewissen Wert annimmt. Es hilft uns aber nicht dabei, die Ursachen der Trendentwicklung zu verstehen. In den Sterblichkeitsdaten sind Informationen enthalten, die im Einzelnen nicht bekannt sind. Möchte man das Langleberisiko im Rahmen der Risiko-Intermediation einem Investor weitergeben, braucht dieser eine Informationsgrundlage, um Erwartungen bezüglich den zukünftigen Zustände zu bilden. Aus diesem Grund befassen wir uns im nächsten Abschnitt mit der Frage der Todesursachen im Alter.

3.2.2 Entwicklung der Todesursachen im Alter

Betrachtet man die Todesursachen, wird ersichtlich, dass die meisten Personen in einem gewissen Alter an einer Krankheit sterben. Die Untersuchung der Altersgruppe der 75- bis 79-jährigen Männer im Zeitraum von 1969 bis 1999 zeigt, dass Herz-Kreislauf-Störungen und Krebserkrankungen 75 Prozent der Todesfälle erklären. Interessanterweise bleiben die prozentualen Anteile für Pneumonie und Diabetes (4-5 Prozent) über die Zeit in etwa konstant. Waren 1969 3 Prozent an Pneumonie und 2 Prozent an Diabetes gestorben, zählte man 1999 nur noch 2 respektive 3 Prozent an Pneumonie respektive an Diabetes Gestorbene. Stellten 1969 Herz-Kreislauf-Erkrankungen in der Altersgruppe der 75- bis 79-jährigen noch in 51 Prozent aller Fälle die Todesursache dar, registrieren wir bis 1999 eine Abnahme von 13 Prozent. Dasselbe stellen wir bei Hirnschlägen fest: 1969 starben 13 Prozent der Personen an einem Hirnschlag, 1999 waren es nur noch 7 Prozent.

Abbildung 3.8: Todesursachen im Alter (Mann)¹⁰⁸

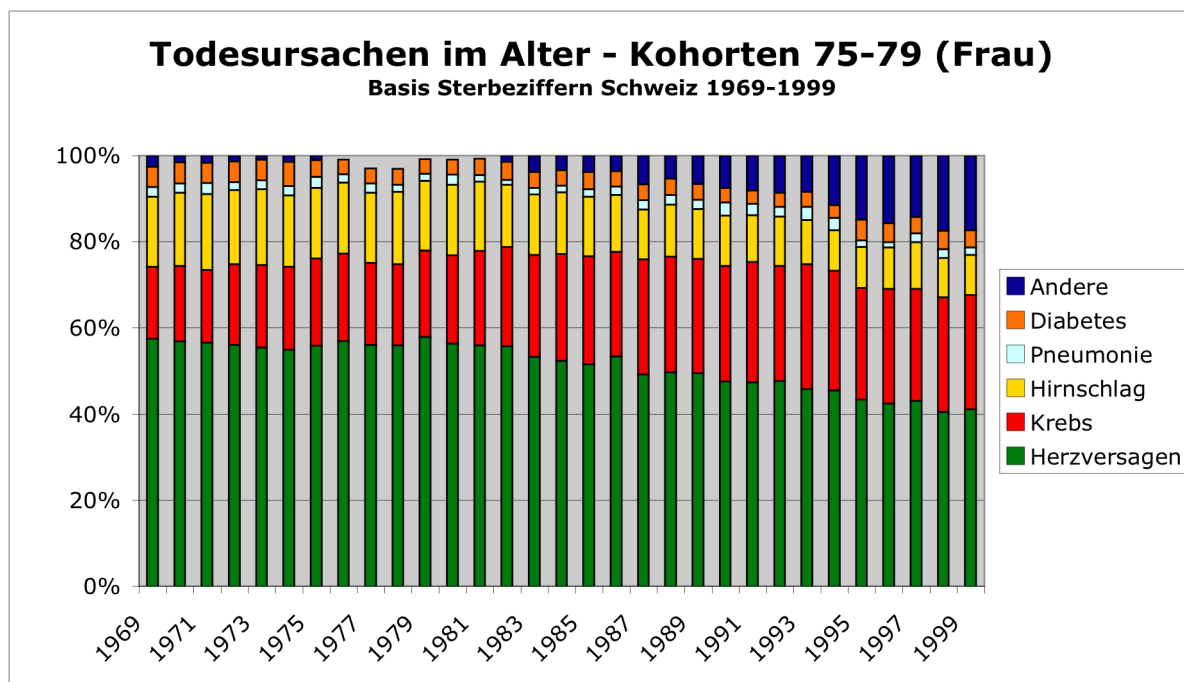


Zwischen 1969 und 1999 sind hingegen die Todesfälle infolge einer Erkrankung an Krebs von 21 auf 30 Prozent gestiegen. Ebenfalls zugenommen haben andere Ursachen, die auf Infektionskrankheiten zurückzuführen sind, darunter auch Aids.

¹⁰⁸ Eigene Berechnung auf der Basis der schweizerischen Sterbeziffern, nach allen Todesursachen (Mann) von 1969 bis 1999. Datenquelle Bundesamt für Statistik (BFS).

Ein ähnliches Bild erhalten wir bei den Frauen. Starben 1969 57 Prozent infolge einer Herz- und Kreislauferkrankungen, waren es 1999 noch 39 Prozent. An einer Krebserkrankung starben hingegen 1969 17 Prozent, 1999 aber 27 Prozent.

Abbildung 3.9: Todesursachen im Alter (Frau)¹⁰⁹



Wäre die Anzahl infolge Krebs- oder Infektionskrankheiten gestorbener Personen nicht wesentlich gestiegen, hätte sich die Sterblichkeitsrate in der betrachteten Periode noch stärker verringert. Gerade im Bereich der Herzforschung und -behandlung wurden in den letzten 25 Jahren wichtige Fortschritte erzielt. Falls sich diese Entwicklung in anderen medizinischen Bereichen ähnlich positiv entfaltet, könnte dies eine signifikante Erhöhung der Lebenserwartung nach sich ziehen. Das würde die Hypothese einer weiteren Verbesserung der Lebenserwartung stützen.

3.2.3 Schlussfolgerung

Basierend auf den oben dargestellten Ergebnissen aus der Analyse der Schweizer Sterbeziffern haben wir einige Faktoren kennen gelernt, welche die Sterblichkeitsentwicklung beeinflussen. Wenn sich auch die medizinische Versorgung massgeblich auf

¹⁰⁹ Eigene Berechnung auf der Basis der schweizerischen Sterbeziffern nach allen Todesursachen (Mann) von 1969 bis 1999. Datenquelle Bundesamt für Statistik (BFS).

den Sterblichkeitsverlauf auswirkt, dürfte dies dennoch nicht der einzige Grund sein. Trotz signifikanter medizinischer Fortschritte in den letzten 30 Jahren fällt die Verbesserung der Lebenserwartung zwischen 1900 und 1918 grösser aus als zwischen 1980 und 1999 (vgl. Abbildung 3.3). Rogers (2002) weist in diesem Zusammenhang darauf hin, dass die Entwicklung der Lebenserwartung ein komplexes Gebilde darstellt. Es wird durch sozioökonomische, biologische, politische sowie durch Umwelt- und Gesundheitsfaktoren beeinflusst. Gemäss Rogers widerspiegeln die vergangenen Jahre nicht die zukünftige Entwicklung, da sich über die Zeit hinweg nicht alle Einflussfaktoren günstig entwickeln. Kann eine politische Antiraucher-Kampagne eine Abnahme bei Lungenkrebs Erkrankungen bewirken, sind Naturkatastrophen oder Terroranschläge verantwortlich für eine Senkung der Lebenserwartung. Insgesamt hat die Lebenserwartung im letzten Jahrhundert stetig zugenommen. Dies dürfte vor allem auf den höheren Lebensstandard und auf die verbesserte medizinische Versorgung zurückzuführen sein. Sind diese Verbesserungen realisiert, leisten sie keinen weiteren Beitrag zur Verbesserung der zukünftigen Lebenserwartung. Roger ist der Ansicht, dass angesichts des bereits sehr hohen Niveaus keine massgeblich steigende Lebenserwartung anzunehmen ist.

Aufgrund zunehmender Fettleibigkeit, neuen Infektionskrankheiten oder schlechteren Lebens- und Umweltbedingungen könnte die Sterblichkeit erneut zunehmen. Da beispielsweise im Falle der asiatischen Vogelgrippe nicht genügend Impfstoff vorhanden ist, wäre eine solche Entwicklung durchaus möglich. Auch der HIV-Virus ist bei weitem nicht eliminiert. Es ist durchaus denkbar, dass neue Formen dieses Virus eine Erhöhung der Sterblichkeit hervorbringen könnten. Die zunehmende Resistenz einzelner Viren, wie dies etwa bei der Tuberkulose der Fall ist, könnte eine Zunahme der Sterblichkeit bedeuten. Das wahrscheinlichste Szenario ist es wohl, von einer zukünftig immer noch besseren Lebenserwartung auszugehen, allerdings mit verlangsamter Wachstumsrate.

3.3 Deterministische Erfassung der Sterblichkeitsveränderung

3.3.1 Grundlagen für die deterministische Erfassung der Sterblichkeitsveränderung

Die mathematische Erfassung des Sterblichkeitsverlaufs lässt sich mit der Funktion q_x erfassen. Betrachten wir diese Funktion über die Zeit, erhalten wir die Funktion $q_x(t)$,

die der Sterbewahrscheinlichkeit eines x -jährigen im Zeitpunkt t entspricht. In einem Dreiachsensystem betrachtet, stellt $q_x(t)$ eine Fläche dar (vgl. Abbildung 3.2). Für die Messung des Sterblichkeitsrückgangs wird dann der Verlauf der Funktion $q_x(t)$ betrachtet, indem x konstant gehalten wird und der Parameter t variiert. Damit lässt sich für die Sterblichkeitsentwicklung einen Trend ermitteln, der als beste Schätzung für die zukünftige Sterblichkeit eingesetzt wird. Um das Vorhandensein des Trends zu testen, werden die Rohdaten normalerweise in einem ersten Schritt mit dem Whittaker-Henderson-Verfahren ausgeglichen.¹¹⁰ In einem zweiten Schritt wird mit einem Newmann-Test¹¹¹ untersucht, ob die Dispersion von zeitlich aufeinanderfolgenden Beobachtungen normalverteilt ist. Mit dem Test von Cox und Stuart¹¹² kann der Trend in der Folge noch auf eine Trendänderung überprüft werden. Die Trendschätzung erfolgt in der aktuarischen Praxis in der Regel auf der Basis einer logarithmischen Regression aus verschiedenen Generationen von Sterbetafeln. Zur Schätzung des Sterblichkeitstrends werden in der Praxis verschiedene Modelle eingesetzt. Der Bericht zur Methodik für die Konstruktion von Generationentafeln von Swiss Life¹¹³ gibt einen guten Überblick über verschiedenen Modelle. In den folgenden Abschnitten werden sie kurz dargestellt.

3.3.2 Die Modelle zur deterministischen Erfassung des Langleberisikos

Im vorliegenden Abschnitt betrachten wir eine Auswahl der in der aktuarischen Praxis am meisten verwendeten Modelle zur Erfassung des Sterblichkeitsverlaufs.

¹¹⁰ Für eine ausführliche Darstellung des Whittaker-Henderson-Ausgleichsverfahren vgl. Behrens (1995), S. 92ff.

¹¹¹ Für eine ausführliche Darstellung des Newmann-Tests vgl. Sachs (1992), S. 48ff.

¹¹² Für eine ausführliche Darstellung des Cox-und-Stuart-Tests vgl. Sachs (1992), S. 486ff.

¹¹³ Interne Anleitung der Swiss Life zur Erstellung von Generationentafeln, die 1998 unter der Leitung von Prof. Dr. M. Koller erstellt wurde.

Modell der Grenzsterblichkeit

Bei diesem Ansatz geht man davon aus, dass die Sterblichkeit einer exponentiellen Abnahme unterworfen ist. Diese konvergiert gegen eine Grenzsterblichkeit. Das Hauptproblem dieses Ansatzes liegt darin, dass der Wert geschätzt werden muss und nicht direkt beobachtbar ist.

Formell lässt sich das Modell durch folgende Gleichung darstellen:

$$q_x(t) = q_x(t_0) \exp(\alpha_x + (1 - \alpha_x) \exp(-\lambda_x(t - t_0))) \quad (\text{GL 3.13})$$

Dabei stellt $q_x(t_0)\alpha_x$ die Grenzsterblichkeit dar.

Modell der Extrapolation nach AHV-Tafeln

In diesem Modell geht man von einem unter- oder überexponentiellen Sterblichkeitsrückgang aus. Das Modell ist durch folgende Gleichung gegeben:

$$q_x(t) = q_x(t_0) \exp(-\lambda_x(t - t_0)^{c_x}) \quad (\text{GL 3.14})$$

Abhängig davon, ob c_x grösser oder kleiner als eins gewählt wird, finden wir eine über- oder eine subexponentielle Abnahme der Sterblichkeit vor. Das Hauptproblem dieses Ansatzes liegt darin, dass c_x geschätzt werden muss und seine Grösse sehr stark vom Alter abhängig ist.

Das Nolfi-Modell¹¹⁴

Nolfi (1959) schätzt den Sterblichkeitstrend auf der Basis eines Exponentialmodells, das sich durch folgende Gleichung darstellen lässt:

$$q_x(t) = q_x(t_0) \exp(-\lambda_x(t - t_0)) \quad (\text{GL 3.15})$$

mit:

$$T_x = \log(0.5) / \lambda_x$$

und entsprechend:

$$\lambda_x = \log(0.5) / T_x \quad \text{mit } T_x = \max(40, x) \quad (\text{GL 3.16})$$

Im Modell von Nolfi steht $q_x(t_0)$ für die Sterblichkeit eines x -jährigen zum Zeitpunkt t_0 . λ_x steht hingegen für die Sterbeintensität und $\frac{\log(0.5)}{\lambda_x}$ entspricht der Halbwertszeit. Das

¹¹⁴ Vgl. Nolfi (1959).

Mass der Halbwertszeit entspricht der Zeit, nach der sich die Sterblichkeit halbiert. Wird etwa $\lambda_x = \log(0.5)/40$ gesetzt, bedeutete dies, dass die Sterblichkeit für Männer in der Periode von t_0 bis $t_0 + 40$ um 50 Prozent abnimmt. Interessanterweise ist die Halbwertszeit nicht von der Zeit t_0 abhängig, sondern ausschliesslich von der Sterbeintensität λ_x . Bei diesem Ansatz wird angenommen, dass die Sterbeintensität λ_x im Verlauf der Zeit gleichmässig abnimmt. Das lässt sich mit einer Exponentialfunktion gut darstellen. Ist also λ_x bekannt, kann der Wert λ_x bestimmt werden.¹¹⁵

Die aktuarische Praxis greift zur Berechnung des Sterblichkeitsrückgangs noch heute auf das Nolfi-Modell zurück. Sie verwendet aber zur Schätzung von λ_x eine verallgemeinerte Version dieses Ansatzes: Die λ_x -Werte werden direkt über die einzelnen Kohorten geschätzt. Ausgehend von der logarithmierten Sterblichkeitsfunktion wird mittels einer OLS-Regression eine Schätzung für die Steigung von λ_x durchgeführt¹¹⁶:

$$\log(q_x(t)) = \log(q_x(t_0)) + \lambda_x(t - t_0) \quad (\text{GL 3.17})$$

Der somit ermittelte Trend wird dann als «Zuschlag» in der Generationentafel mitberücksichtigt. Damit kann eine akurate Prämienkalkulation für eine Rente vollzogen werden. Der Nachteil dieses Vorgehens liegt darin, dass die Schätzungen ausschliesslich auf Vergangenheitsdaten basieren. Sie tragen der ungewissen Zukunft ungenügend Rechnung. Mit der trendmässigen Betrachtung der zukünftigen Entwicklung der Sterblichkeit erhalten wir eine vorsichtige Schätzung. Nicht berücksichtigt wird, dass die zukünftigen Realisierungen der Sterblichkeit von diesem Erwartungswert abweichen können.

3.3.3 Schlussfolgerung

Die aktuarielle Praxis geht von konstanten Sterbewahrscheinlichkeiten über die Zeit aus. Die letzte Schätzung der privaten Lebensversicherer basiert auf den vier jüngsten Volkssterbetafeln (1960–1993) und den Periodentafeln (1986–1990 sowie 1996–2000). Dabei zeigt sich, dass die Veränderung der Lebenserwartung in der Periode von 1988 bis 1998 die Höhe des durchschnittlichen Trends der vorherigen 30 Jahren nicht mehr erreicht hat. Es wäre allerdings falsch, dies als Trendwende zu deuten. Ein Faktor, den

¹¹⁵ Nolfi berechnet im Jahr 1959 die Halbwertszeit anhand des Sterblichkeitsverlauf der schweizerischen Wohnbevölkerung von 1921 bis 1953.

¹¹⁶ Im Rahmen der Konstruktion einer neuen Generationentafel wendet Koller (1998) das Nolfi-Modell zur Schätzung des Sterblichkeitsrückgangs in der Schweiz an.

es zu berücksichtigen gilt, ist der Übergang vom Vor- ins BVG-Obligatorium. Dadurch wurden die Bestände der Lebensversicherer leicht umgeschichtet. Die Trendabschwächung ist hauptsächlich darauf zurückzuführen, dass ab 1985 Versicherte mit einem weniger guten Gesundheitszustand in die Bestände aufgenommen wurde. Dies bremste die Lebenserwartung der Rentner. Letztere hat sich in der Zwischenzeit jedoch wieder stabilisiert. Tabelle 3.1¹¹⁷ zeigt die Schätzungen für die Entwicklung der Lebenserwartung für 65-jährige Personen (Männer und Frauen) auf.

Tabelle 3.1: Schätzungen der Entwicklung der Lebenserwartung Alter 65

Sterbetafel	1988	1990	1995	1998	2000	2005	2010	2015	2020
Männer									
SVV 1986-1990	16.5	17.9	18.4	18.7	19.0	19.5	20.0	20.5	21.0
SVV 1996-2000	–	–	–	16.9	18.2	18.7	19.2	19.7	20.2
Frauen									
SVV 1986-1990	20.7	23.1	23.8	24.3	24.5	25.2	25.8	26.5	27.0
SVV 1996-2000	–	–	–	21.1	23.5	24.2	24.9	25.5	26.1

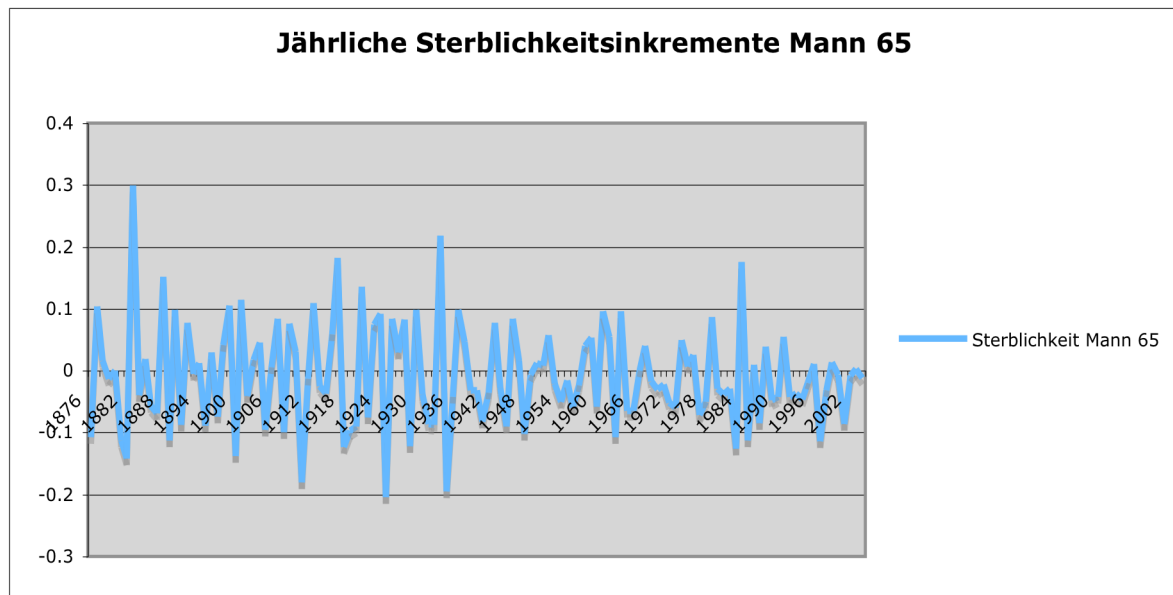
Auch wenn wir davon ausgehen, dass die deterministischen Sterbewahrscheinlichkeiten die beste Schätzung für die zukünftige Sterblichkeit darstellen, sind diese für bestimmte Anwendungen ungeeignet. Sie tragen der Ungewissheit der Zukunft zu wenig Rechnung. Obwohl sich der Verlauf in den letzten Jahren stabilisiert hat, unterliegt die Sterblichkeit – wie Abbildung 3.9¹¹⁸ für die Altersklasse 65 aufzeigt – über die Zeit erheblichen Schwankungen. Ein ähnliches Resultat finden wir für die Altersklassen nach 65, mit dem einzigen Unterschied, dass die Schwankungen zunehmen. Currie, Durban und Eilers (2004) haben die historischen Sterblichkeitstrends auf der Basis von englischen Sterblichkeitsdaten¹¹⁹ von 1947 bis 1999 und für die Altersklassen von elf bis hundert Jahren untersucht. Sie kommen zum Schluss, dass die Veränderungs-rate der Sterblichkeit über die Zeit bedeutenden Schwankungen unterliegt und die Entwicklung über die einzelnen Altersklassen signifikante Unterschiede aufweist.

¹¹⁷ Datenquelle Bundesamt für Privatversicherung (BPV), Ressort Leben (2003).

¹¹⁸ Eigene Berechnung auf der Basis der Sterblichkeitsdaten von 1876 bis 2005, Human Mortality Database, Max-Planck-Institut. Betrachtet wurde die Entwicklung der prozentualen Inkremente der Sterbewahrscheinlichkeiten $q_{65}(t)$, die der Wahrscheinlichkeit entspricht, dass ein 65-jähriger Mann innert einem Jahr stirbt.

¹¹⁹ UK Insurance and Pension, Daten des Continuous Mortality Investigation Bureau.

Abbildung 3.10: Prozentuale Inkremente der Sterblichkeit $q_{65}(t)$ (Mann) 1876-2005



Obwohl die Abweichungen der deterministisch bestimmten Sterblichkeitsprojektionen stets im 90-Prozent-Vertrauensintervall blieben, halten sie fest, dass langfristige Sterblichkeitsprojektionen nur sehr ungenau geschätzt werden können. Das ist in bestimmten Sachlagen problematisch. Cairns, Blake und Dowd (2004a) führen drei Situationen an, in denen die deterministische Betrachtung der Sterblichkeit zu kurz greift. Der stochastischen Natur der Sterblichkeit sei zwingend Rechnung zu tragen:

- *Bei der Berechnung von VaR-Quantilen für die Deckungskapitalberechnung eignen sich deterministische Sterbewahrscheinlichkeiten nicht, weil damit die Ungewissheit der Zukunft vernachlässigt wird.*
- *Bei der Prämienbestimmung und der Reservierung von eingebetteten Optionen muss die Ungewissheit der Zukunft mitberücksichtigt werden, um zukünftige Verluste zu vermeiden.*
- *Für die Bewertung von Finanzinstrumenten (im Rahmen der Risiko-Intermediation), deren Zahlungsströme an ein Sterblichkeitsrisiko gebunden sind, muss der zukünftige Wert der Sterblichkeit berücksichtigt werden.*

Aufgrund dieser Überlegungen befassen wir uns im nächsten Abschnitt mit der stochastischen Erfassung der Sterblichkeitstsentwicklung und besprechen eine Auswahl der in der Literatur bekannten Modelle.

3.4 Stochastische Erfassung der Sterblichkeitsveränderung

3.4.1 Grundlagen für die stochastische Erfassung der Sterblichkeitsveränderung

In der deterministischen Betrachtung der Sterblichkeit wird also pro Altersklasse ein Trend mittels einer Regression über die logarithmierten Sterblichkeiten vorgenommen (vgl. 3.3). Das ergibt für jede Altersklasse einen Trendparameter, mit dem sich eine Prognose für die künftige Sterblichkeit ermitteln lässt. In der Literatur werden für die stochastische Modellierung der Sterblichkeit unterschiedliche Verfahren vorgeschlagen. Um die Intuition zu fördern und ein besseres Verständnis für die einzelnen Modelle zu erhalten, wollen wir an dieser Stelle ein einfaches Vektormodell für die Sterblichkeitsentwicklung einführen. Zu diesem Zweck betrachten wir eine generische $X \times T$ -Matrix a , in der X für die Altersklassen steht und T für die Zeit. Die Matrix lässt sich folgendermassen darstellen:

$$a = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} & 2000 & 2001 & 2002 & 2003 & 2004 \\ \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ \vdots \\ 94 \\ 95 \end{array} & \left[\begin{array}{ccccc} a_0(t_0) & a_0(t_1) & a_0(t_2) & a_0(t_3) & a_0(t_4) \\ a_1(t_0) & a_1(t_1) & a_1(t_2) & a_1(t_3) & a_1(t_4) \\ a_2(t_0) & a_2(t_1) & a_2(t_2) & a_2(t_3) & a_2(t_4) \\ a_3(t_0) & a_3(t_1) & a_3(t_2) & a_3(t_3) & a_3(t_4) \\ a_4(t_0) & a_4(t_1) & a_4(t_2) & a_4(t_3) & a_4(t_4) \\ a_5(t_0) & a_5(t_1) & a_5(t_2) & a_5(t_3) & a_5(t_4) \\ a_6(t_0) & a_6(t_1) & a_6(t_2) & a_6(t_3) & a_6(t_4) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{94}(t_0) & a_{94}(t_1) & a_{94}(t_2) & a_{94}(t_3) & a_{94}(t_4) \\ a_{95}(t_0) & a_{95}(t_1) & a_{95}(t_2) & a_{95}(t_3) & a_{95}(t_4) \end{array} \right] & \begin{array}{c} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \\ \beta_5 \\ \beta_6 \\ \vdots \\ \beta_{94} \\ \beta_{95} \end{array} \end{array} \\ \begin{array}{ccccc} k(t_0) & k(t_1) & k(t_2) & k(t_3) & k(t_4) \end{array} \end{array} \quad (\text{GL 3.18})$$

Jedes Element $a_x(t)$ entspricht einem Sterblichkeitsparameter im Alter x zum Zeitpunkt t . Der Ausgangspunkt zur Modellierung besteht dann in den meisten Fällen da-rin, die obenstehende Matrix, über die $X \times T$ Elemente nach folgendem Modell zu summieren:

$$a_x(t) = f(x, \beta_x, k(t)) + \varepsilon_x(t) \quad (\text{GL 3.19})$$

Dabei entspricht β_x und $k(t)$ einem multidimensionalen Alters- und Zeitparameter. $\varepsilon_x(t)$ ist ein Störterm, von dem angenommen wird, dass er im Erwartungswert null entspricht und normalverteilt ist.¹²⁰ Die meisten Modelle betrachten dann für die $a_x(t)$ Parameter

¹²⁰ Auch im Schweizer Solvenz-Test (SST) wird davon ausgegangen, dass der Sterblichkeitsverlauf normalverteilt ist.

entweder die logarithmierten Sterberaten $m_x(t)$ ¹²¹ oder die logarithmierten Sterblichkeiten $q_x(t)$.

Zur Definition der Funktion f finden wir in der Literatur eine Vielzahl von Modellen, mit denen die Sterblichkeitsentwicklung dargestellt werden kann. Einen guten Überblick hierzu gibt McNown und Rogers (1989). Ist die Funktion f ausgewählt, werden die Parameter für die verschiedenen Altersklassen mittels Regression geschätzt. Im nächsten Abschnitt wollen wir eine Auswahl von stochastischen Modellen besprechen, die zur Modellierung der Sterblichkeitsveränderung eingesetzt werden können.

3.4.2 Die Modelle zur stochastischen Erfassung des Langleberisikos

Auf der Basis des oben eingeführten generischen Modells für die Sterblichkeitsentwicklung lassen sich die verschiedenen Ansätze sehr gut erklären. Um in das Thema einzusteigen, betrachten wir in einem ersten Schritt das Lee-Carter-Modell, in dem für die Parameter $a_x(t)$ die logarithmierte Sterblichkeitsrate $\ln m_x(t)$ eingesetzt wird.

Lee-Carter-Modell

Lee und Carter (1992) führen für die Funktion f ein Modell ein, mit dem sich die alters- und zeitabhängigen mittleren Sterblichkeitsraten modellieren lassen:

$$\ln m_x(t) = \alpha_x + \beta_x k_t + \varepsilon_x(t) \quad (\text{GL 3.20})$$

Sie nehmen an, dass $\sum_x \beta_x = 1$ und $\sum_{t=T_0}^{T_1} k(t) = 0$ entsprechen. In diesem speziellen Fall entspricht $\ln m_x(t)$ dem arithmetischen Mittel, das durch den Parameter α_x dargestellt wird. In ihrem Modell gehen sie davon aus, dass die Sterblichkeitsveränderungen einer ARIMA-Zeitreihe¹²² entspricht und die unterschiedlichen Altersklassen perfekt korreliert sind. Die Parameter α_x und β_x sind nichtparametrische Funktionen, an denen keinerlei Glättungsverfahren vorgenommen wird. Der Parameter $k(t)$ stellt das allgemeine mittlere Veränderungsniveau der Sterblichkeit in einem bestimmten Zeitpunkt dar. Lee und Carter nehmen an, dass dieser Parameter einem Random-Walk mit einer Drift folgt:

¹²¹ Die Sterberate berechnet sich aus der Anzahl gestorbenen Personen D_x die in ein Verhältnis zur Bevölkerungsgrösse gesetzt wird. Die Sterbeziffern, werden dann üblicherweise auf 100'000 Einwohner normiert.

¹²² Der Begriff ARIMA leitet sich vom Akronym ARMA (Auto-Regressive-Moving-Average) ab, und bezeichnet ein lineares Modell für stationäre, zeitdiskrete stochastische Prozesse. Betrachtet werden die Differenzen der Y Variable, so dass hinterher die Modellprognosen wieder integriert werden müssen. «I» steht für «Integrated».

$$k(t) = k(t-1) + c + \varepsilon_t \quad (\text{GL 3.21})$$

$k(t)$ entspricht der prognostizierten Sterblichkeitsabnahme, c stellt den Driftterm dar und ε_t ist ein Störterm. Angenommen der Störterm ist normalverteilt, dann gilt:

$$a_x(t) \sim N(\mu_x(t), \sigma^2) \text{ wo } \mu_x(t) = \overline{m}_x(t) + \beta_x k(t) \quad (\text{GL 3.22})$$

In einem fixen multiplikativen Modell der Mittelwerte $\overline{m}_x(t)$ gilt dann:

$$\overline{m}_x(t) \sim N(\mu_x(t), \sigma^2) \text{ wo } \mu_x(t) = \beta_x k(t) \quad (\text{GL 3.23})$$

Auf dieser Basis lassen sich im Lee-Carter-Modell die einzelnen Elemente der Matrix a durch einfache Multiplikation von $\beta_x k(t)$ bestimmen.

Das Modell ist deshalb wertvoll, weil es einfach einsetzbar ist und mit der mittleren Sterblichkeitsrate eine Projektion der künftigen Sterblichkeit einer Altersklasse zulässt. Lee (2000) hat die Modellprognosen auf der Basis einer nachträglichen Untersuchung über unterschiedliche Zeithorizonte geprüft. Er ist zum Schluss gekommen, dass das Modell die Sterblichkeitsabnahme über Perioden von 30 bis 40 Jahre tendenziell unterschätzt, vor allem dann, wenn ältere Daten mitberücksichtigt werden. Dennoch lieferte das Modell in 94 Prozent der Fälle eine korrekte Projektion auf einem Konfidenzniveau von 95 Prozent. Kritisch dürfte allerdings die Annahme sein, dass sich die Sterblichkeitveränderung über sämtliche Altersklassen gleich verhält. Diese Annahme lässt sich auf der Basis der Schweizer Sterblichkeitsdaten nicht bestätigen (vgl. 3.1.2). Renshaw und Haberman (2003), welche die Sterblichkeitsveränderung auf der Basis von englischen Daten untersuchten, weisen ebenfalls darauf hin, dass die Sterblichkeitsveränderung bei den einzelnen Altersklassen sehr unterschiedlich ist. Lee (2000) schlägt vor, das Problem zu lösen, indem die Parameter a_x und b_x für jede Altersklasse über kürzere Zeitperioden geschätzt werden. Ein weiterer Schwachpunkt des Modells liegt darin, dass es aufgrund der Durchschnittsbetrachtung träge auf Schocks reagiert. Chen und Cox (2007) nehmen dieses Thema auf und erweitern das Modell von Lee und Carter (1992), indem sie einen Sprungprozess mitberücksichtigen. Eine umfassende Betrachtung der Prognosefähigkeit des Lee-Carter-Modells geben Booth et al. (2006).

Lee-Yang-Modell

Ein alternativer Ansatz kommt von Lee (2000) und Yang (2001). Er sieht vor, die Sterblichkeitsentwicklung auf der Basis einer deterministischen Projektion der einjährigen Sterblichkeitskurve $\hat{q}_x(t)$ über die Zeit zu betrachten. Dabei wird ein stochastischer

Störterm mitberücksichtigt. In unserem generischen Modell bedeutete dies, dass die Sterblichkeit über die Zeilen modelliert würde. Zur Modellierung der Sterblichkeitsentwicklung griffen sie auf folgende Funktion zurück:

$$q_x(t) = \hat{q}_x(t) \exp\left[X(t) - \frac{1}{2}\sigma_Y^2 + \sigma_Y Z_Y(t)\right] \quad (\text{GL 3.24})$$

mit

$$X(t) = X(t-1) - \frac{1}{2}\sigma_X^2 + \sigma_X Z_X(t) \quad (\text{GL 3.25})$$

Dabei sind $Z_X(t)$ und $Z_Y(t)$ unabhängig und normalverteilt. In den Modellen von Lee und Yang entspricht $X(t)$ dem stochastischen Trend. Der Term $-\frac{1}{2}\sigma_Y^2 + \sigma_Y Z_Y(t)$ berücksichtigt schockartige Veränderungen, etwa eine Grippenepidemie. Gegenüber dem Lee-Carter-Modell ist das ein Fortschritt. Yang (2001) weist allerdings in seiner Untersuchung auf die Tatsache hin, dass sich σ_Y nicht signifikant von null unterscheidet. Dies ist möglicherweise auch auf die Datengrundlage zurückzuführen.

Milevsky-Promislaw-Modell

Milevsky und Promislow (2001) modellieren die Sterbeintensität $\mu_x(t)$ einer bestimmten Altersklasse anhand eines Mean-Reverting-Modells¹²³ und führen das Konzept der «Forward Survival Probability» ein. Die Entwicklung der Sterbeintensität $\mu_x(t)$ wird dann wie folgt modelliert:

$$\mu_x(t) = \xi_0 \exp(\xi_1 x + Y_t) \quad (\text{GL 3.26})$$

Milevsky und Promislow nehmen an, dass Y_t einem Mean-Reverting-Prozess folgt $dY_t = -\alpha Y_t dt + \sigma_X dW_t$.

Auf der Basis der Schweizer Sterblichkeitsdaten haben wir allerdings keinen Hinweis auf zeithomogene Schwankungen gefunden. Cairns et al. (2004b) weisen ebenfalls darauf hin, dass sich auf der Basis von englischen Sterblichkeitsdaten keine empirische Evidenz nachweisen lässt, die auf einen Mean-Reverting-Prozess hindeutet.

Wang-Modell

Wang (2001) befasst sich weniger mit der eigentlichen Modellierung der Sterblichkeitsentwicklung. In seinem Modell geht er davon aus, dass sich sämtliche Finanz- und

¹²³ Vgl. Neftci (2000), S. 270.

Versicherungsrisiken mit einer Normalverteilung approximieren lassen. Das Modell ist weniger interessant in Bezug auf die eigentliche Modellierung der Sterblichkeit. Vielmehr zeigt Wang mit seinem Ansatz den Zusammenhang zwischen der Erfassung eines Risikos und dessen arbitragefreien Bewertung in einem Kapitalmarktkontext auf. Gerade im Kontext der Risiko-Intermediation kommt diesem Aspekt eine zentrale Rolle zu. Um die sich daraus ergebenden Implikationen besser zu verstehen und als Vorbereitung auf Kapitel 4, stellen wir das Modell kurz vor.

Venter (1991) beobachtete, dass die einzigen Prämienprinzipien, welche die «layer additivity»¹²⁴ bewahren, diejenigen sind, die auf einer transformierten Verteilung basieren. Wang greift für die Bildung einer risikoneutralen Verteilung auf den Marktpreis für Risiko λ_m aus dem Capital-Asset-Pricing-Modell¹²⁵ zurück und transformiert die Normalverteilung in eine risikoneutrale Verteilung. Die Vorgehensweise basiert auf der Feststellung, dass in einer risikoneutralen Welt das Risiko gleich entschädigt werden muss. Entsprechend sind nicht nur die Risiko-Eigenschaften zu berücksichtigen, sondern auch die Marktbedingungen. Zu diesem Zweck betrachtet Wang (2001) das Risiko – in unserem Fall das Langleberisiko – als Zufallsvariable X über den endlichen Zeitraum $[0, T]$. Der Wert von X im Zeitpunkt $t = T$ entspricht dann $X = X_T$. Dessen Verteilungsfunktion ist durch $F(x) = \Pr\{X \leq x\}$ gegeben. Für die Transformation von $F(x)$ gilt:

$$S^*(x) = \Phi[\Phi^{-1}(S(x)) + \lambda_m] \quad (\text{GL 3.27})$$

Dabei gilt $S(x) = 1 - F(x)$, Φ stellt die Standardnormalverteilung und λ_m den Marktpreis für das Risiko dar. Der Erwartungswert $E^*[X]$ von $F^*(x)$ entspricht dem risikoadjustierten Fairwert im Zeitpunkt T , der mit dem risikofreiem Zins auf den Zeitpunkt t_0 diskontiert werden kann. Die mit der Wang-Transformation transformierte Verteilung bewahrt ihre Verteilungseigenschaften. Eine Normalverteilung wird auch nach der Transformation eine Normalverteilung sein. Das Gleiche gilt für die Log-Normalverteilung. Lässt sich das Risiko mit einer Normalverteilung (μ, σ^2) erfassen, ergibt die transformierte Verteilung eine neue Normalverteilung mit den Parametern $\mu^* = \mu + \lambda\sigma$ und $\sigma^* = \sigma$. Die Wang-Transformation führt daher für normalverteilte Verpflichtungen auf das klassische Prämienprinzip der Standardabweichung unter Be-

¹²⁴ Damit ist die Additionsfähigkeit einzelner Schichten der Verteilungsfunktion gemeint.

¹²⁵ Vgl. Kapitel 2.

rücksichtigung des Preises für Risiko λ zurück. Der Ansatz zeigt auf, dass bei der Risikoerfassung nebst den reinen Risiko-Eigenschaften auch den Marktbedingungen Rechnung zu tragen ist. Wir behandeln dieses Thema in Kapitel 4 im Zusammenhang mit der Risikobewertung noch eingehender.

Cairns-Blake-und-Dowd-Modell

Cairns, Blake und Dowd (2005b) nehmen die Gedanken von Wang auf und modellieren die Sterblichkeitsveränderung ebenfalls in einem risikoneutralen Kontext. Analog zu Lee und Carter (1992) betrachten sie die Sterblichkeitsentwicklung als einen Random-Walk¹²⁶ mit einer negativen Drift. Die Sterbeordnung erfassen sie jedoch nicht über die mittlere Sterberate, sondern über die Sterbeintensität. Sie gehen von einem Indikatorprozess $I(t_0)$ aus, der im Zeitpunkt $t_0 + 1$ den Wert 1 annimmt, wenn die betrachtete Person, die im Zeitpunkt t_0 das Alter x hatte, noch am Leben ist. Die Filtration mit der Entwicklung bis zum Zeitpunkt $t_0 + 1$ bezeichnen sie mit M_t . Dann gilt für die Überlebenswahrscheinlichkeit im Zeitpunkt t folgende Bedingung:

$${}_k p_x(t) = \Pr(I(t) = 1 | I(t_0) = 1, M_t) \quad (\text{GL 3.28})$$

Dabei sind $t = t_0, t_0 + 1, \dots, t_0 + j$ mit $j = 0, 1, \dots, Z$ und Z natürliche Zahlen. Für jedes $t > t_0 + j$ gilt ${}_k p_x(t) = {}_k p_x(t_0 + j)$, weil diese Wahrscheinlichkeiten nicht mehr der Ungewissheit der Zukunft unterliegen.

Die Funktion f unseres generischen Modells definieren sie dann folgendermassen:

$${}_k q_x(t) = 1 - {}_k p_x(t_0 + j) = \frac{e^{A_1(t+1) + A_2(t+1)(x+k)}}{1 + e^{A_1(t+1) + A_2(t+1)(x+k)}} \quad (\text{GL 3.29})$$

Dabei entspricht A_1 dem allgemeinen Sterblichkeitstrend. A_2 berücksichtigt die Steigung der Sterblichkeitskurve über die Zeit. Damit tragen sie der Tatsache Rechnung, dass der Sterblichkeitsrückgang bei jüngeren Altersklassen grösser ist als bei älteren.

¹²⁶ Vgl Neftci (2000).

Das Vektormodell lässt sich folgendermassen darstellen:

$$A(t_0 + j) = A(t_0) + \mu + CY(t_0 + j) \quad (\text{GL 3.30})$$

μ stellt einen 2-x-1-konstanten Trendvektor dar, C entspricht einer konstanten 2-x-2-Matrix und Y ist eine standardnormalverteilte Zufallsvariable. Basierend auf englischen Sterbewahrscheinlichkeiten schätzen Cairns et al. diese Parameter und stellen fest, dass die Trendparameter zwischen den Jahren 1982 und 2002 steiler ausfallen als zwischen den Jahren 1961 und 2002. Gleichzeitig beobachten sie, dass die Volatilität abgenommen hat. Des Weiteren stellen sie fest, dass das 90-Prozent-Vertrauensintervall während den ersten zehn Jahren sehr nahe am Erwartungswert liegt. Dahingegen wächst mit längerem Zeitintervall die Unsicherheit der Prognose exponentiell und die Schere des Vertrauensintervalls geht entsprechend auf.

Im Gegensatz zu Wang wird bei Cairns et al. (2005) klar, wie sich das Langleberisiko erfassen lässt. Besser als Lee und Carter (1992) tragen sie der Tatsache Rechnung, dass die Sterblichkeitsabnahme im hohen Alter geringer ausfällt. Trotzdem erfasst auch dieses Modell die unterschiedliche Entwicklung der Altersklassen nicht wirklich gut. Zudem erhöht die Einführung eines zusätzlichen Parameters das Parameterrisiko im Modell.

3.4.3 Schlussfolgerung

In diesem Abschnitt haben wir eine Auswahl von Modellen kennen gelernt, die zur Erfassung der Sterblichkeitsentwicklung und somit des Langleberisikos eingesetzt werden können. In einem ersten Schritt sind wir auf deterministische Modelle eingegangen und haben dann ein generisches Modell für die stochastische Erfassung der Sterblichkeit und einige stochastische Modelle eingeführt (vgl. 3.4).

Eine grosse Schwierigkeit bei der Modellierung der Sterblichkeit besteht in der schlechten Datengrundlage, wodurch das Parameterrisiko in den Modellen steigt. Aus diesem Grund ist es sinnvoll, möglichst wenige Parameter in das Modell aufzunehmen. Der empirischen Evidenz zur Sterblichkeitsentwicklung entnehmen wir, dass es sich beim Sterblichkeitsprozess um einen «schleichenden» Prozess handelt: Zwar unterliegt er Schwankungen, weist aber nur in den seltesten Fällen einen Schock auf. Basierend auf einer limitierten Anzahl Beobachtungen aus englischen Sterblichkeitsdaten zeigt Yang (2001), dass der grösste Teil der stochastischen Schwankungen des Sterblich-

keitsverlaufs auf das Trendrisiko zurückzuführen ist. Zufällige Einflüsse, wie etwa eine Grippe-Epidemie, sind vernachlässigbar klein. Einen guten Überblick der Prognosenfähigkeit einzelner Modelle geben Cairns et al. (2008).

Mit einzuschliessen ist auch die unterschiedliche Entwicklung der Sterblichkeit über die verschiedenen Altersklassen. Die Annahme von Lee und Carter (1992), zwischen den einzelnen Klassen herrsche eine perfekte Korrelation, widerspricht unserer Untersuchung der Schweizer Sterblichkeitsdaten. Obwohl sich dieser Aspekt – wie Cairns et al. (2005) aufzeigen – durch die Einführung einer zweiten zeitabhängigen Variablen miteinbeziehen lässt, greift der Ansatz zu kurz. Altersabhängige oder kohortenabhängige Faktoren werden damit ungenügend berücksichtigt. Durch die Modellierung des Sterblichkeitsverlaufs der Altersklassen über die Zeit kann diesen Aspekten besser Rechnung getragen werden.

Im Zusammenhang mit der Risiko-Intermediation bietet die Modellierung der Altersklassen über die Zeit einen weiteren Vorteil. Die Altersklassen können nämlich als homogene Risiko-Einheiten angesehen werden. Sie stellen somit ein «reines» Risiko dar. Geht man davon aus, dass die einzelnen Altersklassen unabhängig sind, lässt sich das Gesamtrisiko eines Rentenbestands über die Altersklassen einfach tranchieren. Da ein Investor am liebsten ein möglichst «reines» Risiko in sein Portfolio übernimmt, ist es sinnvoll, den Rentenbestand bei der Risiko-Erfassung in Altersklassen aufzuteilen. Auf diesen Aspekt kommen wir in Kapitel 5 zu sprechen.

Zusammenfassend halten Cairns et al. (2005) für die Modellierung der Sterblichkeit folgende Kriterien fest, denen ein Modell auf jeden Fall genügen sollte:

- *Das gewählte Modell und dessen Parameter sollten biometrisch gesehen verständlich sein.*
- *Das Modell sollte mit den historischen Daten konsistent sein.*
- *Die Komplexität des Modells sollte dem Zweck angepasst sein.*
- *Das Modell sollte eine einfache und schnelle Berechnung zulassen.*

Diese Kriterien und die Überlegungen in Bezug auf die Möglichkeit, ein Rentenbestand zu tranchieren, berücksichtigend, nehmen wir im nächsten Abschnitt auf der

Basis von Schweizer Sterblichkeitsdaten¹²⁷ eine Schätzung der Sterblichkeitsentwicklung für die Schweiz vor.

3.5 Stochastische Schätzung der Sterblichkeitsveränderung in der Schweiz

3.5.1 Das Modell, die Daten und die Schätzmethode

In Anlehnung an Lee und Yang (2001) modellieren wir die Sterblichkeitsentwicklung der einzelnen Altersklassen über die Zeit und betrachten entsprechend den Sterblichkeitsverlauf entlang den Zeilen unseres generischen Modells. Damit tragen wir der unterschiedlichen Sterblichkeitsentwicklung zwischen den Altersklassen am besten Rechnung. Ausgehend vom klassischen Nolfi-Modell beobachten wir die Sterblichkeit für ein fixes Alter x über die Zeit t und modellieren den Trend als stochastischen Prozess, indem wir den Trendparameter λ_x mit einer Zufallsvariable Λ_x ersetzen:

$$q_x(t) = q_x(t_0) \exp(-\Lambda_x(t - t_0)) \quad (\text{GL 3.31})$$

Analog zu Cairns et al. (2005) nehmen wir an, dass die Sterblichkeit einem Random-Walk mit einer Drift folgt und definieren $\Lambda_x(t)$ folgendermassen:

$$\Lambda_x(t) = \Lambda_x(t - 1) + c + \varepsilon_t \quad (\text{GL 3.32})$$

Dabei entspricht der Parameter c dem Driftparameter, ε_t stellt einen Störterm dar, von dem wir annehmen, dass er normalverteilt ist. Da die Einflüsse von Sterblichkeitschocks (vgl. 3.4) vernachlässigbar sind, verzichten wir für unsere Überlegungen auf die Modellierung von allfälligen Schocks mittels Sprungprozessen. Für den interessierten Leser sei auf Lee (2000), Yang (2001) sowie Chen und Cox (2007) verwiesen.

Die Schätzungen für die Sterblichkeitsentwicklung in der Schweiz führen wir auf der Basis der Sterblichkeitsdaten aus der Mortality Database des Max-Planck-Institutes über den Zeitraum von 1970 bis 2005 durch. Den Mittelwert für $\Lambda_x(t)$ schätzen wir mittels Regression auf der Basis der logarithmierten Sterblichkeiten. Für die Streuung betrachten wir die Standardabweichung der jährlichen logarithmierten Sterblichkeitsdifferenzen.

Die mittels Regression berechneten Rohwerte für den Erwartungswert $\Lambda_x(t)$ unterziehen wir einem Glättungsverfahren, indem wir die geschätzten Werte mit einem Poly-

¹²⁷ Human Mortality Database, Max-Planck-Institut.

nom approximieren. Bei der Auswahl des Polynoms ist zu beachten, dass der Grad so gewählt wird, dass ein möglichst hohes Bestimmtheitsmass erreicht wird. Damit erhalten wir für jede Altersklasse den Mittelwert für die Sterblichkeitsveränderung. Die Streuung berechnen wir auf der Basis der Standardabweichung der jährlichen Differenzen der logarithmierten Sterblichkeiten über den Zeithorizont von 1876 bis 2005. Um die Entwicklung der Streuung besser zu verstehen, wollen wir diese über unterschiedliche Zeithorizonte betrachten.

Um eine Prognose der Sterblichkeit bis ins Jahr 2035 vorzunehmen, müssen wir für die Drift c eine Schätzung vornehmen. Zu diesem Zweck betrachten wir vier Perioden von zehn Jahren von 1966 bis 2005 und berechnen für jede Periode und jede einzelne Altersklasse einen Wert $\Lambda_x(t)$. Als beste Schätzung für den Parameter c greifen wir auf den Mittelwert der Differenzen zwischen den einzelnen $\Lambda_x(t)$ zurück. Wir schätzen damit, ausgehend vom aktuellen Wert im Jahr 2005, einen Wert $\Lambda_x(t)$ für das Jahr 2035. Auf dieser Basis lässt sich mit dem Modell in Gleichung 3.31 eine Prognose für die künftige Sterblichkeit ermitteln. Das Langleberisiko eines Bestandes lässt sich dann einfach berechnen: Auf der Basis der geschätzten künftigen Sterblichkeiten wird die Veränderung der erwarteten Anzahl der Überlebenden bestimmt und die entsprechende Leistungsbarwerte werden geschätzt.

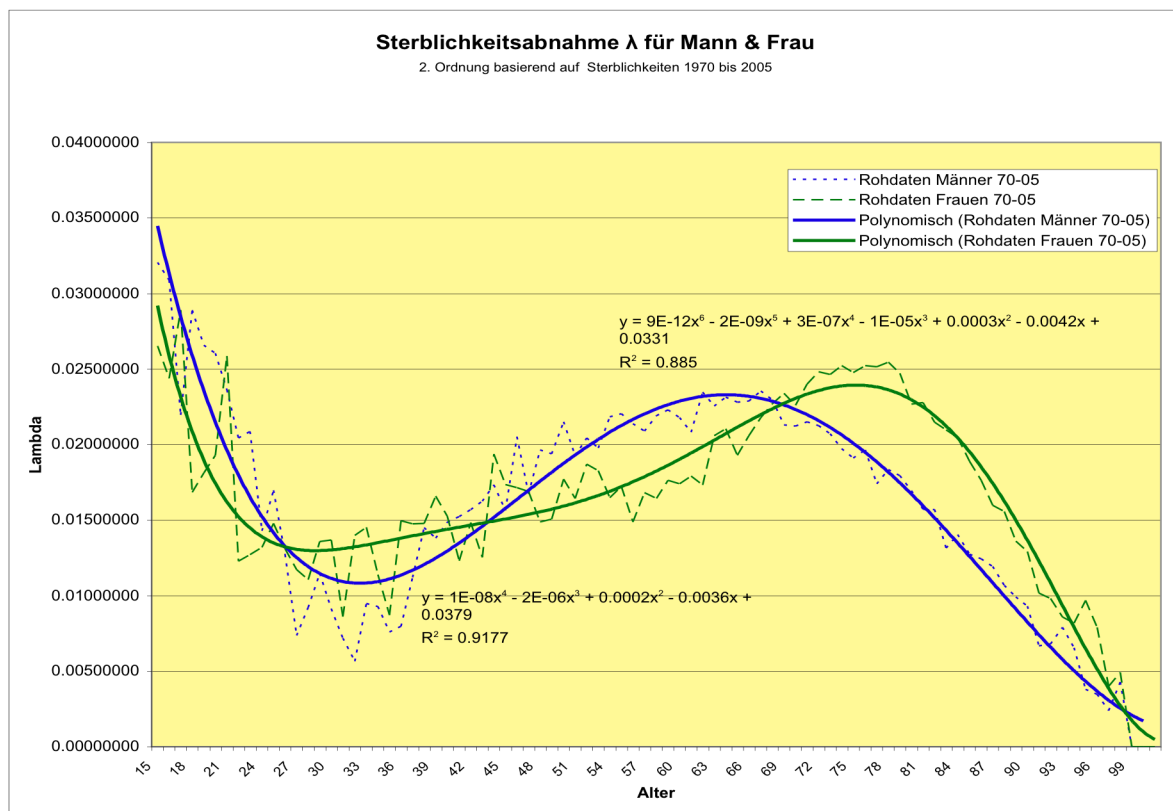
Damit schaffen wir die Voraussetzungen, um auf der Basis der berechneten Schwankungen der Sterblichkeit pro Altersklasse einen VaR-Wert auf einem gewünschten Konfidenzniveau zu bestimmen, der dann als Grundlage für die Bewertung und die Ermittlung des Kapitalbedarfs eingesetzt werden kann. Dieses Thema behandeln wir in Kapitel 4.

3.5.2 Die Ergebnisse

Betrachtet man die Sterblichkeitsentwicklung auf der Basis der historischen Daten von 1970 bis 2005 zeigt Abbildung 3.11, wie sich die einzelnen Altersklassen unterschiedlich entwickelt haben. In der vorliegenden Untersuchung haben wir bei den Frauen, im Gegensatz zu Abbildung 3.7, auf ein Polynom 6. Grades zurückgegriffen, um die Anpassung in den Altersklassen 30 bis 50 zu verbessern. Damit erreichen wir ein Bestimmtheitsmass von 87,4 Prozent, was als gut bezeichnet werden kann. Bei den Männern erreichen wir hingegen bereits mit einem Polynom 4. Grades ein Bestimmtheitsmass von 91,7 Prozent. Auffallend ist die Sterblichkeitsabnahme in den Altersklassen zwi-

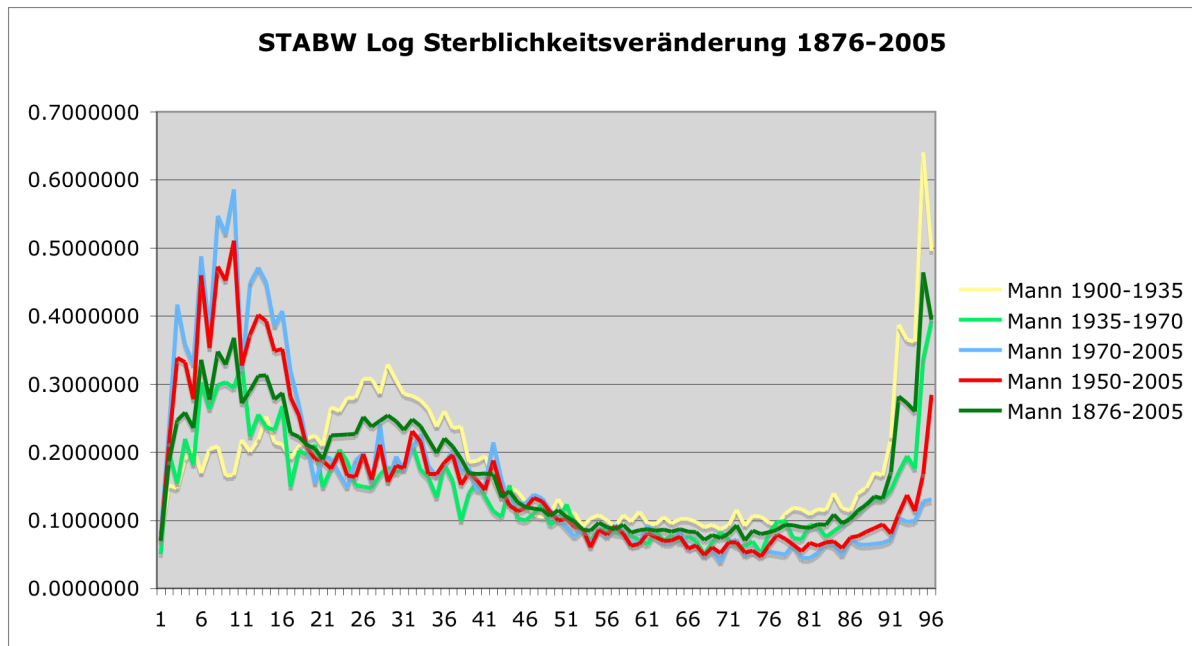
schen 50 und 70 bei den Männern und zwischen 65 und 75 bei den Frauen. Wie in Abbildung 3.11 ersichtlich fällt der Rektangularisierungseffekt bei den Frauen akzentuierter aus als bei den Männern. Über die Altersklassen nimmt die Sterblichkeit bei den Männern jährlich zwischen 0,3 Prozent und 3,4 Prozent ab und bei den Frauen zwischen 0,2 Prozent und 2,9 Prozent ab.

Abbildung 3.11: Polynomische Approximation 4. Grades (Mann) und 6. Grades (Frau) der Sterblichkeitsabnahme über alle Altersklassen von 1970 bis 2005



Betrachtet man die Entwicklung der Standardabweichung der Altersklassen im Zeithorizont von 1876 bis 2005 über verschiedene Zeithorizonte, stellen wir fest, dass sich die Sterblichkeitsschwankungen in der Nachkriegszeit signifikant verringert haben. Interessanterweise nehmen diese in jungen Jahren – zwischen 10 und 15 zu – und im Alter ab. Da wir unseren Fokus auf die Altersrenten richten, vertiefen wir diese Beobachtung nicht weiter, obwohl dies im Zusammenhang mit der Verbriefung von Lebensrisiken sehr interessant wäre. Für unsere Überlegungen ist es hingegen wichtig festzustellen, dass die Sterblichkeitsschwankungen nach dem Alter 85 zunehmen.

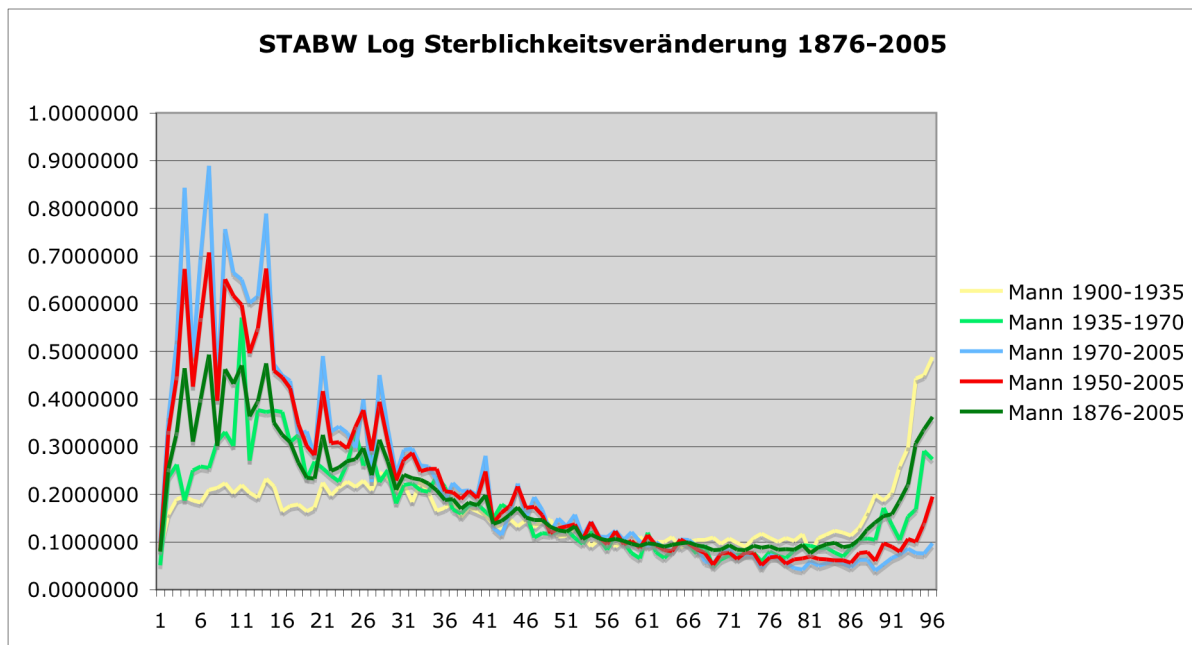
Abbildung 3.12: Standardabweichung der Log-Sterblichkeitsveränderung (Mann)



Eine ähnliche Beobachtung machen wir auch bei den Frauen. Auffallend sind die Schwankungen in jungen Jahren, die wesentlich höher ausfallen als bei den Männern. Dies ist allerdings auch auf die statistische Datengrundlage zurückzuführen, für die wir kein Glättungsverfahren vorgenommen haben, um ein besseres Verständnis für das effektive Risiko zu erhalten. Betrachten wir die Standardabweichungen im Alter, liegen diese zwischen 2 und 3 Prozent und steigen nach dem Alter 85 bis auf 13-14 Prozent.

Auch bei den Frauen können wir eine Abnahme der Sterblichkeitsschwankungen über die Jahre feststellen. Obwohl wir ebenfalls eine Zunahme der Schwankungen nach dem Alter 85 beobachten, fällt diese kleiner aus als bei den Männern.

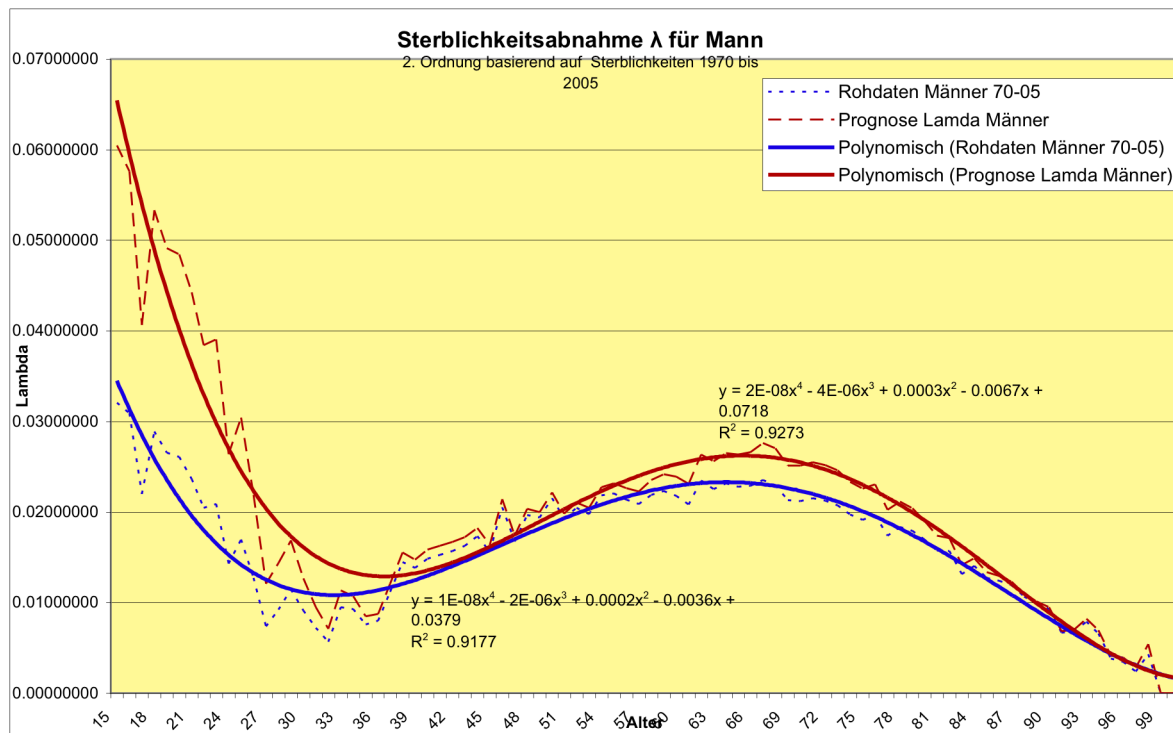
Abbildung 3.13: Standardabweichung der Log-Sterblichkeitsveränderung (Frau)



Wenn wir diese Beobachtung in einen Zusammenhang mit der Trendentwicklung bringen, können wir zusammenfassend sagen, dass das Trendrisiko nach dem Alter 85 sinkt. Die Streuung um den Mittelwert steigt hingegen. Im Kontext einer Kapitalbedarfsentscheidung bedeutete dies, dass ältere Altersklassen mehr Kapital binden als jüngere. Diese Erkenntnis wollen wir uns für einen späteren Zeitpunkt merken. Wir behandeln dies in Kapitel 5 im Zusammenhang mit der Tranchierung eines Renten-bestandes erneut.

Betrachten wir den Zeithorizont bis 2035, zeigt Abbildung 3.14 auf, dass wir bei den Männern in den Altersklassen von 15 bis 25 Jahre eine weitere Abnahme des Sterblichkeitstrends von 1 Prozent bis 1,5 Prozent und in den Altersklassen 50 bis 70 von durchschnittlich 2 bis 2,5 Prozent erwarten. Wie Abbildung 3.14 zeigt, ist dies stark von der Altersklasse abhängig. Nach dem Alter 85 sollte diese geringer ausfallen, so dass die jährliche Sterblichkeitsabnahme unter einem Prozent liegen dürfte.

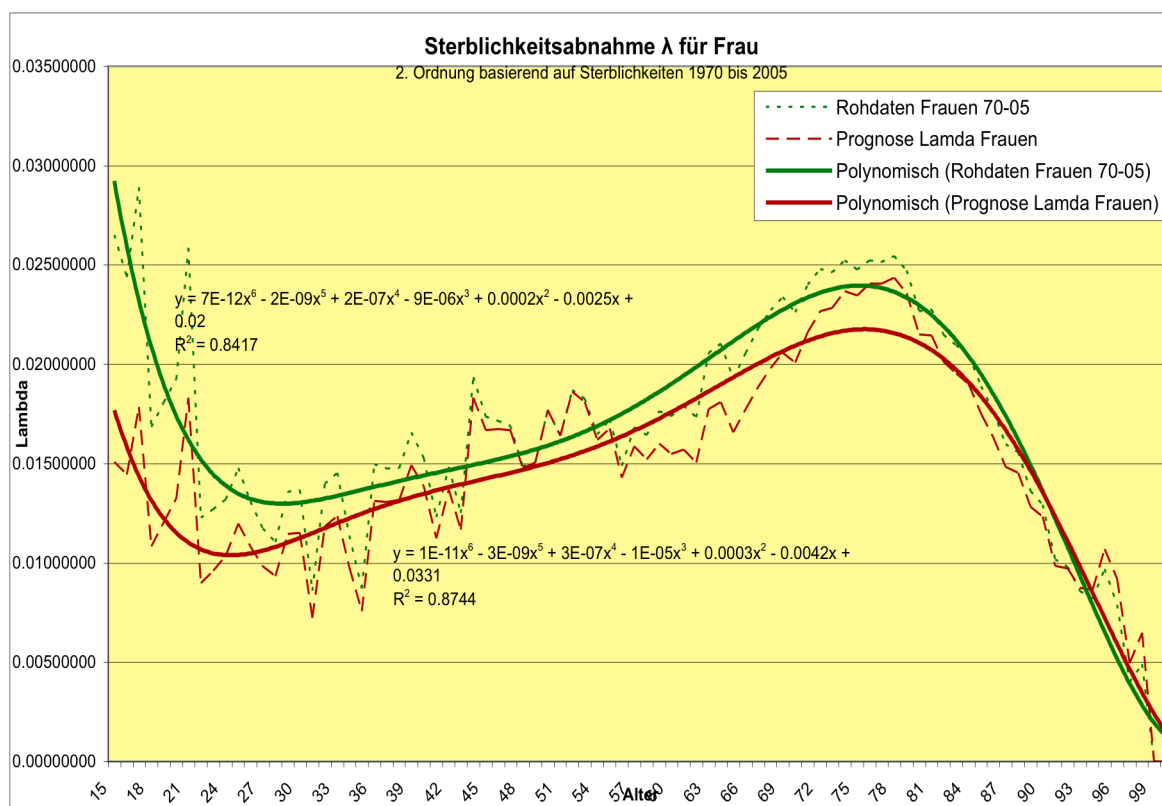
Abbildung 3.14: Prognose der Sterblichkeitsabnahme (Mann) bis 2035



Anders sieht es bei den Frauen aus. Hier erwarten wir im Allgemeinen eine Verlangsamung der Sterblichkeitsabnahme. Wie aus Abbildung 3.15 ersichtlich, dürfte es vor allem bei den Altersklassen zwischen 15 und 30 sowie den Altersklassen zwischen 60 und 80 zu einer Verlangsamung der Sterblichkeitsabnahme von durchschnittlich einem Prozent respektive von 0,2 Prozent kommen. Eine leichte Zunahme erwarten wir hingegen bei den Altersklassen nach dem Alter 90. In den Altersklassen zwischen 40 und 50 dürfte die Sterblichkeitsabnahme hingegen konstant bleiben.

Auch bei diesem Schätzungsverfahren ist die Wahl der geeigneten Zeitperiode für die Schätzungen des Sterblichkeitstrends problematisch. Betrachtet man eine sehr lange Periode, besteht die Gefahr, Jahre zu berücksichtigen, die eine tiefere Sterblichkeitsabnahme verzeichneten. Damit würde das Modell die Sterblichkeitsabnahme eher unterschätzen. Wird eine sehr kurze Periode von fünf bis zehn Jahren betrachtet, werden die Parameter aufgrund sehr wenigen Daten geschätzt. Aus diesem Grund sind wir in unserer Berechnung von einer Periode von 40 Jahren ausgegangen. Denkbar wäre es auch gewesen, die einzelnen Perioden zu gewichten. Damit würde den Informationen in den aktuelleren Sterbewahrscheinlichkeiten eine grössere Bedeutung beigemessen.

Abbildung 3.15: Prognose der Sterblichkeitsverbesserung (Frau) bis 2035



Auf der Basis der so berechneten Sterblichkeitstrends lässt sich für jede Altersklasse die zukünftige Sterblichkeit schätzen. Damit kann auch das Langleberisiko eines Rentnerbestandes bestimmt werden. Zu diesem Zweck wollen wir ein Rentenbestand mit 10'000 Rentnern im Alter 65 betrachten, die jährlich eine Rente von 14'588 Schweizer Franken beziehen. Mit dem Modell, das wir in Abschnitt 3.1.2 eingeführt haben, lässt sich ein Leistungsbarwert berechnen, der als Basis für die Bestimmung des Langleberikos eingesetzt werden kann. Basierend auf den Sterblichkeitsprognosen bis ins Jahr 2035 illustriert Abbildung 3.16, wie sich die Gruppe der Überlebenden über die Zeit in der Folge der Sterblichkeitsabnahme verändert. Es wird auch ersichtlich, welche zusätzliche Leistungen dies pro Altersklasse nach sich zieht. In den obersten drei Zeilen auf der linken Seite der Tabelle entspricht die Bezeichnung «>65» dem gesamten Rentnerbestand, die Bezeichnung «<85» dem Rentnerbestand mit den Altersklassen zwischen 65 und 85 und die Bezeichnung «>85» dem Rentnerbestand nach dem Alter 85. Unter der Bezeichnung «longevity» sind dann die Leistungsbarwerte für die verschiedenen Bestände aufgeführt. Auf der Basis der weiter oben berechneten Sterblichkeitsgrundla-

gen wird der maximale Wert im Alter 86 erreicht und nimmt dann kontinuierlich ab. Auf die gleiche Art, lassen sich die Leistungsbarwerte für die Frauen berechnen.

Tabelle 3.2: Schätzung des Langleberisiko für einen Standardbestand bis 2035 (Mann)

Leistungsbarwert Longevity Männer												
Jahr	Alter	qx VolkST (t0)	qx VolkST (t)	px VolkST (t0)	px VolkST (t)	ex (t0)	ex (t)	ex (t)-ex (t0)	Lx (t0)	Lx (t)	Lx(t0)-Lx(t)	Longevity
>65												325'336'285
<85												210'333'429
>85												193'156'719
				1	1							0
1	65	0.01328600	0.00602591	0.98671	0.99397	17.33	21.10	3.77	10'000	10'000	0	325'336'285
2	66	0.01376400	0.00619195	0.98624	0.99381	16.57	20.23	3.66	9'867	9'940	-73	1'059'065
3	67	0.01422000	0.00621531	0.98578	0.99378	15.80	19.36	3.56	9'731	9'878	-147	2'142'404
4	68	0.01661300	0.00738323	0.98339	0.99262	15.03	18.48	3.45	9'593	9'817	-224	3'265'401
5	69	0.01950200	0.00917243	0.98050	0.99083	14.28	17.61	3.34	9'434	9'744	-311	4'532'878
6	70	0.01994000	0.00938914	0.98006	0.99061	13.56	16.78	3.21	9'250	9'655	-405	5'912'777
7	71	0.02317000	0.01078447	0.97683	0.98922	12.84	15.94	3.10	9'065	9'564	-499	7'280'874
8	72	0.02500000	0.01174018	0.97500	0.98826	12.14	15.11	2.97	8'855	9'461	-606	8'840'194
9	73	0.02705500	0.01294488	0.97295	0.98706	11.45	14.29	2.83	8'634	9'350	-716	10'449'235
10	74	0.03154600	0.01566236	0.96845	0.98434	10.77	13.48	2.70	8'400	9'229	-829	12'091'068
11	75	0.03503200	0.01781109	0.96497	0.98219	10.12	12.69	2.57	8'135	9'084	-949	13'848'033
12	76	0.03680500	0.01843752	0.96320	0.98156	9.49	11.92	2.43	7'850	8'923	-1'072	15'645'022
13	77	0.04573500	0.02490960	0.95427	0.97509	8.85	11.15	2.29	7'561	8'758	-1'197	17'459'910
14	78	0.04698000	0.02490709	0.95302	0.97509	8.28	10.43	2.15	7'215	8'540	-1'325	19'322'029
15	79	0.05708600	0.03093081	0.94291	0.96907	7.69	9.70	2.01	6'876	8'327	-1'451	21'164'063
16	80	0.05858700	0.03309345	0.94141	0.96691	7.15	9.01	1.85	6'484	8'070	-1'586	23'133'078
17	81	0.07373900	0.04375426	0.92626	0.95625	6.60	8.31	1.72	6'104	7'803	-1'699	24'778'809
18	82	0.08278700	0.04954258	0.91721	0.95046	6.12	7.69	1.57	5'654	7'461	-1'807	26'364'552
19	83	0.09054900	0.05926701	0.90945	0.94073	5.68	7.10	1.42	5'186	7'092	-1'906	27'800'276
20	84	0.10086600	0.06452280	0.89913	0.93548	5.24	6.54	1.30	4'716	6'671	-1'955	28'519'080
21	85	0.11755900	0.07875986	0.88244	0.92124	4.83	5.99	1.17	4'241	6'241	-2'000	29'179'319
22	86	0.12431000	0.08597585	0.87569	0.91402	4.47	5.51	1.03	3'742	5'749	-2'007	29'281'250
23	87	0.13950300	0.10045743	0.86050	0.89954	4.11	5.02	0.92	3'277	5'255	-1'978	28'856'325
24	88	0.16289600	0.12017927	0.83710	0.87982	3.77	4.59	0.81	2'820	4'727	-1'907	27'823'930
25	89	0.17423000	0.13109236	0.82577	0.86891	3.51	4.21	0.71	2'360	4'159	-1'799	26'237'140
26	90	0.18989700	0.15477460	0.81010	0.84523	3.25	3.85	0.60	1'949	3'614	-1'665	24'282'994
27	91	0.20899900	0.16953179	0.79100	0.83047	3.01	3.55	0.55	1'579	3'054	-1'475	21'523'254
28	92	0.26014000	0.20336808	0.73986	0.79663	2.80	3.28	0.48	1'249	2'537	-1'288	18'783'467
29	93	0.26304500	0.21364646	0.73696	0.78635	2.79	3.11	0.33	924	2'021	-1'097	15'997'890
30	94	0.28652200	0.25484747	0.713478	0.745153	2.05	2.33	0.28	681	1'589	-908	13'245'899
31	95	0.33964600	0.31200545	0.660354	0.687995	1.07	1.21	0.15	486	1'184	-698	10'184'879
32	96	0.35323500	0.30045444	0.646765	0.699546	1.31	1.45	0.14	321	815	-494	7'203'055
33	97	0.39155600	0.39155600	0.608444	0.608444	1.07	1.15	0.08	208	570	-362	5'285'906
34	98	0.42623900	0.42623900	0.573761	0.573761	0.87	0.94	0.07	126	347	-220	3'216'178
35	99	1.00000000	1.00000000	0.000000	0.000000	0.61	0.61	0.00	72	199	-126	1'845'317
36	100	1.00000000	1.00000000	0.000000	0.000000	0.57	0.57	0.00	0	0	0	0

Auf der Basis der so berechneten Leistungsbarwerte lässt sich das Langleberisiko pro Altersklasse beispielsweise mit einem Value-at-Risk-Mass (VaR-Mass) quantifizieren. Zur Berechnung eines VaR-Wertes für eine bestimmte Bilanzposition sind grundsätzlich vier Parameter notwendig:

- der Marktwert der betrachteten Bilanzposition MW (geschätzter Cashflow zum Marktwert),
- die annualisierte Standardabweichung des Risikofaktors σ ,
- der betrachtete Zeithorizont ΔT
- sowie das Konfidenzniveau KN .

Damit lässt sich der VaR-Wert folgendermassen bestimmen:

$$\text{VaR} = MW * \sigma * \sqrt{\Delta T} * (KN) \quad (\text{GL 3.33})$$

Da die Standardabweichung des Risikofaktors auf jährlicher Basis berücksichtigt wird, muss der Zeithorizont ebenfalls annualisiert werden. In der Praxis wird der Zeithorizont üblicherweise in Tagen gemessen und in ein Verhältnis zu den 252 jährlich

möglichen Arbeitstagen gesetzt, womit ΔT folgendem Wert entspricht:

$$\Delta T = nT/252 \quad (\text{GL 3.34})$$

nT entspricht der Anzahl der betrachteten Tage.

Bei der Verwendung von Risikomassen besteht immer die Gefahr, nicht sämtlichen Risiko-Ursachen Rechnung zu tragen. Unter Umständen wiegt man sich in falscher Sicherheit. Es ist daher entscheidend zu wissen, mit welchem Konfidenzniveau wir arbeiten. Eine erste Annäherung an das Konfidenzniveau und somit den Kapitalbedarf bei ausschliesslicher Kenntnis der Varianz einer Zufallsvariablen X lässt sich mit der Tschebyscheffschen Ungleichung vornehmen. Sie liefert uns einen Maximalwert für die Wahrscheinlichkeit, dass eine bestimmte Zufallsvariable um mehr als eine bestimmte Distanz vom Erwartungswert μ entfernt liegt. Die Tschebyscheffsche Ungleichung ist wie folgt definiert:

$$P(|X - \mu| \geq k\sigma) \leq \frac{1}{k^2} \quad (\text{GL 3.35})$$

Ist für eine Ausfallwahrscheinlichkeit eine einseitige Limite von einem Prozent vorgegeben, erhalten wir folgende Ungleichung:

$$P((X - \mu) < k\sigma) \leq \frac{1}{2} \frac{1}{k^2} = \frac{1}{100} \quad (\text{GL 3.36})$$

Wird nun die rechte Seite der Ungleichung auf ein Prozent gesetzt und nach k aufgelöst, erhalten wir:

$$\frac{1}{2} \frac{1}{k^2} = \frac{1}{100} \quad (\text{GL 3.37})$$

Darauf folgt für k :

$$k = \sqrt{50} = 7.071 \quad (\text{GL 3.38})$$

Dieses Ergebnis lässt sich so interpretieren, dass, ohne Kenntnis des effektiven Verteilungsgesetzes im 7,071-fachen Sigmaintervall, höchstens ein Prozent der Ereignisse um den Erwartungswert μ zu liegen kommen. 49 Prozent der Fälle liegen ausserhalb dieses Bereichs.

Damit können wir eine erste Aussage über den Kapitalbedarf im Zusammenhang mit einer Übernahme einer Langleberisikoposition machen:

$$\text{VaR} = MW * \sigma * \sqrt{252/252} * (-7.071) \quad (\text{GL 3.39})$$

Geht man hingegen davon aus, dass die Verteilung des Risikos bekannt ist, lässt sich der Kapitalbedarf einschränken. Bezogen auf die Standardnormalverteilung wird das Quantil als Wert α definiert. Damit entspricht die Fläche auf der rechten respektive linken Seite dieses Wertes einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit z , die als Konfidenzniveau bezeichnet wird. In diesem Fall entspricht das Risikomass folgendem Wahrscheinlichkeitsbereich:

$$z = P(X \geq -\alpha) = \int_{-\alpha}^{\infty} \Phi(x) dx \quad (\text{GL 3.40})$$

Φ entspricht dabei der Standardnormalverteilung. Um nun die Anzahl Standardabweichungen einer Zufallsvariable für ein bestimmtes Konfidenzniveau α vom Erwartungswert zu bestimmen, kann aus der Wahrscheinlichkeitstafel für die Normalverteilung der entsprechende Wert abgelesen werden. Das Konfidenzniveau $-\alpha$ bezieht sich dann auf das Quantil der Normalverteilung, das im Fall eines Konfidenzniveaus von 99 Prozent zu einem Konfidenzfaktor von -2.326 führt. Der VaR-Wert entspricht dem maximalen erwarteten Verlust, der über einen vordefinierten Zeithorizont innerhalb eines Konfidenzniveaus eintreten kann. Betrachten wir zum Beispiel ein Versicherungsportefeuille, das aus sofort beginnenden Leibrenten für einen Gesamtwert von 5000 Millionen Franken besteht. Gehen wir nun von einem normalverteilten Langleberisiko und einer Standardabweichung von 10 Prozent aus, erhalten wir für das Konfidenzniveau von 99 Prozent, über ein Jahr betrachtet, folgenden VaR-Wert:

$$\text{VaR} = 5'000 \text{ Mio} * 10\% * \sqrt{252/252} * (-2.326) = -1'163 \text{ Mio} \quad (\text{GL 3.41})$$

Der maximal zu erwartende Verlust bei einem Konfidenzniveau von 99 Prozent liegt also bei 1163 Millionen Franken. Stahl (1997) argumentiert in diesem Zusammenhang, dass in einem Risikomass vor allem auch die Modellrisiken zu berücksichtigen sind. Er rechtfertigt entsprechend die Wahl des Sicherheitsfaktors 3 bei der Berechnung der Solvenz von Bankinstituten mit der Tschebyscheffschen Ungleichung.¹²⁸ Ohne Kenntnis

¹²⁸ Siehe hierzu Bohley (1987), S. 306.

der Verteilung lässt sich der Sicherheitsfaktor s , der im Modellrisiko zum Konfidenzniveau des Quantils von 99 Prozent der Normalverteilung hinzuzufügen ist, folgendermassen berechnen:

$$s = \frac{\text{VaR}_{\max}}{\text{VaR}_N} = \frac{7.071\sigma}{2.32\sigma} = 3.03 \quad (\text{GL 3.42})$$

Auf dieser Basis können wir pro Altersklasse einen VaR-Wert berechnen. Um die einzelnen Altersklassen zu einer Gesamtrisikoposition zu aggregieren, nehmen wir an, dass die einzelnen Altersklassen voneinander unabhängig sind. Unter dieser Voraussetzung können wir die einzelnen Werte summieren und so das Langleberisiko des gesamten Bestandes oder Teile davon bestimmen. Abbildung 3.17 zeigt die Werte für ein Konfidenzniveau von 99,9 Prozent auf. Auch in dieser Abbildung entsprechen die Bezeichnung «>65» dem gesamten Rentnerbestand, die Bezeichnung «<85» dem Rentnerbestand mit den Altersklassen zwischen 65 und 85 und die Bezeichnung «>85» dem Rentnerbestand nach dem Alter 85. Unter der Bezeichnung «VaR bis 0,01» sind dann die VaR-Werte für die verschiedenen Bestände aufgeführt. Damit haben wir die Voraussetzungen geschaffen, um den Kapitalbedarf zu bestimmen, der notwendig ist, um das Langleberisiko auf dem Konfidenzniveau von 0,01 Prozent abzusichern.

Tabelle 3.3: Langleberisiko Mann auf dem Konfidenzniveau 99,9

Langleberisiko Mann					
Mann	Alter	Longevity	Mittelwert Lamda	Risiko	VaR bis 0.01
>65		325'336'285	1.70%	5.84%	-102'912'482
<85		302'788'070	2.19%	3.04%	-38'318'028
>85		216'217'028	0.75%	11.19%	-64'594'454
0	65	0	0.02635473	0.01344906	0
-73	66	1'059'065	0.02662686	0.01444493	-50'346
-147	67	2'142'404	0.02758780	0.01535403	-108'256
-224	68	3'265'401	0.02703246	0.01639727	-176'212
-311	69	4'532'878	0.02514382	0.01747582	-260'699
-405	70	5'912'777	0.02510579	0.01971722	-383'676
-499	71	7'280'874	0.02549172	0.02105620	-504'535
-606	72	8'840'194	0.02519528	0.02248814	-654'249
-716	73	10'449'235	0.02457237	0.02442521	-839'945
-829	74	12'091'068	0.02333954	0.02753993	-1'095'861
-949	75	13'848'033	0.02254802	0.02918404	-1'330'030
-1'072	76	15'645'022	0.02304154	0.03093803	-1'592'930
-1'197	77	17'459'910	0.02025368	0.03343148	-1'920'992
-1'325	78	19'322'029	0.02115231	0.03638236	-2'313'511
-1'451	79	21'164'063	0.02042687	0.03846391	-2'679'048
-1'586	80	23'133'078	0.01903925	0.04096840	-3'118'964
-1'699	81	24'778'809	0.01739810	0.04293173	-3'500'957
-1'807	82	26'364'552	0.01711462	0.04421128	-3'836'024
-1'906	83	27'800'276	0.01412794	0.04673149	-4'275'498
-1'955	84	28'519'080	0.01489247	0.04962969	-4'658'059
-2'000	85	29'179'319	0.01335123	0.05225745	-5'018'238
-2'007	86	29'281'250	0.01229040	0.05738644	-5'530'021
-1'978	87	28'856'325	0.01094507	0.06170384	-5'859'777
-1'907	88	27'823'930	0.01013758	0.06635831	-6'076'334
-1'799	89	26'237'140	0.00948247	0.07187450	-6'206'106
-1'665	90	24'282'994	0.00681707	0.07773366	-6'212'111
-1'475	91	21'523'254	0.00697630	0.08905495	-6'308'032
-1'288	92	18'783'467	0.00820675	0.09472341	-5'855'459
-1'097	93	15'997'890	0.00693342	0.10313228	-5'429'817
-908	94	13'245'899	0.00390500	0.16600769	-7'236'649
-698	95	10'184'879	0.00282944	0.29476749	-9'880'146

Auf dieser Basis wollen wir im nächsten Kapitel die zweite Säule der Risiko-Intermediation in Angriff nehmen und uns mit die Frage der Bewertung befassen. Abschliessend bringen wir aber noch einige Schlussbemerkungen zur Erfassung des Langleberisikos an.

3.5.3 Schlussfolgerung

Wir haben gesehen, wie sich auf der Basis der Schweizer Sterblichkeitsdaten eine Schätzung der künftigen Sterblichkeitsentwicklung vornehmen lässt. Die hierzu verwendeten Daten sind Volkssterblichkeiten. Die Realität einer Versicherung dürfte leicht anders aussehen, weil sie sich einer gewissen Antiselektion nicht entziehen kann. Eine Lebensversicherung muss diesem Aspekt bei der Schätzung der künftigen Sterblichkeitsentwicklung Rechnung tragen, indem ein Vergleich mit unterschiedlichen Grundlagen – zum Beispiel mit den Grundlagen des Schweizerischen Versicherungsverbandes – vorgenommen wird. Für die Verbriefung ist es allerdings so, dass der Investor diesen Effekt nur schwer einschätzen kann. Aus diesem Grund ist es wichtig, die Risiken so zu erfassen, dass die Daten öffentlich zugänglich sind.

Die Schätzung der Sterblichkeitsentwicklung haben wir auf der Basis von Sterblichkeitsdaten vorgenommen, ohne dabei die Todesursache zu unterscheiden. Eine Alternative hätte sein können, die Sterblichkeiten auf der Basis der Schweizer Sterbeziffern nach unterschiedlichen Todesursachen zu berechnen. Somit hätten wir mehr Information für das Modell erhalten. Gerade für einen Investor könnte dies für die Erwartungsbildung wichtig sein. Darauf kommen wir in Kapitel 5 – im Zusammenhang mit der Bildung von Indizes – erneut zu sprechen.

Wie in Abbildungen 3.14 und 3.15 ersichtlich, lässt sich mit dem erwähnten Verfahren die Sterblichkeitsveränderung pro Alterklasse ermitteln: mit der Schätzung eines einzigen Parameters $\Lambda_x(t)$ und einer polynomische Approximation der Rohdaten. Etwas unbefriedigend ist die polynomische Approximation der Sterblichkeitsentwicklung bei den Frauen ausgefallen. Das Polynom 6. Grades reagiert etwas träge, vor allem über die Bewegungen der Altersklassen zwischen 30 und 50. Eine Verbesserung der Schätzung würde man durch eine Anpassung mit Splines erhalten.

Für das Risiko-Management respektive für die Entscheidungsgrundlage einer Investition oder einer Risiko-Absicherung ist es sehr wichtig, dass das eingesetzte Risikomass das betrachtete Risiko korrekt reflektiert. Andernfalls wird dies zu suboptimalen Entscheidungen führen. Zur Erfassung des Langleberisikos haben wir auf das Value-at-Risk-Modell¹²⁹ zurückgegriffen. Wegen seiner Einfachheit lässt sich dessen Anwendung im Zusammenhang mit der Risiko-Intermediation rechtfertigen. Es ist dennoch wichtig, die Schwächen des Modells im Auge zu behalten. Zimmerman (1999) weist darauf hin, dass sich dieses – aufgrund der zugrundeliegenden Verteilungsannahmen – nicht ohne weiteres auf andere Risiken (z.B. Kreditrisiken) übertragen lässt. Im Fall des Langleberisikos ist es weniger kritisch, weil sich das Langleberisiko über die Gruppe der Überlebenden ermitteln lässt, die einer Normalverteilung unterliegt. Entsprechend bildet die Verteilung keine einschränkende Annahme. Eine weitere Schwäche des Modells liegt darin, dass es keine Aussage betreffend den zu erwartenden Schaden macht. In einem Wertschriftenhandelskontext wäre es demzufolge denkbar, dass ein Händler Handelsstrategien verfolgt, die sich stets unter dem kritischen VaR-Wert bewegen. Wenn es zu einem Schaden käme, fiel dieser beträchtlich aus und könnte unter Umständen die Insolvenz des Unternehmens hervorrufen. Als alternatives VaR-Risikomass

¹²⁹ Mit der Value-at-Risk-Methode wird in Bezug auf ein Risiko eine Wahrscheinlichkeit berechnet, die bei einem gegebenen Konfidenzniveau eine Aussage über das maximalen Verlustpotenzial über einen bestimmten Zeithorizont macht. Vgl. auch Jorion (2000), S. 108.

wäre es denkbar, die «Conditional Tail Expectation» von Artzner et al. (1999) anzuwenden, die dem erwarteten Verlust über dem Wert des Quantil-VaR entspricht. Dieses Risikomass sagt nebst der Häufigkeit eines bestimmten Schadens auch etwas über das Ausmass des zu erwartenden Schadens aus. Es ist ein kohärentes Mass, subadditiv und daher dem Quantil-VaR-Risikomass grundsätzlich überlegen. Für die Risiko-Erfassung empfehlen wir deshalb, auf dieses Risikomass zurückzugreifen und dieses mit Stressszenarien zu ergänzen. Weiterführende Literatur zu diesem Thema kann dem Literaturverzeichnis von Artzner et al. (1999) entnommen werden.

Mit den in diesem Kapitel eingeführten Grundlagen und den soeben besprochenen Schlussbemerkungen ist die Basis zur Erfassung des Langleberisikos gelegt und die erste Säule der Risiko-Intermediation aufgebaut. Im nächsten Kapitel gehen wir die zweite Säule an und besprechen das Thema der Bewertung des Langleberisikos.

4 Ökonomische Bewertung des Langleberisikos

Die Konvergenz zwischen Versicherungs- und Kapitalmärkten, die 2002 eingeführten IFRS-Bestimmungen¹³⁰ für die Rechnungslegung und die Bestrebungen nach einer gemeinsamen Aufsicht zwischen Versicherung und Bank haben in den letzten Jahren das Bedürfnis nach vergleichbaren Bewertungsmethoden eines Risikos hervorgerufen. Während die aktuarische Praxis ein Risiko aufgrund von Prämienprinzipien bewertet, basieren die kapitalmarkttheoretischen Bewertungsansätze auf dem Konzept der arbitragefreien Preisbestimmung. Die einzelnen Verfahren beruhen auf unterschiedlichen Annahmen und können nicht ohne Weiteres für die Bewertung eines bestimmten Risikos eingesetzt werden. Einen einführenden Überblick zum Thema gibt Embrechts (2000). Für den Einstieg in die Bewertung des Langleberisikos machen wir uns in einem ersten Schritt mit den einzelnen Bewertungsansätzen aus der Risikotheorie und der Kapitalmarkttheorie vertraut und besprechen deren Eigenschaften.

4.1 Aktuarische versus kapitalmarkttheoretische Bewertungsansätze für die marktnahe Bewertung des Langleberisikos

Die marktnahe Bewertung des Langleberisikos stellt eine besondere Herausforderung dar. Es gibt nämlich für dieses Risiko – wie für die meisten Versicherungsrisiken – heute noch keinen vollständigen Markt, auf dem das Risiko gehandelt wird. Entsprechend lassen sich keine Marktpreise beobachten, die für die Bewertung eingesetzt werden könnten. Als erste Annäherung könnte man sich auf den Standpunkt stellen, dass der Marktpreis für ein nicht auf dem Kapitalmarkt gehandeltes Risiko dem fairen aktuarischen Wert entsprechen muss. Im nächsten Abschnitt steigen wir auf dieser Basis in das Thema der Bewertung des Langleberisikos ein und besprechen die klassischen Bewertungsansätze aus der Risiko- und Kapitalmarkttheorie.

4.1.1 Klassische Ansätze für die marktnahe Bewertung des Langleberisikos

Zur Ermittlung eines fairen Wertes für diese Art von Risiken greift die aktuarische Praxis auf Prämienprinzipien zurück. Der so ermittelte Preis entspricht den erwarteten Leistungen zuzüglich einer Sicherheitsmarge. Dabei werden die erwarteten Leistungen

¹³⁰ Die Bestimmungen des International Financial Reporting Standards (IFRS) wurden auf Beschluss des EU-Rates im Jahr 2002 eingeführt. Sie haben das Ziel, die Transparenz und die Vergleichbarkeit der Finanzabschlüsse von börsenkotierten Gesellschaften zu erhöhen und somit den Anlegerschutz zu fördern.

$E(Y)$ anhand der physischen Grösse¹³¹ q_x ermittelt. Diesem Erwartungswert wird eine Sicherheitsmarge¹³² in Form einer Risikoprämie für das vom Lebensversicherer übernommene Ruinrisiko hinzugefügt. Die mathematischen Grundlagen für die in der Risikotheorie bekannten Prämienprinzipien wurden mit der Einführung der Nullnutzenprämie durch Bühlmann (1970) gelegt und durch Gerber (1979) und Goovaerts (1984) ergänzt sowie axiomatisch legitimiert. Der auf dieser Basis ermittelte Preis dürfte allerdings eher einer Preisobergrenze als einem arbitragefreien Marktpreis entsprechen. Zweifel und Eisen (2000)¹³³ weisen in diesem Zusammenhang darauf hin, dass in der Folge des gestiegenen Wettbewerbsdrucks auf dem Versicherungsmarkt die Marktnachfrage mehr und mehr den Preis für die Risikoübernahme bestimmt. Damit verlieren die auf Sicherheit basierenden Prämienkalkulationsprinzipien zunehmend an Bedeutung.

Aus kapitalmarkttheoretischer Sicht könnte man sich das Langleberisiko auch als eine Put-Option vorstellen. Wie Wacek (1997) vorschlägt, könnte für die Bewertung auf die von Black and Scholes (1973) entwickelte und durch Cox, Ross und Rubinstein (1979) ergänzte Optionstheorie zurückgegriffen werden. Gerade für die Bewertung des Langleberisikos greift dieser Ansatz jedoch zu kurz. Dieser gründet nämlich auf der Annahme, dass das betrachtete Risiko einer Brownschen Bewegung folgt und das Risiko in einem liquiden und vollständigen Markt gehandelt wird. Diese Voraussetzungen sind beim Langleberisiko nicht gegeben. Mildenhall (2000) weist in seiner Kritik an Wacek (1997) ebenfalls auf die unterschiedlichen Eigenschaften von Versicherungs- und Kapitalmarktrisiken hin. Er zeigt anhand eines einfachen diskreten Modells, dass trotz mathematischen und konzeptionellen Analogien wichtige Unterschiede zwischen einem Versicherungsrisiko und einer Option bestehen. Ein Marktrisiko lässt sich in einem liquiden Kapitalmarkt replizieren, womit ein eindeutiger arbitragefreier Preis ermittelt werden kann. Diese Voraussetzung ist bei einem Versicherungsrisiko nicht gegeben. Wie Embrechts (1997) aufzeigt, lässt sich das ökonomische Prinzip einer Option mathematisch durch das Konzept des risikoneutralen Martingale-Masses erfassen. Solange der betrachtete stochastische Prozess einer Brownschen Bewegung entspricht und das Risiko repliziert werden kann, lässt sich dieses Mass unabhängig von den Risikopräferenzen der Marktteilnehmer eindeutig bestimmen. Der faire Preis für das betrachtete

¹³¹ Im Fall von biometrischen Risiken sind dies die Sterbewahrscheinlichkeiten, die in einer Sterbetafel festgehalten werden.

¹³² Vgl. Karten (1993), S. 38.

¹³³ Vgl. Zweifel und Eisen (2000), S. 244.

Risiko entspricht dann dem Erwartungswert gegenüber diesem Mass. Da der Versicherungsmarkt ein unvollständiger und illiquider Markt ist, lassen sich die einzelnen Risiken nicht ohne Weiteres replizieren. Damit kann das entsprechende Martingale-Mass nicht eindeutig bestimmt werden. Zwar kann die Verteilung des Langleberisikos als nahezu normalverteilt angesehen werden. Die Optionstheorie hilft uns jedoch wegen der Unvollständigkeit des Versicherungsmarktes für die Bewertung des Langleberisikos nicht weiter.

Geeigneter als die Optionstheorie dürfte das von Sharpe (1964) entwickelte Capital-Asset-Pricing-Model (CAPM) sein, das von einem unvollständigen Markt ausgeht. Die Bewertung eines Risikos im CAPM-Kontext findet auf der Basis deren Korrelationen mit dem Marktrisiko statt (vgl. Kapitel 2). Entschädigt wird ausschliesslich das systematische Risiko, sprich das zusätzlich zum Marktrisiko eingegangene Risiko. Dieses findet seinen Ausdruck in der Kovarianz zwischen dem betrachteten Risiko und dem Marktrisiko. Es wird im CAPM durch β_i erfasst. In diesem Zusammenhang erinnern wir uns das Modell in Kapitel 2 und an den Bezug zwischen einem Risiko i und dem Marktportfolio m :

$$\lambda_j = \frac{\text{Cov}[R_j, R_m] \sigma_j}{\sigma_j \sigma_m} \frac{E[R_m] - R_f}{\sigma_m} = \rho_{j,m} \sigma_j \lambda_m \quad (\text{GL 4.1})$$

Dabei entspricht $\rho_{i,m}$ dem Korrelationskoeffizienten zwischen R_i und R_m . Dies bedeutet, dass zwischen dem Marktpreis für das Risiko i und dem Marktportfolio m ein direkter Zusammenhang existiert. Davon lässt sich die Aussage ableiten, dass auf dem Kapitalmarkt ausschliesslich das systematische Risiko (Kovarianzrisiko) entschädigt wird (vgl. Kapitel 2). Das unsystematische Risiko kann diversifiziert werden und wird daher nicht entschädigt. Wenn wir nun annehmen, dass das Langleberisiko mit dem Kapitalmarkt unkorreliert ist, was wir in Kapitel 5 noch bestätigen werden, würden wir im Rahmen des CAPM zum Schluss kommen, dass das Langleberisiko mit dem risikolosen Zinssatz entschädigt wird. Das ist natürlich wenig plausibel, weil damit ausschliesslich die Zeitpräferenz entschädigt würde, aber nicht das übernommene Risiko. Auch das CAPM ist in diesem Sinne kein geeignetes Modell, um Versicherungsrisiken im Allgemeinen und das Langleberisikos im Besonderen zu bewerten. Bevor wir diese Erkenntnisse weiter vertiefen, gehen wir im nächsten Abschnitt auf einige Bewertungsansätze aus neuerer Zeit ein. Damit vervollständigen wir den Überblick über die wichtigsten Bewertungsverfahren.

4.1.2 Neuere Ansätze für die marktnahe Bewertung des Langleberisikos

Man könnte argumentieren, dass der Marktpreis für Risiko auf dem Kapitalmarkt demjenigen auf dem Versicherungsmarkt entsprechen muss. Somit kann für die Bewertung des Langleberisikos dem erwarteten Schaden eine Prämie hinzugefügt werden, die dem Marktpreis für Risiko auf dem Kapitalmarkt entspricht. Zweifel und Eisen (2000)¹³⁴ stellen ihr Versicherungs-CAPM auf dieser Hypothese ab. Für die marktnahe Bewertung eines Versicherungsrisikos sei neben dem Risikoergebnis auch dem Investitionsergebnis auf dem Prämienanteil Rechnung zu tragen, der in einer Periode nicht für die Bezahlung von Leistungen eingesetzt wurde. Dieser Anteil wird in der Literatur mit Kapitalbildungskoeffizient (englisch: fund generating factor) bezeichnet. Der grosse Vorteil dieses Ansatzes liegt darin, dass dieser – im Gegensatz zu einem Prämienprinzip – eine marktkonsistente Bewertung ermöglicht. Mit dem Kapitalbildungsfaktor betrachtet er eine für die Lebensversicherung wichtige ökonomische Grösse endogen. Gewagter dürfte hingegen die Auffassung sein, dass sich der Marktpreis für das Risiko auf dem Kapitalmarkt und dem Versicherungsmarkt entsprechen. Der im Rahmen des CAPM ermittelte Preis für Risiko basiert auf der Annahme, dass sich der Nutzen der Marktteilnehmer im relevanten Bereich durch eine quadratische Risiko-Nutzenfunktion approximieren lässt.¹³⁵ Im Rahmen einer Investitionsentscheidung ist es plausibel anzunehmen, dass sich der Nutzen eines Investors bezüglich einer erwarteten Rendite mit einer quadratischen Risiko-Nutzenfunktion darstellen lässt. Dabei nimmt die absolute Risiko-Aversion bezüglich Risiko und Rendite zu. Ein Versicherungsrisiko ist aber aufgrund seiner Eigenschaften eher wie ein Kreditrisiko im Kontext einer Kapitalbedarfsentscheidung zu beurteilen. In diesem Zusammenhang betrachten wir die Risiko-Aversion bezüglich des Vermögens. Diese entspricht nicht zwingend jener bezüglich Rendite.

Wang (2001) wählt einen anderen Weg: Basierend auf der Arbeit von Venter (1991) und Yaari (1987) schlägt er ein Bewertungsverfahren vor, das für die Bewertung von Versicherungs- sowie Finanzrisiken eingesetzt werden kann. In seinem Aufsatz geht er davon aus, dass die Verteilung des betrachteten Risikos einer Standardnormalverteilung entspricht. Er greift dann auf den Marktpreis für Risiko aus dem CAPM-Modell zurück, um diese in eine risikoneutrale Verteilung zu transformieren. Der Erwartungswert über

¹³⁴ Vgl. Zweifel und Eisen (2000), S. 245.

¹³⁵ Vgl. Sharpe (1964).

die so transformierte Verteilung entspricht dann einem risikoneutralen und somit arbitragefreien Preis. Ein grosser Vorteil dieses Bewertungsverfahrens liegt darin, dass der Preis für ein bestimmtes Risiko sehr einfach mit einem Excel-Spread-Sheet berechnet werden kann. Er lässt eine mit dem Kapitalmarkt konsistente Risikobewertung zu, die der Risiko-Aversion der Marktteilnehmer sowie den Marktbedingungen Rechnung trägt. Ein weiterer Vorteil dieses Ansatzes liegt darin, dass die Erwartungswerte einzelner Tranchen einer transformierten Verteilung subadditiv sind. Problematisch ist jedoch die Annahme, dass sich jedes Risiko durch eine Brownsche Bewegung abbilden lässt und entsprechend durch eine Normalverteilung approximiert werden kann. Gerade bei Versicherungsrisiken ist dies – wie wir bereits weiter oben gesehen haben – meistens nicht der Fall.

Pelsser (2004) weist in diesem Zusammenhang darauf hin, dass die von Wang vorgeschlagene Transformation nicht als universelles Bewertungsverfahren gelten kann. Am Beispiel eines Mean-Reverting-Prozesses zeigt er auf, dass das Verfahren nicht zu einem arbitragefreien Preis führt. Für die Bewertung des Langleberisikos wäre diese Einschränkung insofern nicht so gravierend, weil die Annahme der Normalverteilung eine vertretbare Grundlage darstellt. Kritischer scheint hingegen, dass der Bewertungsansatz von Wang auf keine theoretische Grundlage baut, die uns eine plausible Erklärung für die Anwendung des Marktpreises für Risiko aus dem CAPM zur Transformation der Schadenverteilung liefert. Zwar vertritt auch Frost (1998) die Meinung, dass der Marktpreis für Risiko aus dem CAPM (Sharpe-Ratio) für die Bewertung eines Versicherungsrisikos eingesetzt werden kann.¹³⁶ Jedoch sei an dieser Stelle einerseits daran erinnert, dass das Sharpe-Ratio nicht auf die Bewertung eines Einzelrisikos, sondern auf die Bewertung eines Risikos in einem Portefeuille-Kontext ausgelegt ist. Andererseits kann nicht ohne Weiteres davon ausgegangen werden, dass die Risikopräferenzen der Marktteilnehmer für die Übernahme eines Markt- und eines Versicherungsrisikos dieselben sind. Man denke hier zum Beispiel an die Solvenzanforderungen, die vom Regulator an einzelne Marktteilnehmer gestellt werden, die einen wesentlichen Einfluss auf deren Risikofähigkeit, deren Kapitalkosten und somit auf deren Risikopräferenzen haben. Aus diesem Grund ist es nicht nachvollziehbar, dass der Marktpreis für Risiko aus dem CAPM der richtige Preis für die Bewertung eines Versicherungsrisikos im Allgemeinen und des Langleberisikos im Besonderen sein sollte.

¹³⁶ Vgl. Frost (1998), S. 106.

Aus ökonomischer Sicht besser fundiert ist hingegen der Ansatz von Bühlmann (1980, 1984). Er umgeht die Hürde des unvollständigen Marktes, indem er eine Marktgleichgewichtsprämie betrachtet, die neben der Schadenverteilung auch den Marktbedingungen Rechnung trägt. Diese erfasst er mit einer exponentiellen Risiko-Nutzenfunktion. Indem der Ansatz auf einem ökonomischen Marktmodell gründet und für das betrachtete Risiko keine spezifische Annahme zum Verteilungsgesetz trifft, kann das Bewertungsverfahren für die Bewertung sowohl eines Versicherungsrisikos wie auch eines Anlagerisikos eingesetzt werden. Bühlmann, Delbaen, Embrechts und Shiryayev (1998) zeigen, wie sich basierend auf der Esscher-Transformation eine Brücke zwischen der aktuarischen und der kapitalmarkttheoretischen Bewertung eines Risikos schlagen lässt.

Gerber und Pafumi (1998) schliessen die theoretische Lücke zwischen der Risiko- und der Kapitalmarkttheorie, indem sie aufzeigen, wie aktuarische Fragestellungen, die bisher im Rahmen der Risikotheorie betrachtet wurden, im Lichte der Nutzentheorie in einen Marktkontext gebracht werden können. Sie weisen zudem darauf hin, wie sich mit unterschiedlichen Risiko-Nutzenfunktionen die Risikopräferenzen der Marktteilnehmer erfassen lassen. In diesem Zusammenhang macht Müller (1998) auf die Tatsache aufmerksam, dass die negativ exponentielle Risiko-Nutzenfunktion sich zur Beurteilung von skalierbaren Grössen, wie im Fall von Vermögen, nicht eignet. Diese beruht nämlich auf der Annahme einer konstanten absoluten Risiko-Aversion. Müller (1998) argumentiert dabei mit dem von Arrow (1971) gefundenen Resultat: Ein Investor mit abnehmender Risiko-Aversion, der die Wahl hat, sein Vermögen in eine risikolose und in eine risikobehaftete Anlage zu investieren, investiert bei steigendem Anfangsvermögen mehr in die risikobehaftete Anlage. Daraus schliesst Arrow auf eine sinkende Risiko-Aversion bezüglich des Vermögens. Gerade wegen den Solvenzanforderungen, denen eine Lebensversicherung unterliegt, dürfte die Anmerkung von Müller (1998) für die Erfassung der Präferenzen der Marktteilnehmer sehr wichtig sein. Einen entsprechenden Einfluss wird sie auf die Bewertung des Langleberisikos haben.

4.1.3 Schlussfolgerung

Im vorliegenden Abschnitt haben wir uns einen Überblick über die einzelnen Bewertungsansätze aus Risiko- und Kapitalmarkttheorie verschafft: Die einzelnen Verfahren beruhen auf unterschiedlichen Annahmen und können nicht ohne Weiteres für die Be-

wertung eines Risikos eingesetzt werden. Es bedarf einerseits einer genauen Betrachtung der zugrundeliegenden Annahmen, um deren Eignung für die Bewertung des Langleberisikos festzulegen. Andererseits gibt es Aspekte, die in keinem der bisherigen Modelle berücksichtigt wurden, aber einen wichtigen Einfluss auf die Risikobewertung haben.

Ein wichtiger Faktor, dem in den bisher besprochenen Bewertungsansätzen zu wenig Beachtung geschenkt wurde, bilden die Regulierungsvorschriften. Die Solvenzvorschriften haben einen wichtigen Einfluss auf die Präferenzen der Marktteilnehmer sowie auf die Kapitalkosten. Deshalb ist es wichtig, diese in der Bewertung eines Versicherungsrisikos zu berücksichtigen.

Ein weiterer wichtiger Punkt, den es in einer marktnahen Bewertung miteinzubeziehen gilt, ist der Investitionsprozess. Ein Lebensversicherer kann in Abhängigkeit seiner Risikofähigkeit auf dem über den Kapitalbildungsfaktor gewonnenen Vermögen eine höhere Rendite erzielen. In einem Marktkontext, in dem ein Handel stattfindet, müssen wir davon ausgehen, dass die Zahlungsbereitschaft für die Übernahme von zusätzlichen Risikopositionen von den Ertragsopportunitäten aus dem Investitionsprozess abhängig ist. Entsprechend muss diesem in der Bewertung eines Versicherungsrisikos Rechnung getragen werden.

Basierend auf den Erkenntnissen aus diesem Abschnitt wollen wir in einem nächsten Schritt eine Gleichgewichtsprämie für die Bewertung des Langleberisikos, aufbauend auf den Arbeiten von Bühlmann (1980, 1984), der Arbeit von Bühlmann, Delbaen, Embrechts und Shiryaev (1998) sowie auf den theoretischen Grundlagen aus Gerber und Pafumi (1998) bestimmen. Diese soll neben den Risiko-Eigenschaften und den Marktbedingungen auch den regulatorischen Vorschriften, den Kapitalkosten und dem Investitionsprozess Rechnung tragen.

4.2 Marktgleichgewichtsprämie als Grundlage für die ökonomische Bewertung des Langleberisikos

Aufbauend auf den in Kapitel 2 erarbeiteten Grundlagen der Wahrscheinlichkeits- und der Nutzentheorie erarbeiten wir in diesem Abschnitt die Grundlagen für die Bewertung eines Risikos mit einer Marktgleichgewichtsprämie. Dafür gehen wir von einem Lebensversicherer mit einem anfänglichen Vermögen w aus, der ein Rentenportefeuille übernimmt, das am Ende einer Periode einen erwarteten Schaden in der Höhe von $E[Y]$ aufweist. Welche Prämie $H(Y)$ muss der Lebensversicherer für die Übernahme dieses Risikos verlangen, wenn er eine marktnahe Bewertung vornehmen möchte? Um diese Frage beantworten zu können, betrachten wir zunächst einen Markt, in dem ein Risiko-austausch stattfindet. Damit schaffen wir die Voraussetzungen für die Berechnung einer Gleichgewichtsprämie.

4.2.1 Risikoaustausch und Marktgleichgewicht

Für unsere Überlegungen postulieren wir, dass der erwartete Nutzen des Vermögens einer Lebensversicherung mit einem Kontrakt dem Nutzen ohne Kontrakt entsprechen muss. Das lässt sich folgendermassen formalisieren:

$$u(w) = E[u(w + H(Y) - Y)] \quad (\text{GL 4.2})$$

Dabei entspricht w dem anfänglichen Vermögen des Lebensversicherers, $H(Y)$ der Prämie für die Übernahme des Risikos Y . Y ist entsprechend eine Zufallsvariable, die der Schadenssumme aus dem übernommenen Risiko entspricht. Dieses Prinzip wird in der Literatur als Nullnutzenprinzip oder Prinzip des äquivalenten Nutzens bezeichnet. Im vorliegenden Abschnitt gehen wir nun davon aus, dass der Lebensversicherer dieses Prinzip als Entscheidungsgrundlage für die Übernahme des Rentenportefeuilles einsetzt. Zudem nehmen wir an, dass das anfängliche Vermögen w auch ohne die Übernahme des Risikos Y der Ungewissheit der Zukunft unterliegt. Das Vermögen w definieren wir somit ebenfalls als Zufallsvariable W .

Der erwartete Nutzen des Lebensversicherers entspricht dann:

$$E[u(W)] = E[u(W + H(Y) - Y)] \quad (\text{GL 4.3})$$

Damit postulieren wir, dass die Prämie $H(Y)$ einerseits von der Verteilung des Schadens und andererseits von der Verteilung des Vermögens des Lebensversicherers abhängig ist.

Betrachten wir dann einen Markt in dem n Lebensversicherer als Anbieter auftreten, die ihre Entscheidungen auf der Basis einer Risiko-Nutzenfunktion $u_i(X_i)$ treffen. $u_i(X_i)$ entspricht dem Nutzen aus dem Risikoaustausch X_i , so dass der i -te Lebensversicherer am Ende der betrachteten Periode ein Vermögen W_i besitzt. W_1, W_2, \dots, W_n sind Zufallsvariablen, von denen angenommen wird, dass die Verteilung bekannt ist. Die Summe $W_m = W_1 + W_2 + \dots + W_n$ entspricht dann der Marktkapitalisierung, die als konstant angenommen wird.¹³⁷ Durch den Markthandel findet dann in jeder Periode eine Reallokation des Vermögens W_m zwischen den n Lebensversicherern statt. Nach dem Risikoaustausch besitzt der i -te Lebensversicherer neu ein Vermögen W_i , das aus dem Handel X_i zustande gekommen ist. Der aus dem Handel X_i sich ergebende erwartete Nutzen für den i -ten Lebensversicherer entspricht dann:

$$E[u_i(X_i)] \quad (\text{GL 4.4})$$

Der Risikoaustausch $(\tilde{X}_1 + \tilde{X}_2 + \dots + \tilde{X}_n)$ wird als pareto-optimal bezeichnet, wenn keiner der Marktteilnehmer durch weiteres Handeln seinen erwarteten Nutzen steigern kann, ohne dass sich das Nutzenniveau eines anderen Marktteilnehmers im Erwartungswert verschlechtert. Das bedeutet, dass kein Tausch $(X_1 + X_2 + \dots + X_n)$ mehr stattfindet, für den gilt:

$$E[u_i(X_i)] \geq E[u_i(\tilde{X}_i)] \text{ für } i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{GL 4.5})$$

$E[u_i(\tilde{X}_i)]$ stimmt mit dem erwarteten Nutzen für den i -ten Lebensversicherer aus dem Risikoaustausch im Marktgleichgewicht überein. Der pareto-optimale-Risikoaustausch besteht dann aus $n - 1$ Parametern, die sich für einen fixen Marktanteil $k_i > 0$ durch die

¹³⁷ Vgl. Gerber und Pafumi (1998), S. 80.

Maximierung der folgenden Summe berechnen lassen:

$$\sum_{i=1}^n k_i E[u_i(X_i)] \quad (\text{GL 4.6})$$

Gesucht ist nun der Risikoaustausch $(X_1 + X_2 + \dots + X_n)$, der Gleichung 4.6 maximiert.

4.2.2 Das Theorem von Borch

Der Wert, der Gleichung 4.6 maximiert, lässt sich mit Hilfe des Theorems von Borch berechnen.

Theorem 4.1: Theorem von Borch

In einem Ein-Perioden-Modell maximiert der Risikoaustausch $(\tilde{X}_1 + \tilde{X}_2 + \dots + \tilde{X}_n)$ Gleichung 4.6 ausschliesslich unter der Bedingung, dass die Zufallsvariable $k_i u'_i(\tilde{X}_i)$ für alle $i = 1, 2, \dots, n$ gleich ist.

Beweis 4.1 des Theorems von Borch¹³⁸

Geht man davon aus, dass der Risikoaustausch durch die Zufallsvariablen $(\tilde{X}_1 + \tilde{X}_2 + \dots + \tilde{X}_n)$ maximiert wird, dann lassen sich für $j \neq h$ und eine beliebige Zufallsvariable V folgende Zusammenhänge definieren:

$$X_i = \tilde{X}_i, \text{ für } i \neq j, h \quad (\text{GL 4.7})$$

$$X_j = \tilde{X}_j + tV \quad (\text{GL 4.8})$$

$$X_h = \tilde{X}_h + tV \quad (\text{GL 4.9})$$

Dabei stellt t einen konstanten Parameter dar. Daraus folgt:

$$f(t) = \sum_{i=1}^n k_i E[u_i(X_i)] \quad (\text{GL 4.10})$$

¹³⁸ Vgl. Gerber und Pafumi (1998), S. 80.

Aufgrund unserer Annahmen hat $f(t)$ ein Maximum bei $t = 0$. Da im Maximum $f'(t) = 0$ gilt, erhalten wir:

$$k_j E[Vu_j'(\tilde{X}_j)] - k_h E[Vu_h'(\tilde{X}_h)] = 0 \quad (\text{GL 4.11})$$

Gleichung 4.11 lässt sich folgendermassen umformen:

$$E[V[k_j u_j'(\tilde{X}_j) - k_h u_h'(\tilde{X}_h)]] = 0 \quad (\text{GL 4.12})$$

Da diese Gleichung für ein beliebiges V gelten muss, lässt sich Gleichung 4.12 wie folgt vereinfachen:

$$k_j u_j'(\tilde{X}_j) - k_h u_h'(\tilde{X}_h) = 0 \quad (\text{GL 4.13})$$

Das zeigt, dass $k_i u_i'(\tilde{X}_i)$ unabhängig von i ist.

Entsprechend definieren wir den Risikoaustausch $(\tilde{X}_1 + \tilde{X}_2 + \dots + \tilde{X}_n)$:

$$k_i u_i'(\tilde{X}_i) = \Lambda \quad (\text{GL 4.14})$$

Dies gilt für alle i . Betrachten wir einen beliebigen Risikoaustausch $(X_1 + X_2 + \dots + X_n)$, erhalten wir¹³⁹:

$$u_i(X_i) \leq u_i(\tilde{X}_i) + u_i'(\tilde{X}_i)(X_i - \tilde{X}_i) \quad (\text{GL 4.15})$$

Wenn wir Gleichung 4.15 mit den Marktanteilen k_i multiplizieren und über alle i summieren, erhalten wir:

$$\sum_{i=1}^n k_i u_i(X_i) \leq \sum_{i=1}^n k_i u_i(\tilde{X}_i) + \sum_{i=1}^n k_i u_i'(\tilde{X}_i)(X_i - \tilde{X}_i) \quad (\text{GL 4.16})$$

¹³⁹ Eine konkave Nutzenfunktion liegt immer unterhalb ihrer Tangente, so dass $u[y] = u[x] + u'[x](y - x)$ für alle x und y gilt. Vgl. Ohse (1983), S. 96ff.

Unter Anwendung von Gleichung 4.14 lässt sich Gleichung 4.16 folgendermassen umschreiben:

$$\sum_{i=1}^n k_i u_i(X_i) \leq \sum_{i=1}^n k_i u_i(\tilde{X}_i) + \Lambda \sum_{i=1}^n (X_i - \tilde{X}_i) \quad (\text{GL 4.17})$$

$$= \sum_{i=1}^n k_i u_i(\tilde{X}_i) \quad (\text{GL 4.18})$$

Die einzelnen Lebensversicherer können ihren erwarteten Nutzen nur dann maximieren, wenn auf dem Markt kein Nachfrageüberhang mehr vorliegt. Das entspricht der Market-Clearing-Bedingung¹⁴⁰ eines Pareto-Optimums. Entsprechend wird der Term $\Lambda \sum_{i=1}^n (X_i - \tilde{X}_i)$ in einem Pareto-Optimum dem Wert 0 entsprechen. Wir erhalten folgende Ungleichung:

$$\sum_{i=1}^n k_i E[u_i(X_i)] \leq \sum_{i=1}^n k_i E[u_i(\tilde{X}_i)] \quad (\text{GL 4.19})$$

Damit ist bewiesen, dass Gleichung 4.6 den maximalen Wert mit dem Risikoaustausch $(\tilde{X}_1 + \tilde{X}_2 + \dots + \tilde{X}_n)$ erreicht.

4.2.3 Schlussfolgerung

Mit dem Theorem von Borch haben wir die Grundlagen für den Risikoaustausch im Fall eines Pareto-Optimums kennen gelernt. Auf dieser Basis lässt sich nun ein Prämi-
enprinzip definieren, mit dem eine Gleichgewichtsprämie berechnet werden kann. Zu-
nächst führen wir uns für das bessere Verständnis nochmals die Definition eines Prämi-
enprinzips vor Augen. Ein Prämi-
enprinzip ist eine Funktion, die einer Zufallsvariablen Y eine reale Zahl H zuweist (vgl. Kapitel 2). Im Kontext der Risikobewertung lässt sich dann die Zufallsvariable Y als die Summe der möglichen Leistungszahlungen aus dem übernommenen Risiko interpretieren. H wird als die für die Risikoübernahme zu entrichtende Prämie gedeutet. Aus aktuarischer Sicht ist eine Prämie ausschliesslich von den Risiko-Eigenschaften abhängig. Diese Betrachtungsweise erkennt, wie auch einleitend erwähnt, die Tatsache, dass für eine marktnahe Bewertung eines Risikos neben den Risiko-Eigenschaften auch die Marktbedingungen mitberücksichtigt werden müs-

¹⁴⁰ Das Pareto-Optimum setzt voraus, dass kein Tausch mehr stattfindet, bei welchem einer der Marktteilnehmer seinen Nutzen erhöhen könnte.

sen. Nicht alle Marktteilnehmer unterliegen zwingend den gleichen regulatorischen Rahmenbedingungen. Und nicht alle verfügen über die gleiche Risikofähigkeit sowie über die gleichen Informationen im Risiko-, Investitions- und Finanzierungsprozess. Bühlmann (1980) hat genau diesen Schritt gemacht und mit seinem ökonomischen Prämienprinzip einen wichtigen Grundstein für die marktnahe Bewertung eines Versicherungsrisikos gelegt.

4.3 Das ökonomische Prämienprinzip von Bühlmann

4.3.1 Aktuarische Bewertung unter Mitberücksichtigung der Marktbedingungen

Basierend auf dem Theorem von Borch zeigt Bühlmann (1980, 1984) auf, wie sich eine Marktgleichgewichtsprämie für ein generisches Versicherungsrisiko bestimmen lässt, die den Risiko-Eigenschaften wie auch den Marktbedingungen Rechnung trägt. Zu diesem Zweck betrachtet Bühlmann wiederum einen Markt mit n Lebensversicherern, in dem ein Risiko gehandelt wird. Beim Eintreffen eines Zustands s wird die Verpflichtung Y ausgelöst, deren Erwartungswert dem Wert $E[Y]$ entspricht. Die Prämie $H(Y)$ für die Übernahme von Y wird dann folgendermassen definiert:

$$H(Y) = E[\psi Y] \quad (\text{GL 4.20})$$

Dabei entspricht ψ einer positiven Zufallsvariablen. Der Preis für die Risikoübernahme wird als konstant angenommen, womit für $E[\psi]$ gelten muss¹⁴¹:

$$E[\psi] = 1 \quad (\text{GL 4.21})$$

Wenn Y und ψ keine unabhängigen Zufallsvariablen darstellen, lässt sich die rechte Seite von Gleichung 4.20 folgendermassen umschreiben:

$$\begin{aligned} H(Y) &= E[Y] + E[\psi Y] - E[\psi]E[Y] \\ &= E[Y] + \text{Cov}(Y, \psi) \end{aligned} \quad (\text{GL 4.22})$$

Das bedeutet, dass der Preis für eine Geldeinheit eines bedingten Zahlungsstroms dem Erwartungswert der Zahlung plus einer Prämie entspricht, die den Marktbedingungen Rechnung trägt.¹⁴² Bühlmann (1980) bezeichnet ψ als Preis-Dichte-Funktion.

¹⁴¹ Vgl. Gerber und Pafumi (1998), S. 85.

¹⁴² Alternativ kann der Preis für eine bedingte Zahlung als die Erwartung gegenüber einem risikoneutralen Q -

4.3.2 Risikoaustausch als Grundlage für die ökonomische Risikobewertung

Bühlmann (1980) betrachtet einen Lebensversicherer i , der das Risiko Y_i übernimmt und damit seinen erwarteten Nutzen maximieren möchte:

$$E[u_i(W_i + H(Y_i) - Y_i)] = \max \quad (\text{GL 4.23})$$

Wie wir im vorgehenden Abschnitt gesehen haben, lässt sich der erwartete Nutzen im Marktgleichgewicht maximieren, wenn:

$$(W_i + H(\tilde{Y}_i) - \tilde{Y}_i) = \psi E[u_i'(W_i + H(\tilde{Y}_i) - \tilde{Y}_i)] \quad (\text{GL 4.24})$$

entspricht. Zur Maximierung von Gleichung 4.24 führt Bühlmann (1980) \tilde{Y}_i sowie eine Zufallsvariable V für die Darstellung des Handels ein. Er betrachtet folgende Familie von Risikoaustauschen:

$$Y_i = \tilde{Y}_i + tV \quad (\text{GL 4.25})$$

Basierend auf der Maximierungsbedingung aus Gleichung 4.23 wird die Funktion:

$$f(t) = E[u_i(W_i + H(Y_i) - Y_i)] \quad (\text{GL 4.26})$$

dann maximiert, wenn t in der ersten Ableitung den Wert $t = 0$ annimmt. Entsprechend gilt:

$$f'(0) = E[u_i'(W_i + H(\tilde{Y}_i) + \tilde{Y}_i)(V - E[\psi Y])] = 0 \quad (\text{GL 4.27})$$

Gleichung 4.27 lässt sich folgendermassen umformen:

$$E[V\{u_i'(W_i + H(\tilde{Y}_i) - \tilde{Y}_i) - \psi E[u_i'(W_i + H(\tilde{Y}_i) - \tilde{Y}_i)]\}] = 0 \quad (\text{GL 4.28})$$

Da Gleichung 4.28 für alle V gelten muss, muss die Zufallsvariable in der Klammer null ergeben.

Basierend auf der Tatsache, dass im Pareto-Optimum für den Nutzen des i -ten Lebensversicherers die Bedingung aus Gleichung 4.23 gelten muss, erhalten wir folgende Ungleichung:

$$u_i(W_i + H(Y_i) - Y_i) \leq u_i(W_i + H(\tilde{Y}_i) - \tilde{Y}_i) + u'_i(W_i + H(\tilde{Y}_i) - \tilde{Y}_i)(H(Y_i) - Y_i + H(\tilde{Y}_i) - \tilde{Y}_i) \quad (\text{GL 4.29})$$

Die rechte Seite der Ungleichung lässt sich anhand Gleichung 4.24 folgendermassen umformen:

$$\leq u_i(W_i + H(\tilde{Y}_i) - \tilde{Y}_i) + \psi E[u'_i(W_i + H(\tilde{Y}_i) - \tilde{Y}_i)](H(Y_i) - Y_i + H(\tilde{Y}_i) - \tilde{Y}_i) \quad (\text{GL 4.30})$$

Betrachten wir in Gleichung 4.30 beidseitig die Erwartungswerte und setzen die Definition für H aus Gleichung 4.18 ein, erhalten wir:

$$E[u_i(W_i + H(Y_i) - Y_i)] \leq E[u_i(W_i + H(\tilde{Y}_i) - \tilde{Y}_i)] \quad (\text{GL 4.31})$$

Abgesehen von einer Konstante ist das optimale \tilde{Y}_i eindeutig identifizierbar, da $H(\tilde{Y}_i) - \tilde{Y}_i$ eindeutig ist. Diese Differenz gilt, wie bereits weiter oben besprochen, als Nettonachfrage für die Risikodeckung des Lebensversicherers i . Bei einem gegebenen ψ entspricht dann folgende Zufallsvariable dem Nachfrageüberhang auf dem Versicherungsmarkt:

$$\sum_{i=1}^n [H(\tilde{Y}_i) - \tilde{Y}_i] \quad (\text{GL 4.32})$$

Die Preisdichte ψ und die Risikoaustausche $\tilde{Y}_1, \tilde{Y}_2, \dots, \tilde{Y}_n$ bilden ein Gleichgewicht, wenn auf dem Markt kein Nachfrageüberhang mehr vorliegt. Damit ist Gleichung 4.32 gleich null und die Bedingung aus Gleichung 4.24 für alle i -Lebensversicherer für $i = 1, 2, \dots, n$ ist erfüllt. Ein Marktgleichgewicht induziert daher den Risikoaustausch $(\tilde{X}_1, \tilde{X}_2, \dots, \tilde{X}_n)$ mit:

$$\tilde{X}_i = W_i + H(\tilde{Y}_i) - \tilde{Y}_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{GL 4.33})$$

Wenn Gleichung 4.24 gilt, folgt:

$$u_i'(\tilde{X}_i) = \psi E[u_i'(\tilde{X}_i)], i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{GL 4.34})$$

Aus dem Theorem von Borch und der Bedingung aus Gleichung 4.34 folgt, dass dieser Risikoaustausch einem Pareto-Optimum entspricht und die Preisdichte im Marktgleichgewicht folgenden Wert annimmt:

$$\psi = \frac{u_i'(\tilde{X}_i)}{E[u_i'(\tilde{X}_i)]} \quad (\text{GL 4.35})$$

Umgekehrt gilt im Marktgleichgewicht für den i -ten Lebensversicherer, der eine Quote des Risikos übernimmt¹⁴³:

$$\tilde{X}_i = q_i W \quad (\text{GL 4.36})$$

Unter Anwendung von Gleichung 4.35 erhalten wir:

$$\psi = \frac{u_i'(W)}{E[u_i'(W)]} \quad (\text{GL 4.37})$$

Für den spezifischen Fall einer negativ exponentiellen Risiko-Nutzenfunktion, die von der Annahme einer konstanten absoluten Risiko-Aversion c ausgeht, erhalten wir als Marktpreis folgenden Wert¹⁴⁴:

$$\psi = \frac{e^{-cW_i}}{E[e^{-cW_i}]} \quad (\text{GL 4.38})$$

Dabei entspricht c der absoluten Risiko-Aversion. Die unter Gleichung 4.38 berechnete Prämie entspricht einer Esscher-Prämie und gibt uns eine Grundlage, um für das Langleberisiko eine Gleichgewichtsprämie zu bestimmen.

4.3.3 Schlussfolgerung

Mit der ökonomischen Prämie von Bühlmann haben wir ein Prämienberechnungsprinzip kennen gelernt, mit dem sich im Rahmen eines Ein-Perioden-Modells eine Marktgleichgewichtsprämie berechnen lässt. Letztere trägt einerseits den Risiko-Eigenschaften Rechnung. Andererseits berücksichtigt sie aber auch die Marktbedingun-

¹⁴³ Vgl. Gerber und Pafumi (1998), S. 87.

¹⁴⁴ Vgl. Gerber und Pafumi (1998), S. 87.

gen. Ist die Risiko-Aversion bekannt, lässt sich mit diesem Prämienprinzip eine markt-nahe Bewertung des Langleberisikos vornehmen. Kritisch dürfte allerdings die Anwendung der exponentiellen Risiko-Nutzenfunktion sein. Wie weiter oben besprochen weist Müller (1998) darauf hin, dass diese für die Bewertung eines Risikos in einem Kapitalkontext ungeeignet ist: Im Bezug auf das Vermögen kann nicht von einer konstanten absoluten Risiko-Aversion ausgegangen werden. Aus diesem Grund arbeiten wir für unsere weiteren Überlegungen mit einer konkaven Risiko-Nutzenfunktion, die bei steigendem Vermögen der sinkenden absoluten Risiko-Aversion der Marktteilnehmer Rechnung trägt.

In seinem Modell betrachtet Bühlmann einen Markt, in dem ein *Risikoaustausch* stattfindet. Entsprechend berücksichtigt er in der Risiko-Nutzenfunktion, wie aus Gleichung 4.23 ersichtlich, den Gewinn aus dem Risiko-Zeichnungsprozess als stochastische Grösse. Diese findet in der Risiko-Nutzenfunktion ihren Niederschlag. Ginge man anstatt von einem *Risikoaustausch* von einem *Geldaustausch* aus, wäre die Frage nahelegend, wie hoch der Wert des Geldes ist, das einem durch die Risikoübernahme zufließt. Im Rahmen der Investitionsentscheidung bringt Sharpe (1964) diesen Gedanken zum Ausdruck. Er weist darauf hin, dass der Kapitalmarkt einem Investor zwei Preise für das Geld präsentiert: den Preis für die Zeit und den Preis für das Risiko. Der erste Preis oder reine (risikolose) Zinssatz spiegelt die Zeitpräferenzen der Marktteilnehmer. Unabhängig ob Versicherungsrisiko oder Marktrisiko bleibt dieser Wert für alle Marktteilnehmer gleich. In der Prämienberechnung wird dem Zeitwert des Geldes üblicherweise über die Prämienkontierung Rechnung getragen. Der zweite Preis bringt hingegen zum Ausdruck, wie die Übernahme von zusätzlichem Risiko entschädigt wird. In Abhängigkeit seiner Solvenz kann sich der Lebensversicherer diesen Aspekt zunutze machen. Diesem Gesichtspunkt wird im ökonomischen Prämienprinzip von Bühlmann ungenügend Beachtung geschenkt.

Am besten veranschaulicht man sich diesen Sachverhalt, wenn man davon ausgeht, dass der Lebensversicherer etwa mit dem Verkauf einer Leibrente eine Prämie $H(Y)$ bekommt. Im Gegenzug erhält der Versicherungsnehmer bis zum Zeitpunkt seines Todes T eine Geldsumme Y . Betrachten wir dann ein Portefeuille von solchen Renten. Wieviel Eigenkapital wird zur Finanzierung dieses Portefeuilles benötigt? In einer idealen Welt, in der es keine Solvenzvorschriften und kein Insolvenzrisiko gibt, spielte es

keine Rolle, wie der Risikoschutz finanziert wird.¹⁴⁵ In der Realität besteht jedoch bei einem Versicherungsrisiko immer ein Ruinrisiko. Entsprechend den regulatorischen Vorschriften, denen ein Marktteilnehmer unterliegt, und der Höhe des Eigenkapital, das er in der Finanzierung einsetzt, wird seine Insolvenzgefahr und somit seine Risikofähigkeit ausfallen. Rufen wir uns dann Zweifel und Eisen (2000)¹⁴⁶ in Erinnerung. Sie weisen darauf hin, dass für die marktnahe Bewertung eines Versicherungsrisikos, nebst dem reinen Risikozeichnungsprozess, auch der Investitionsprozess und die Kapitalbildung berücksichtigt werden muss. In Abhängigkeit seiner Risikofähigkeit kann der Lebensversicherer nämlich auf dem eingenommenen Kapital über den Investitionsprozess eine unterschiedlich hohe erwartete Rendite erzielen. Damit entsteht ein zusätzlicher Nutzen, der als *Preis für die Kapitalbildung* angesehen werden kann und in der Risiko-Nutzenfunktion entsprechend mitzuberechnen ist.

Von besonderem Interesse bei der Kapitalbildung sind die freien Mittel, die sich in einer Portfeuille-Betrachtung als Differenz zwischen dem Vermögen und dem Deckungskapital ergeben. Die freien Mittel sind massgebend von den Wettbewerbsbedingungen auf dem Versicherungsmarkt abhängig. Mit steigendem Wettbewerb erhöht sich der Druck auf die Prämien, womit die freien Mittel sinken. Diesem Aspekt muss in der Bewertung Rechnung getragen werden, weil die Höhe der freien Mittel die Risikofähigkeit des Lebensversicherers beeinflusst.

Basierend auf diesen Überlegungen wollen wir eine Erweiterung des Prämienprinzips von Bühlmann vornehmen, indem wir für die Bewertung des Langleberisikos neben dem Risikozeichnungsprozess auch den Finanzierungs- und Investitionsprozesses mitberücksichtigen. Damit tragen wir nebst dem Preis für die Risikoübernahme, dem Preis für die Zeit auch dem Preis für die Kapitalbildung Rechnung.

4.4 Erweiterung des ökonomischen Prämienprinzips von Bühlmann

Im vorliegenden Abschnitt wollen wir das ökonomische Prämienprinzip von Bühlmann auf der Basis der bisher gewonnenen Erkenntnisse für die Bewertung des Langleberisikos erweitern. Zu diesem Zweck betrachten wir ein Mehr-Perioden-Modell, das den Risiko-Eigenschaften, aber auch dem Finanzierungs- und Investitionsprozess Rechnung trägt. Zuerst wollen wir uns aber mit der Frage der geeigneten Risiko-

¹⁴⁵ Vgl. Modigliani Miller (1958).

¹⁴⁶ Vgl. Zweifel und Eisen (2000), S. 246.

Nutzenfunktion befassen. Zu diesem Zweck wollen wir den *Risikoaustausch* von Bühlmann als *Geldaustausch* ansehen. Davon ausgehend fragen wir, welcher Nutzen sich für einen Marktteilnehmer durch die Risikoübernahme ergibt, wenn er im Gegenzug über eine bestimmte Laufzeit ein gewisses Kapital erhält, das er auf eigene Rechnung investieren kann.

In Kapitel 2 haben wir einige Spezialfälle von hyperbolischen Risiko-Nutzenfunktion besprochen. Um der Kritik von Müller (1998) besser gerecht zu werden, treffen wir die Annahme, dass alle Marktteilnehmer auf dem Versicherungsmarkt eine logarithmische Risiko-Nutzenfunktion mit einer abnehmenden relativen Risiko-Aversion gegenüber ihrem Vermögen besitzen.

4.4.1 Definition der Risiko-Nutzenfunktion der Marktteilnehmer auf dem Versicherungsmarkt

Basierend auf Gerber und Pafumi (1998) wollen wir die Risiko-Nutzenfunktion des i -Lebensversicherers auf dem Versicherungsmarkt folgendermassen definieren:

$$u_i(W_i) = \frac{W_i^{1-c} - 1}{1-c} \text{ für alle } i = 1, \dots, n; \text{ und } c \neq 1 \quad (\text{GL 4.39})$$

Dabei entspricht c der relativen Risiko-Aversion der Lebensversicherer auf dem Markt. Mit dieser Funktion erhalten wir den gewünschten Effekt einer abnehmenden absoluten Risiko-Aversion gegenüber dem Vermögen W_i . Für den Grenzfall $c \rightarrow 1$ greifen wir auf die logarithmische Funktion zurück:

$$u_i(W_i) = \ln(W_i) \text{ für alle } i = 1, \dots, n; \text{ und } c = 1 \quad (\text{GL 4.40})$$

Damit gilt:

$$u'_i(W_i) = W_i^{-c} \text{ für alle } i = 1, \dots, n; c \neq 1 \text{ und } W_i > 0 \quad (\text{GL 4.41})$$

und

$$u'(W_i) = \frac{1}{W_i} \text{ für alle } i = 1, \dots, n; c = 1 \text{ und } W_i > 0 \quad (\text{GL 4.42})$$

In diesem Markt übernimmt dann jeder Lebensversicherer linear zu seinem Vermögen eine bestimmte Quote der gesamten Deckungsnachfrage für das Langleberisiko. Im Marktgleichgewicht gilt damit:

$$\tilde{X}_i = q_i W_i \text{ für alle } i = 1, \dots, n \quad (\text{GL 4.43})$$

Basierend auf Gleichung 4.35 erhalten wir für die Gleichgewichtsprämie folgenden Wert¹⁴⁷:

$$\psi = \frac{u'_i(\tilde{X}_i)}{E[u'_i(\tilde{X}_i)]} = \frac{W^{-c}}{E[W^{-c}]} \quad (\text{GL 4.44})$$

In einem Markt, in dem vollständige Konkurrenz herrscht, ergibt uns die so berechnete Prämie eine erste Grundlage für die Bewertung des Langleberisikos.

Weiter oben haben wir uns die Frage gestellt, welchen Einfluss die Wettbewerbssituation auf die Bewertung hat. Bühlmann (1984) nimmt diese Frage auf, indem er das ökonomische Prämienprinzip erweitert und unterschiedliche Konkurrenzsituationen auf dem Markt untersucht. In diesem Zusammenhang analysiert er insbesondere die Auswirkungen, die sich für das ökonomische Prämienprinzip durch ein Oligopol ergeben.

Diese Betrachtungsweise dürfte dem heutigen Versicherungsmarkt, der auf dem Paradigma der Risiko-Transformation aufbaut, wohl besser gerecht werden als die vollständige Konkurrenz: Eine kleine Anzahl von Anbietern steht einer grossen Anzahl von Kunden gegenüber. Alle Marktteilnehmer unterliegen denselben (regulatorischen) Rahmenbedingungen.

Bei einem Paradigmawechsel von der Risiko-Transformation hin zur Risiko-Intermediation, indem Risiken an den Kapitalmarkt transferiert werden, dürfte die Situation anders aussehen. Im Paradigma der Risiko-Intermediation wären die Lebensversicherer nicht mehr die einzigen Anbieter, die biometrische Risiken zu übernehmen bereit sind. Die einzelnen Anbieter weisen nicht die gleichen Risikopräferenzen auf und unterlägen auch nicht zwingend den gleichen (regulatorischen) Rahmenbedingungen.

¹⁴⁷ Der Wert wird in der Literatur auch als Pricing-Kernel bezeichnet.

Damit erhöhte sich die Wettbewerbsintensität und der Markt bewegte sich zunehmend in Richtung vollständiger Konkurrenz. Für unsere weiteren Überlegungen scheint es daher gerechtfertigt, für die Bewertung des Langleberisikos vom Fall der vollständigen Konkurrenz auszugehen.

Die Wettbewerbssituation beeinflusst die Höhe der Prämie (Preis) für die Risiko-Übernahme massgeblich und mit steigendem Wettbewerb sinkt die Prämienmarge. Für die Bewertung spielen jedoch auch der Finanzierungs- und Investitionsprozess eine wichtige Rolle. Das Kapital, das während einer Periode nicht für die Schadenzahlungen eingesetzt wurde, steht dem Lebensversicherer zur Verfügung. Nebst dem Ergebnis aus dem Risiko-Zeichnungsprozess hat er damit einen zusätzlichen Nutzen. Entsprechend berücksichtigen wir in unseren Überlegungen den Investitionsprozess. Da die Risikofähigkeit des Lebensversicherers massgebend von den Solvenzanforderungen abhängig ist, wollen wir diesen in der Bewertung des Langleberisikos ebenfalls Rechnung tragen. Um Solvenzanforderungen gerecht zu werden, muss der Lebensversicherer über genügend Eigenkapital verfügen, das er marktgerecht entschädigen muss. Mit sinkenden Prämienmargen wird es zunehmend schwierig, das Eigenkapital marktgerecht zu verzinsen. Dadurch entsteht ein Anreiz, den Fremdfinanzierungsgrad zu erhöhen, um eine adequate Eigenkapitalrendite zu erzielen. Da der Fremdfinanzierungsgrad aber einen Einfluss auf die Kapitalkosten hat und diese in Abhängigkeit der Solvenz höher oder tiefer ausfallen, wollen wir in der Risiko-Nutzenfunktion ebenfalls den Fremdfinanzierungsprozess als Funktion der Solvenz mitberücksichtigen. Zu diesem Zweck betrachten wir in unserem Modell den Fremdfinanzierungsgrad in Funktion der Solvenz. Aufbauend auf Bühlmanns ökonomischem Prämienprinzip und den Grundlagen, die wir in diesem Abschnitt erarbeitet haben, lassen wir unsere Überlegungen in ein Mehr-Perioden-Modell einfliessen.

4.4.2 Mitberücksichtigung des Finanzierungs- und Investitionsprozesses in der Risiko-Nutzenfunktion

Einleitend möchten wir uns nochmals die von Bühlmann definierte Markt-Gleichgewichtsbedingung vor Augen führen:

$$u'_i(W_i + H(\tilde{Y}_i) - \tilde{Y}_i) = \psi E[u'_i(W_i + H(\tilde{Y}_i) - \tilde{Y}_i)] \quad (\text{GL 4.45})$$

In dieser Betrachtungsweise geht Bühlmann von einem Ein-Perioden-Modell aus, in dem der Risiko-Zeichnungsprozess und die Marktbedingungen in die Risiko-Nutzenfunktion einfließen. Nicht berücksichtigt werden dabei, wie wir weiter oben gesehen haben, der Finanzierungs- und Investitionsprozess. Im nächsten Abschnitt versuchen wir, diese zwei Prozesse neben dem Risiko-Zeichnungsprozess zu formalisieren und Bühlmanns Modell zu erweitern. Um den Zeitwert des Kapitals zu berücksichtigen, gehen wir von einem Mehr-Perioden-Modell aus und betrachten den Zeitraum $[t_0, t]$.

Im Sinne einer Vereinfachung wollen wir in unserem Berechnungsbeispiel annehmen, dass der Markt aus einem Muster Rentenportefeuille mit sofort beginnenden Leibrenten besteht. Für unsere Überlegungen gehen wir davon aus, dass der Markt über ein Anfangsvermögen W_M verfügt, das dem Solvenzkapital aller Lebensversicherer zur Absicherung von Rentenverpflichtungen entspricht. Wir nehmen an, dass dieses vier Prozent der Verpflichtungen entspricht. Damit muss der Lebensversicherer sämtliche Risiken über die Laufzeit der Rentenverträge abdecken. Weil bei der Verbriefung auch Tranchen über kürzere Laufzeiten an den Markt verkauft werden, legen wir das Anfangskapital im Rahmen der Risikobewertung jeweils so fest, dass es dem erwarteten Schaden über die betrachtete Periode entspricht zuzüglich VaR-Wert der betrachteten Bonitätsstufe, und bezeichnen dieses mit W_S . Wir nehmen an, dass in der Prämie jeweils eine Prämienmarge PM eingerechnet wird, die als Sicherheitsmarge anzusehen ist. Sie beeinflusst die Risikofähigkeit der einzelnen Lebensversicherer im Risiko- und Investitionsprozess. In einer Asset-Liability-Betrachtung entspräche dies den freien Mitteln zwischen dem Vermögen und dem Deckungskapital. Mit zunehmendem Wettbewerb auf dem Lebensversicherungsmarkt wird dieser Wert gegen null tendieren.

Für die Berechnung der künftigen Verpflichtungen aus dem Risiko-Zeichnungsprozess greifen wir auf das im Zeitpunkt $t = t_0 + j$ erwartete Deckungskapital zurück (vgl. Kapitel 3). Wir wollen dabei einen Zeithorizont von fünf Jahren

betrachten. Zur Berechnung des erwarteten Deckungskapitals greifen wir auf die Gewinndefinition für das Langleberisiko aus Kapitel 3 zurück:

$$\begin{aligned} G(i_{Rf}, q_{65+k}(t)) &= H_i(i_{Rf}, q_{65+k}(t)) - Y_i(i_{Rf}, q_{65+k}(t)) = \\ &= (q_{65+k}(t_0) - q_{65+k}(t+j)) v(\ddot{a}_{65+k+1}(t_0)) \end{aligned} \quad (\text{GL 4.46})$$

Die künftige Sterblichkeit $q_{65+k}(t+j)$ muss dabei geschätzt werden. i_{Rf} entspricht dem risikolosen Zins und $v(\ddot{a}_{65+k+1}(t_0))$ dem Rentenbarwert. Die erwartete Sterblichkeit $q_{65+k}(t+j)$ für $k \in [0, T]$ berechnen wir anhand des Modells aus Kapitel 3:

$$q_x(t) = q_x(t_0) \exp(-\Lambda_x(t - t_0)) \quad (\text{GL 4.47})$$

Im Risikozeichnungsprozess betrachten wir Männer und Frauen separat, den Trend schätzen wir für sämtliche Altersklassen.

Etwas anders sieht es beim Finanzierungsprozess aus. Bei der Finanzierung bezahlt der Lebensversicherer in Abhängigkeit seiner Solvenz (Rating) auf dem Kapitalmarkt einen Zinssatz $i_{Fk}(S)$ für das Fremdkapital D . Das schlägt sich auf seine Finanzierungskosten nieder. Wir nehmen dabei an, dass sich die Zinsen konvex zur Solvenz verhalten:

$$i_{Fk} = i_{Fk}(S); \quad \frac{\partial i_{Fk}(S)}{\partial S} < 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial^2 i_{Fk}(S)}{\partial S^2} > 0 \quad (\text{GL 4.48})$$

Mit steigendem Fremdfinanzierungsgrad wird die Solvenz daher sinken. Damit nimmt auch die Risikofähigkeit des Lebensversicherers ab. Er muss entsprechend mit einer niedrigeren erwarteten Rendite $E[\tilde{R}_p]$ rechnen. In unseren Überlegungen betrachten wir den Fremdkapitalzinssatz $i_{Fk}(S)$ in Funktion der Solvenz und setzen diese als Indikator für die Risikofähigkeit ein, um die optimale Anlagestrategie zu definieren. Um die Simulation zu vereinfachen, gehen wir für unsere Berechnungen von einem bestimmten Rating aus. Für das Hybridkapital wählen wir einen fixen Fremdkapitalzinssatz $i_{Fk}(S)$ aus. Für die Eigenkapitalverzinsung gehen wir ebenfalls von einer fixen erwarteten Rendite von i_{EK} aus.

Für den Investitionsprozess nehmen wir an, dass das Kapital W_s mit einer Anlagestrategie $\tilde{\theta}(R_p, \sigma, S)$ investiert wird, die von der Solvenz S abhängig ist. Die Solvenz bestimmt die Risikofähigkeit der Lebensversicherung und damit auch das Anlageprofil (R_p, σ) . Über den Investitionsprozess wird es möglich, einen Prämienteil während einer bestimmten Dauer $[t_0, t]$ zu einer Rendite \tilde{R}_p , mit einem Risiko σ auf eigene Rechnung

zu investieren. Dieser kapitalbildende Teil der Prämie lässt sich mit dem Kapitalbildungsfaktor erfassen. Um den Kapitalbildungsfaktor des Rentenportefeuilles zu quantifizieren, betrachten wir die l_{65} Personen, die mit 65 Jahren eine sofort beginnende Leibrente von α_{65} kaufen. Für diese Rentenleistung bezahlen die Versicherungsnehmer eine Prämie $H(Y)$, bei der die erwarteten Leistungen $Y(i_{Rf}, {}_{T|}q_{65}(t))$ vom risikolosen Zinssatz i_{Rf} und von der Sterblichkeit ${}_{T|}q_{65}(t)$ abhängig sind. Die Sterblichkeit ${}_{T|}q_{65}(t)$ lässt sich als Wahrscheinlichkeit interpretieren, mit der eine 65-jährige Person T Jahre überlebt und am Ende des Jahres T stirbt. T ist eine Zufallsvariable auf der Ebene der einzelnen Person, deren Streuung sich jedoch im Rahmen eines Portefeuilles diversifizieren lässt. Hingegen lässt sich die systematische Veränderung von T über die Zeit (vgl. Kapitel 3) nicht ohne Weiteres diversifizieren. Darum betrachten wir die Sterblichkeit ${}_{T|}q_{65}(t)$ als einen stochastischen Prozess über die Zeit. Für unsere Überlegungen nehmen wir an, dass T in einem bestimmten Zeitpunkt t_0 bekannt ist und sich eine Prämie $H(Y)$ wie folgt berechnen lässt:

$$H(Y) = \ddot{a}_{65}(t_0) = \sum_{k=0}^T v^k {}_k p_{65} = \sum_{k=0}^T v^k (1 - {}_k q_{65}(t_0)) \text{ mit } v = \frac{1}{1 + i_{Rf}} \quad (\text{GL 4.49})$$

Demgegenüber sind die Leistungen von der Entwicklung der Sterblichkeit über die Zeit abhängig:

$$Y(i_{Rf}, {}_{T|}q_{65}(t)) = \sum_{k=0}^T v^k (1 - {}_k q_{65}(t)) \text{ mit } v = \frac{1}{1 + i_{Rf}} \quad (\text{GL 4.50})$$

Die Rentensumme α_{65} , die jeder Rentner für ein bestimmtes Kapital $H(Y)$ erhält, betrachten wir als eine Konstante, die im Zeitpunkt t_0 wie folgt berechnet wird:

$$\alpha_{65} = H(i_{Rf}, {}_{T|}q_{65}(t_0)) * UWS \quad (\text{GL 4.51})$$

Dabei entspricht der Umwandlungssatz (UWS) folgendem Wert:

$$UWS = \frac{1}{\sum_{k=0}^T v^k (1 - {}_k|q_{65}(t))} \quad (\text{GL 4.52})$$

Gleichung 4.52 lässt sich als das Verhältnis zwischen einem Rentenfranken und dem erwarteten Rentenbarwert unter Mitberücksichtigung der Sterblichkeit im Zeitpunkt t interpretieren. Betrachten wir ein Rentenportefeuille mit l_{65} Personen, die eine jährliche Rentenleistung von α_{65} erhalten, lässt sich zu einem bestimmten Zeitpunkt t_0 das durchschnittlich ungebundene Kapital folgendermassen definieren:

$$K_U = \frac{1}{T} \sum_{k=1}^T (l_{65} H(i_{Rf, k} | q_{65}(t_0)) - l_{65+k} (1 - q_{65+k}(t_0)) \alpha_{65}) \quad (\text{GL 4.53})$$

Für ein Rentenportefeuille lässt sich zwischen dem durchschnittlich ungebundenen Kapital und der Prämiensumme des Portefeuilles ein Kapitalbildungsfaktor berechnen. Dieser gibt uns Auskunft über den prozentualen Prämienanteil, der als Kapital für den Investitionsprozess zur Verfügung steht. Den Kapitalbildungsfaktor b für ein Rentenportfolio definieren wir wie folgt:

$$b = \frac{\frac{1}{T} \sum_{s=1}^T (l_{65} H(i_{Rf, T} | q_{65}(t_0)) - l_{65+s} (1 - q_{65+s}(t_0)) \alpha_{65})}{l_{65} H(i_{Rf, T} | q_{65}(t_0))} \quad (\text{GL 4.54})$$

Wir nehmen nun an, dass der Prämienanteil b ein Bestandteil des Vermögens W_s ist. Wir haben argumentiert, dass die Lebensversicherer über den Investitionsprozess auf dem Kapital W_s mit zunehmender Risikofähigkeit eine höhere Rendite erzielen können. Die Risikofähigkeit ist von deren Solvenz abhängig. Damit haben wir eine formelle Definition der drei risikobehafteten Komponenten, die einen Einfluss auf das erwartete Vermögen $E[W_s^-]$ haben.

Für die Berechnung des erwarteten Vermögens $E[W^-]$ in Gleichung 4.44 wollen wir also annehmen, dass der Lebensversicherer für eine gegebene Solvenz folgende Maximierung vornimmt:

$$E[W_s^-] = E\left[\left[W_s + PM + E[G(i_{Rf}, q_{65+k}(t))] + E\left[\left((i_{EK} * (1 - FG) * W_s) + (i_{FK}(S) * FG * W_s)\right) - DV * E[\bar{\theta}(R, \sigma, S)(W_s + bH(Y))]\right]\right]\right] = \max$$

(GL 4.55)

Für das bessere Verständnis besprechen wir die einzelnen Komponenten kurz. Der erste Term W_s entspricht dem Vermögen im Zeitpunkt t_0 . Die Höhe des Anfangskapitals ermitteln wir auf der Basis des erwarteten Schaden aus dem Langleberisikos¹⁴⁸ und fügen diesem proportional zum Gesamtvermögen W_M einen Anteil der Prämienmarge PM hinzu. Damit berücksichtigen wir die Tatsache, dass die Ausfallwahrscheinlichkeit mit einer geringeren Marge und somit das Risiko für die Lebensversicherung steigt.

Der zweite Term $E[G(i_{Rf}, q_{65+k}(t))]$ stellt den Risiko-Zeichnungsprozess dar. Beim Risiko-Zeichnungsprozess unterscheiden wir den durchschnittlich erwarteten Schaden für das Langleberisiko von Mann und Frau und betrachten dieses jeweils für die einzelnen Altersklassen. Den Risikogewinn ermitteln wir, indem wir eine Schätzung für den Sterblichkeitstrend pro Altersklasse auf der Basis eines exponentiellen Modells durchführen. Da wir in Kapitel 5 den Rentenbestand tranchieren werden, berechnen wir die Wertschwankungsreserven für die Risikoabdeckung auf der Basis eines Value at Risk (VaR). Wir treffen die Annahme, dass die Randwahrscheinlichkeiten normalverteilt sind. Wir berechnen und summieren also die VaR-Werte pro Altersklasse, um ein Risikomass für eine gewünschte Anzahl Altersklassen zu erhalten. Die Quantile legen wir so fest, dass sie den Ausfallwahrscheinlichkeiten eines bestimmten Ratings entsprechen. Die Betrachtung von verschiedenen Quantilen wird uns in Kapitel 5 bei der Strukturierung helfen, Wertpapiere mit unterschiedlichen Bonitäten zu kreieren, für welche unterschiedliche Prämien bezahlt werden.

Der dritte Term $E\left[\left((i_{EK} * (1 - FG) * W_s) + (i_{FK}(S) * FG * W_s)\right)\right]$ berücksichtigt den Finanzierungsprozess. Damit tragen wir der Tatsache Rechnung, dass sich entlang des konjunkturellen Zinszyklus unterschiedliche Spreads zwischen den Kosten für Eigenka-

¹⁴⁸ Hier könnte z.B. auch das Zielkapital gemäss des Schweizer Solvenz-Tests eingesetzt werden. Für unsere Überlegungen wollen wir von vier Prozent des Deckungskapitals resp. vom erwarteten Schaden ausgehen.

pital und für Fremdkapital ergeben. Es kann somit vorteilhaft sein, sich durch Hybridkapital¹⁴⁹ zu finanzieren, um damit die Kapitalkosten zu senken.

Der vierte Term $DV^* E[\tilde{\theta}(R_p, \sigma, S)(W_s + bH(Y))]$ stellt den Investitionsprozess dar. Über den Investitionsprozess wird das Vermögen $(W_s + bH(Y))$ in Abhängigkeit der Solvenz S mit einer Anlagestrategie $\tilde{\theta}(R, \sigma)$ über den Zeitraum $[t_0, t]$ entwickelt. Beim Anlageprozess gehen wir für die erwarteten Renditen von einer Log-Normalverteilung aus. Die Variable DV ist eine Dummy-Variable, die den Wert 0 oder 1 annimmt und es uns ermöglicht den Investitionsprozess auszublenden. Beim Investitionsprozess betrachten wir die zugrunde liegende Anlagestrategie und berechnen wie beim Risiko-Zeichnungsprozess ein Value at Risk (VaR) auf der Basis der Volatilität der Anlagestrategie auf dem Konfidenzniveau der jeweils betrachteten Bonitätsstufe. Abschliessend nehmen wir an, dass die Transaktionskosten vernachlässigbar sind. Für die Marktgleichgewichtsprämie erhalten wir dann:

$$\psi = \frac{[W_s + PM]^{-c}}{E[[W_s + PM] + E[G(i_{RF}, q_{65+k}(t))] + E[(i_{EK}^*(1 - FG) * W_s) + (i_{FK}(S) * FG * W_s)] - DV^* E[\tilde{\theta}(R_p, \sigma, S)(W_s + bH(Y))]]^{-c}} \quad (\text{GL 4.56})$$

Bevor wir zur eigentlichen Prämienberechnung mit dem erweiterten ökonomischen Prämienprinzip schreiten, gehen wir zunächst noch auf die Berechnung der relativen Risiko-Aversion c einer Lebensversicherung ein. Da wir diese nicht direkt beobachten können, greifen wir als Indikator für die Risiko-Aversion auf das Investitionsverhalten der Lebensversicherer zurück. Die Frage bezüglich einer repräsentativen Anlagestrategie lässt sich nicht eindeutig beantworten. Dies dürfte stark von der Kapitalisierung der einzelnen Gesellschaften abhängig sein. Da die Versicherungsaufsicht von den einzelnen Marktteilnehmern eine risikobasierte Kapitalisierung fordert und Eigenkapital ein knappes Gut ist, könnte man annehmen, dass die durchschnittliche Anlagestrategie im Versicherungsmarkt dem Portfolio entspricht, mit dem das Sharpe-Ratio maximiert wird. Dieses Portfolio bietet die maximale Überschussrendite (erwartete Rendite minus risikolosen Zinssatz) pro Risiko-Einheit. Eine gut kapitalisierte Lebensversicherung könnte jedoch zusätzliche Marktrisiken zeichnen, was in unserem Modell einen Einfluss auf die Bewertung hat. Aus diesem Grund greifen wir zur Bestimmung der für den Markt repräsentativen Anlagestrategie auf die von der Aufsicht publizierten Anlagestra-

¹⁴⁹ Unter Hybridkapital versteht man Fremdkapital mit Eigenkapitalcharakter. Hybridkapital kann in der Solvenz-berechnung als Eigenkapital angerechnet werden, weil es sich um ein nachrangiges Darlehen handelt.

tegien der einzelnen Gesellschaften zurück. Basierend auf diesen Daten bestimmen wir eine mit dem Vermögen gewichtete durchschnittliche Anlagestrategie und ermitteln damit eine durchschnittliche Aktienquote, die zur Berechnung des RRA-Wertes c eingesetzt werden kann. Aufbauend auf Merton (1969) leiten wir von der durchschnittlichen Anlagestrategie die relative Risiko-Aversion ab. Das folgende Beispiel soll das Vorgehen verdeutlichen.

Wir nehmen an, dass das risikotragende Kapital W_s in ein Portfolio mit einem konstanten Prozentsatz κ in eine risikobehaftete Anlage investiert wird. Diese wirft eine Rendite $R = 7\%$ ab und weist ein Risiko von $\sigma = 18.4\%$ auf. Andererseits $(1 - \kappa)$ wird in eine risikolose Anlage investiert, die eine Rendite von $r = 3.5\%$ gewährleistet. Die Veränderung des Vermögens W_s des Lebensversicherers entspricht dann:

$$\frac{dW_s}{W_s} = (r + \kappa R)dt + \kappa \sigma dZ \quad (\text{GL 4.57})$$

In der Annahme, dass das Vermögen W_s log-normalverteilt und die Renditen R normalverteilt sind, lässt sich das Vermögen W_s folgendermassen bestimmen:

$$W_s = W_0 \exp\{(r + \kappa R)\Delta t + \kappa \sigma (Z_t - Z_0)\} \quad (\text{GL 4.58})$$

Betrachtet man dann den erwarteten Nutzen des Vermögens W_s am Ende des Jahres, erhalten wir:

$$E[u(W_s)] = \begin{cases} \ln W_0 + \left(r + \kappa R - \frac{\kappa^2 \sigma^2}{2}\right)\Delta t & \text{für } c = 1 \\ \frac{(W_0)^{1-c} - 1}{1-c} \exp\left[(1-c)\left[r + \kappa R - \frac{\kappa^2 \sigma^2}{2} + \frac{\kappa^2 \sigma^2}{2}(1-c)\right]\Delta t\right] & \text{für } c \neq 1 \end{cases} \quad (\text{GL 4.59})$$

Zu maximieren gilt es dann:

$$\text{für } c = 1 \text{ gilt: } r + \kappa R - \frac{\kappa \sigma^2}{2} \Rightarrow R - \kappa \sigma^2: \kappa = \frac{R}{\sigma^2}$$

$$\text{für } c \neq 1 \text{ gilt: } r + \kappa R - \frac{c\kappa \sigma^2}{2} \Rightarrow R - c\kappa \sigma^2: \kappa = \frac{R}{c\sigma^2} \text{ womit } c = \frac{R}{\kappa \sigma^2}$$

womit sich für $c \neq 1$ eine Berechnungsgrundlage ergibt. Gehen wir davon aus, dass die durchschnittliche Anlagestrategie im Versicherungsmarkt ein $\kappa = 5\%$ aufweist, würde dies in unserem Beispiel einer Arrow-Pratt-Funktion der Relativen-Risiko-Aversion (RRA) entsprechen von:

$$c = \frac{R}{\kappa \sigma^2} = \frac{0.07}{1.05 * 0.03} = 1.97$$

Aus Tabelle 4.2 gehen die RRA-Werte hervor, die sich ergeben, wenn der Lebensversicherer in ein risikoreicheres Portefeuilles entlang der Effizienzgrenze investiert.

Tabelle 4.1: RRA-Werte auf dem Versicherungsmarkt

Berechnung der relativen Risikoaversion (RRA) im Versicherungsmarkt											
Rendite Volatilität	Risikolos		Risiko								
	Rendite	Volatilität	PF0	PF 1	PF 2	PF3	PF4	PF5	PF6	PF7	PF8
Risiko	7.00%	18.40%	0.00%	5.00%	10.00%	15.00%	20.00%	25.00%	30.00%	35.00%	40.00%
Risikolos	3.50%	2.70%	100.00%	95.00%	90.00%	85.00%	80.00%	75.00%	70.00%	65.00%	60.00%
Rendite			3.50%	3.68%	3.85%	4.03%	4.20%	4.38%	4.55%	4.73%	4.90%
Risiko			2.70%	3.49%	4.27%	5.06%	5.84%	6.63%	7.41%	8.20%	8.98%
RRA (c)			2.07	1.97	1.88	1.80	1.72	1.65	1.59	1.53	1.48

In unserem Fall würde dies Portfolio 1 entsprechen, die relative Risiko-Aversion im Versicherungsmarkt betrüge 1,97. Damit haben wir eine Schätzung für die relative Risiko-Aversion im Versicherungsmarkt, die wir in der Berechnung der Marktgleichgewichtsprämie einsetzen können. Offen bleibt die Frage, wie sich eine Schätzung für das erwartete Vermögen im Zeitpunkt t_2 ermitteln lässt. Diese Frage behandeln wir im nächsten Abschnitt.

4.4.3 Prämienberechnung mit dem erweiterten ökonomischen Prämienprinzip

4.4.3.1 Die Daten

Im vorliegenden Abschnitt zeigen wir, wie sich – basierend auf dem erweiterten ökonomischen Prämienprinzip und anhand historischer Sterblichkeits- und Kapitalmarktdaten eines Musterrentnerbestandes – eine ökonomische Prämie für das Lang-leberisiko berechnen lässt. Für den Rentnerbestand gehen wir von den in Tabelle 4.2 aufgeführten Startwerten aus und betrachten in einem zweiten Schritt, wie sich die Prämie mit unterschiedlichen Parametern verändert.

Tabelle 4.2: Eingabevariablen für das Bewertungsmodell

Eingabevariablen	
Prämie	250'000
UWS Mann	5.84%
UWS Frau	5.70%
Anzahl Männer	10'000
Anzahl Frauen	12'000
Max. Jahre bis $L_x = 0$	30.0
Sicherheitsniveau Risikotragendes Kapital (RTK)	100%
Komplexitätsprämie (Investor)	0.00%
Legal Quote EK-Anteil	10%
Investitionsprozess	0
Fremdfinanzierungsgrad	0%
Longevity-Periode (J)	5.0
Diskont (R_f)	2.50%
E(Rendite GK)	3.68%
Risiko	3.49%
RRA Versicherungsmarkt	1.97
FK-Zins (Hybrid)	5.85%
EK-Zins	10.00%
T-Zins	3.50%
T-Kosten (% Rente)	0.00%
Diskont Run-Off	0.00%
E(Rendite Investor)	0.00%
EK-Margin Run-Off	0.00%

Wir nehmen an, dass jeder Rentner und jede Rentnerin durchschnittlich 250'000 Franken einbezahlt, um sich eine sofort beginnende Leibrente zu kaufen. Das einbezahlte Kapital wird jeweils mit einem Umwandlungssatz (UWS) von 5,84 Prozent für Männer und 5,70 Prozent für Frauen übertragen. Wir gehen von einem Bestand von 10'000 Männern und 12'000 Frauen aus. Weiter oben haben wir $T_x = \max$, den Zeitpunkt, an dem der letzte Rentner stirbt, mit Hilfe der Halbwertszeit festgelegt. Entsprechend erfolgen die Berechnungen auf der Basis von $T_x = \log(0.5)/\lambda_x$ mit $T_x = \max(40, x)$. Die Datenqualität der Sterblichkeit sinkt jedoch bei älteren Kohorten. Darum nehmen wir an, dass der letzte Rentner nach 30 Jahren gestorben ist und $T_x = \max(30, x)$ entspricht.

Zur Berücksichtigung der regulatorischen Rahmenbedingungen gehen wir davon aus, dass der Lebensversicherer vier Prozent des gezeichneten Deckungskapitals als Solvenzkapital in Form von Eigenkapital stellen muss, um eine Solvenz von 100 Prozent zu erhalten. Die Pflicht für die minimale Ausschüttungshöhe legen wir gemäss der Legal-Quote-Anforderungen¹⁵⁰ der 2. Säule bei 10 Prozent fest.

¹⁵⁰ Die Legal Quote wurde im Jahr 2005 im Rahmen der Revision des Bundesgesetzes für die berufliche Vorsorge eingeführt. Mit der Legal Quote will der Gesetzgeber sicherstellen, dass mindestens 90 Prozent der Erträge an die Versicherten zurückfliesst. Entsprechend bleiben für den Aktionär 10 Prozent übrig. Siehe hierzu Anhang zur Legal Quote.

Um den Einfluss des Investitionsprozesses erfassen zu können, führen wir für den Sparprozess eine Dummy-Variable ein. Den Finanzierungsprozess erfassen wir via Fremdfinanzierungsgrad. In diesem Zusammenhang ist speziell zu erwähnen, dass es sich beim Fremdkapital immer um hybrides Kapital¹⁵¹ handelt, das einen Eigenkapitalcharakter aufweist. Am Anfang setzen wir beide Parameter auf null.

Wir wollen das Langleberisiko in einem Mehr-Perioden-Modell bewerten. Mit der Longevity-Periode erfassen wir den Betrachtungszeitraum $t = t_0 + j$, wobei t_0 dem Anfangszeitpunkt, t dem Schlusszeitpunkt und j den Anzahl Jahren entspricht, während das Langleberisiko beurteilt wird. Im Zusammenhang mit der Verbriefung wird dieser Zeithorizont dem Anlagehorizont eines Investors entsprechen, der in ein Wertpapier investiert, dessen Zahlungsströme an die Sterblichkeitsentwicklung gebunden sind. Zwischen der Länge der Longevity-Periode und dem Ausmass der Veränderungen des Sterblichkeitstrends besteht ein direkter Zusammenhang (vgl. Kapitel 3). Mit zunehmender Länge der Longevity-Periode steigt die Ungenauigkeit der Prognosen. In der Praxis zeigt sich, dass sich Investoren nicht länger als fünf bis sieben Jahre binden möchten.¹⁵² In unserem Berechnungsbeispiel gehen wir darum von einer Longevity-Periode von fünf Jahren aus.

Zur Berechnung der Rentenbarwerte greift man in der Praxis auf einen technischen Zinssatz zurück, der nicht zwingend dem risikolosen Zinssatz entspricht. Meistens wird dieser Zinssatz höher als der risikolose Zinssatz angesetzt. Damit kann dem Rentner bei Vertragsabschluss nämlich eine höhere Rente in Aussicht gestellt werden. Liegt der technische Zinssatz jedoch über dem risikolosen Zinssatz, muss die Differenz im Rahmen des Investitionsprozesses erwirtschaftet werden. Um die beiden Prozesse getrennt betrachten zu können, setzen wir für die Berechnung der Rentenbarwerte für den technischen Zins den risikolosen Zinssatz über die betrachtete Zeitperiode ein. In unserem Beispiel beträgt diese fünf Jahre, womit wir für den risikolosen Zinssatz den fünfjährigen Libor-Swap-Satz einsetzen und diesen für unsere Berechnungen bei 3,5 Prozent

¹⁵¹ In der Praxis wird dieses Kapital mittels nachrangigen Darlehen abgedeckt. Der Vorteil von Hybridkapital ist, dass dieses mit einem tieferen Zinssatz als das Eigenkapital verzinst wird und somit einen Beitrag zur Senkung der Kapitalkosten leistet.

¹⁵² In Interviews zur Vita-Transaktion mit den Vertretern der SwissRe wurde mir bestätigt, dass Hedge-Funds sowie institutionelle Investoren nicht bereit waren, länger als zehn Jahre in das Sterblichkeitsrisiko zu investieren.

festlegen. Für das Hybridkapital wollen wir einen Zinssatz von 5,85 Prozent¹⁵³ annehmen, und für das Eigenkapital gehen wir von einem Zinssatz von 10 Prozent aus.

Zur Berechnung der Anzahl Personen, die sich pro Jahr und Kohorte unter Risiko befinden, zur Schätzung des Sterblichkeitstrends sowie zur Berechnung des Umwandlungssatzes benötigen wir die Angaben über die Sterblichkeiten $q_{65+k}(t)$ jeweils für Männer und Frauen. Damit sind die einjährigen Sterbewahrscheinlichkeiten $q_x(t)$ und $q_y(t)$ gemeint, die zu einem bestimmten Zeitpunkt t gültig sind. Dazu greifen wir auf die Sterblichkeitsdaten (Human Mortality Database) des Max-Planck-Instituts von 1876 bis 2005 zurück und betrachten den Zeitraum von 1976 bis 2005. Mit diesen Angaben lassen sich mit den in Kapitel 2 und 3 eingeführten Grundlagen die Rentenbarwerte sowie der Sterblichkeitstrend berechnen.

Für das bessere Verständnis betrachten wir in den nächsten drei Abschnitten den Risiko-, den Finanzierungs- und den Investitionsprozess je separat. Für die abschliessende Bewertung führen wir die einzelnen Teile wieder zusammen. Da es uns nicht möglich war, die unter Gleichung 4.56 eingeführte Gleichung analytisch zu berechnen, haben wir mittels «Excel-Spread-Sheet» ein Werkzeug gebaut, mit dem sich die einzelnen Bestandteile simulieren und am Schluss wieder zusammenführen lassen.

4.4.3.2 Bewertung des Risiko-Zeichnungsprozesses

In Kapitel 3 haben wir gesehen, wie sich das Langleberisiko erfassen lässt. Auf dieser Basis führen wir die Schätzung für den künftigen Sterblichkeitstrend durch. Da wir mit einem jährlichen fixen Rentenbetrag α_{65} rechnen, schlägt sich die Veränderung der Sterblichkeit über die Anzahl der Überlebenden direkt auf die jährlich fällige Rentensumme des Rentenbestandes nieder. Die so berechnete Rentensumme für einen Zeitpunkt t gibt uns Auskunft, wie sich die Verpflichtungen aus den gezeichneten Rentenverträgen voraussichtlich entwickeln werden. Die durch das Langleberisiko zusätzlich zu bezahlende Rentensumme entspricht dann der Summe der erwarteten Rentenleistungen, die wir auf der Basis der geschätzten künftigen Sterblichkeit berechnen. Aufgrund der unterschiedlichen Parameter führen wir diese Berechnung für Männer und Frauen separat durch. Für das Modellrisiko müsste eine entsprechende Sicherheitsmarge s hin-

¹⁵³ Dieser Satz entspricht der Verzinsung der Hybridanleihe von 700 Euro, die von der Swiss-Life-Gruppe im April 2007 mit einem A-Rating aufgelegt wurde. Zu diesem Zeitpunkt lag die Coupon-Zahlung mit 5,85 Prozent um 150 Basispunkte über dem Zehn-Jahres-EUR-Swap-Satz, was der Entschädigung für das Risiko der Nachrangierung entspricht.

zugefügt werden, auf die wir aber in unseren Berechnungen verzichten. Das Kapital für Schwankungsreserven, das zur Absicherung eines allfälligen Schadens aus dem Langleberisiko bereitgestellt werden muss, berechnen wir auf unterschiedlichen Konfidenzniveaus. Wir wählen diese so aus, dass sie der Ausfallwahrscheinlichkeit eines jeweiligen Ratings über den betrachteten Zeitraum entsprechen. Dies bringt der Vorteil mit sich, dass wir für die Bewertung eine Marktreferenz haben. Ein Rating ist immer an eine Ausfallwahrscheinlichkeit gebunden, die das Risiko eines potenziellen Verlustes darstellt. Für unsere Überlegungen wollen wir diese in ein Konfidenzniveau konvertieren. Grundsätzlich gilt, dass eine höhere Risiko-Aversion oder höhere Verluste mehr Kapital zur Absicherung erfordern, was zu einem höheren Konfidenzniveau führt. Ebenso gilt es zu berücksichtigen, dass zwischen der Höhe der Ausfallwahrscheinlichkeit und dem betrachteten Zeithorizont ein direkter Zusammenhang besteht. Um das zu illustrieren, betrachten wir Abbildung 4.1. Wir sehen, dass etwa ein AAA-Rating eine Ausfallwahrscheinlichkeit von einem Prozent auf zehn Jahre aufweist. In unserem Berechnungsbeispiel betrachten wir den Zeithorizont von fünf Jahren. Entsprechend basieren wir unsere Berechnungen auf den Quantilen, die mit den Ausfallwahrscheinlichkeiten über fünf Jahre übereinstimmen.

Abbildung 4.1: Ausfallwahrscheinlichkeiten pro Rating und Zeithorizont¹⁵⁴

Rating	Jahre									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
AAA	0.00	0.00	0.05	0.11	0.17	0.31	0.47	0.76	0.87	1.00
AA	0.00	0.02	0.07	0.15	0.27	0.43	0.62	0.77	0.85	0.96
A	0.04	0.12	0.21	0.36	0.56	0.76	1.01	1.43	1.69	2.06
BBB	0.24	0.54	0.85	1.52	2.19	2.91	3.52	4.09	4.55	5.03
BB	1.01	3.40	6.32	9.38	12.38	15.72	17.77	20.03	22.05	23.69
B	5.45	12.36	19.03	24.28	28.38	31.66	34.73	37.58	40.02	42.24
CCC	23.69	33.52	41.43	47.43	54.25	56.37	57.94	58.40	59.52	60.91

Die Verteilungsparameter für die Veränderung der Sterblichkeit berechnen wir auf der Basis der Veränderungen der jährlichen Sterblichkeitsinkremente pro Kohorte über den Zeitraum von 1876 bis 2006. Ausgehend von 10'000 Männern im Alter 65 betrachten wir dann für einen Muster-Rentnerbestand die Longevity-Cashflows, die sich auf der Basis der Eingabedaten ergeben. Aufgrund der Datenqualität in den Kohorten nach 95 Jahren betrachten wir für unsere Überlegungen ausschliesslich die Werte bis 95. Dabei berücksichtigen wir den Rentnerbestand aus drei unterschiedlichen Blickwinkeln: den gesamten Rentnerbestand mit den Altersklassen von $R[65,95]$, den Rentnerbestand bis

¹⁵⁴ Statische kumulierte Ausfallwahrscheinlichkeiten im Zeitraum 1981–1998. Vgl. auch Jorion (2000), S. 319.

zum Alter 85 $R[65,85]$ und den Rentnerbestand nach dem Alter 85 $R[85,95]$. Für jede Altersklasse von Männern und Frauen berechnen wir einen VaR-Wert. Wir treffen die Annahme, dass die Sterblichkeitsentwicklung normalverteilt ist und die Altersklassen unabhängig sind. Zur Bestimmung des Kapitalbedarfs für den gesamten Rentnerbestand addieren wir also die VaR-Werte der einzelnen Altersklassen und berechnen einen Barwert für den erwarteten Schaden auf unterschiedlichen Bonitätsstufen.

Tabelle 4.3: Berechnung der VaR-Werte (AAA-Rating) für Männer pro Altersklasse

Langleiberisiko Mann							Rating	
Mann	Alter	Longevity	Mittelwert Lamda	Risiko	DK (t1)	Anlagekapital	AAA	0.17%
							Anlagen	Longevity
>65		55'122'659	-1.57%	4.92%		2'500'000'000	0	-2'840'098
<85		37'976'211	-1.94%	3.04%				-1'072'276
>85		28'798'864	-0.77%	8.86%				-2'969'200
0	65	0	-2.34%	1.34%	2'047'445'787	2'500'000'000	0	0
-15	66	213'873	-2.35%	1.44%	1'952'631'932	2'425'353'800	0	1'464
-30	67	430'711	-2.42%	1.54%	1'857'387'486	2'350'264'255	0	3'275
-45	68	655'321	-2.36%	1.64%	1'761'744'774	2'274'759'045	0	5'415
-62	69	904'576	-2.19%	1.75%	1'665'731'335	2'198'856'110	0	7'915
-80	70	1'167'239	-2.18%	1.97%	1'569'644'329	2'122'829'681	0	12'260
-98	71	1'424'695	-2.21%	2.11%	1'473'841'163	2'047'027'051	0	16'672
-118	72	1'716'301	-2.19%	2.25%	1'378'335'700	1'971'466'950	0	22'142
-138	73	2'012'395	-2.13%	2.44%	1'283'509'186	1'896'501'152	0	29'297
-158	74	2'308'224	-2.03%	2.75%	1'189'544'131	1'822'310'548	0	40'047
-179	75	2'615'374	-1.96%	2.92%	1'096'640'307	1'749'099'054	0	49'387
-200	76	2'921'581	-2.02%	3.09%	1'005'282'767	1'677'349'226	0	61'338
-221	77	3'229'051	-1.78%	3.34%	915'802'162	1'607'401'285	0	74'396
-241	78	3'525'017	-1.88%	3.64%	828'302'862	1'539'365'214	0	95'279
-262	79	3'818'091	-1.83%	3.85%	743'664'965	1'474'151'669	0	112'811
-282	80	4'120'922	-1.73%	4.10%	661'860'251	1'411'745'347	0	133'897
-299	81	4'358'336	-1.60%	4.29%	583'741'645	1'353'012'471	0	151'084
-313	82	4'566'406	-1.59%	4.42%	509'216'218	1'297'939'617	0	166'669
-325	83	4'740'423	-1.33%	4.67%	439'399'199	1'247'704'638	0	184'573
-327	84	4'780'157	-1.42%	4.96%	374'670'608	1'202'750'487	0	210'041
-329	85	4'806'331	-1.28%	5.23%	315'179'591	1'163'390'934	0	228'254
-324	86	4'728'689	-1.20%	5.74%	261'146'707	1'129'895'158	0	264'407
-313	87	4'569'875	-1.07%	6.17%	213'041'358	1'102'878'738	0	288'604
-295	88	4'313'868	-1.00%	6.64%	170'524'930	1'082'120'575	0	310'061
-272	89	3'970'926	-0.93%	7.19%	133'619'758	1'067'784'169	0	330'176
-245	90	3'584'048	-0.67%	7.77%	102'498'107	1'060'178'987	0	338'022
-213	91	3'103'761	-0.68%	8.91%	76'602'755	1'058'835'381	0	381'575
-181	92	2'638'376	-0.79%	9.47%	55'464'070	1'063'423'111	0	368'906
-148	93	2'163'615	-0.66%	10.31%	38'615'130	1'073'506'987	0	353'527
-118	94	1'728'433	-0.38%	12.95%	26'088'760	1'089'182'595	0	434'367
-88	95	1'291'631	-0.35%	13.47%	16'798'168	1'109'361'752	0	349'968
-61	96	887'648	-0.25%	16.68%	10'124'145	1'133'468'111	0	365'637
-42	97	617'403	-0.44%	19.78%	5'692'713	1'161'137'978	0	359'853
-26	98	375'655	0.00%	22.76%	2'805'237	1'191'574'624	0	284'917
-15	99	215'536	0.00%	0.00%	1'031'908	1'224'355'181	0	#ZAHL!
0	100	0	0.00%	0.00%	0	1'259'059'265	0	#ZAHL!

Wie aus Tabelle 4.3 ersichtlich wird, erreicht die erwartete Anzahl Überlebende im Alter 85 den höchsten Punkt und beginnt danach wieder zu sinken. Bei den Frauen liegt der Höhepunkt hingegen bei 88 Jahren. Mit zunehmendem Alter steigt auch die Volatilität bei der Sterblichkeitsveränderung, dies insbesondere nach 85 Jahren. Obwohl die erwartete Anzahl Überlebende und die Longevity-Kosten sinken, ist zu erwarten, dass die Altersklassen nach 85 wegen der hohen Volatilität in der Sterblichkeitsentwicklung überdurchschnittlich viel Kapital binden. Bezüglich Risiko-Zeichnungsprozess scheint es daher aus der Sicht der Eigenkapitalbindung für eine Lebensversicherung wenig

sinnvoll, Altersklassen über 85 Jahren in der Bilanz zu halten. Darauf kommen wir später erneut zu sprechen.

Tabelle 4.4: Berechnung der VaR-Werte (AAA-Rating) für Frauen pro Altersklasse

Langleberisiko Frau							Rating		
Frau	Alter	Longevity	Mittelwert Lamda	Risiko	DK (t1)	Anlagekapital		AAA	0.17%
								Anlagen	Longevity
>65		60'786'210	-1.85%	6.60%		3'000'000'000			
<85		31'660'436	-2.26%	6.40%					-4'056'729
>85		48'919'121	-1.06%	6.99%					-1'347'584
									-4'550'232
0	65	0	-1.88%	10.45%	2'769'755'480	3'000'000'000		0	0
-7	66	105'286	-2.01%	9.18%	2'667'999'367	2'914'686'300		0	4'581
-16	67	228'653	-2.13%	5.90%	2'564'873'095	2'827'948'541		0	6'679
-25	68	349'302	-2.22%	5.43%	2'460'467'667	2'739'853'609		0	9'550
-35	69	492'466	-2.29%	7.78%	2'354'662'130	2'650'274'075		0	19'185
-46	70	654'790	-2.22%	8.57%	2'247'598'848	2'559'323'425		0	29'907
-59	71	843'321	-2.36%	6.53%	2'139'397'984	2'467'095'737		0	30'591
-73	72	1'037'696	-2.44%	7.50%	2'030'352'180	2'373'852'679		0	44'636
-88	73	1'258'385	-2.43%	7.31%	1'920'403'014	2'279'520'619		0	54'815
-105	74	1'498'627	-2.50%	4.52%	1'809'724'253	2'184'240'080		0	42'643
-125	75	1'779'779	-2.45%	7.29%	1'698'513'021	2'088'181'865		0	83'901
-145	76	2'065'546	-2.50%	6.75%	1'587'103'630	1'991'634'332		0	94'616
-169	77	2'410'100	-2.50%	5.61%	1'475'624'542	1'894'713'790		0	93'153
-193	78	2'754'015	-2.53%	4.46%	1'364'622'100	1'797'905'764		0	91'151
-221	79	3'144'736	-2.45%	4.17%	1'254'183'431	1'701'290'525		0	100'673
-250	80	3'566'740	-2.25%	5.92%	1'144'818'963	1'605'329'879		0	167'605
-279	81	3'974'090	-2.25%	5.01%	1'037'132'770	1'510'597'031		0	160'903
-312	82	4'444'792	-2.12%	5.56%	931'666'778	1'417'650'267		0	203'892
-342	83	4'874'405	-2.07%	6.22%	829'480'166	1'327'496'242		0	252'722
-372	84	5'299'175	-2.02%	5.52%	730'972'021	1'240'580'520		0	259'151
-399	85	5'683'287	-1.87%	4.70%	636'900'817	1'157'679'530		0	242'772
-423	86	6'020'884	-1.58%	6.27%	547'660'979	1'079'240'233		0	367'693
-434	87	6'180'653	-1.54%	6.25%	464'668'440	1'006'755'186		0	395'465
-439	88	6'259'647	-1.35%	4.00%	388'340'457	940'844'799		0	271'494
-434	89	6'177'882	-1.28%	5.31%	318'936'208	881'878'254		0	379'633
-420	90	5'990'481	-1.01%	6.62%	257'042'840	830'642'963		0	481'431
-392	91	5'592'841	-0.98%	7.33%	202'590'358	787'211'858		0	566'127
-359	92	5'108'909	-0.86%	8.60%	155'769'544	752'032'541		0	648'804
-317	93	4'522'481	-0.83%	7.62%	116'592'531	725'253'888		0	545'851
-275	94	3'921'561	-0.99%	7.55%	84'634'447	706'601'862		0	574'436
-230	95	3'272'018	-0.81%	7.55%	59'035'352	695'274'383		0	497'014
-178	96	2'531'453	-0.41%	9.72%	39'548'142	691'124'082		0	607'916
-137	97	1'945'762	-0.51%	11.52%	25'169'493	693'281'212		0	660'508
-93	98	1'320'692	0.00%	12.99%	14'764'741	700'493'126		0	571'764
-60	99	851'992	0.00%	15.03%	7'644'506	712'148'070		0	#ZAHL!
-38	100	543'006	0.00%	13.77%	3'004'162	727'318'229		0	#ZAHL!
0	101	0	0.00%	25.93%	0	0		0	#ZAHL!

Gemäss Tabelle 4.3 und 4.4 wird zur Absicherung des Langleberisikos ein Total von 115'908'869 Schweizer Franken – für die Männer 55'122'659 und für die Frauen 60'786'210 Schweizer Franken – benötigt. Diesen Betrag zuzüglich den durchschnittlich erwarteten Schaden setzen wir in der Bewertung als Anfangskapital W_s ein. Im Rahmen einer Verbriefung würde dies dem Emissionsvolumen zur Absicherung der Langleberisikoposition entsprechen. Wir bezeichnen dieses als risikotragendes Kapital (RTK).

4.4.3.3 Bewertung des Finanzierungsprozesses

Beim Finanzierungsprozess haben wir weiter oben gesehen, dass sich die Solvenz auf die Fremdfinanzierungskosten niederschlägt. Im Sinne einer Vereinfachung gehen wir in unserem Modell davon aus, dass die Zinssätze und der Fremdfinanzierungsgrad während der betrachteten Periode konstant bleiben. Die Kapitalkosten fliessen dann als Aufwand in die Berechnung der Zielrendite ein. Fallen die Kapitalkosten höher aus,

muss im Investitionsprozess eine höhere Rendite erzielt werden. Das setzt eine risiko-reichere Anlagestrategie voraus. Mit steigendem Risiko in der Anlagestrategie steigt das notwendige Kapital zur Deckung allfälliger Verluste. Entsprechend steigen die aus ökonomischer Sicht notwendigen Schwankungsreserven.

Für die betrachtete Periode legen wir den Fremdfinanzierungsgrad für hybrides Kapital in einem ersten Schritt auf null Prozent fest. Wir beobachten den Einfluss auf die Prämie, wenn der Finanzierungsgrad auf 50 Prozent erhöht wird. Da der betrachtete Fremdkapitalzins tiefer ist als der Zins auf dem Eigenkapital, entsteht aus der Finanzierung eine Hebelwirkung. Diese schlägt sich positiv auf die Höhe der Risikoprämie nieder. Wird der Fremdfinanzierungsgrad erhöht oder der Zins gesenkt, sinkt entsprechend die Risikoprämie. Die Bewertung und die Berücksichtigung des Finanzierungsprozesses ist darum sehr wichtig: In diesem schlagen sich die Auswirkungen der gezeichneten Risiken nieder. Dadurch wird die Solvenz bestimmt. Mit einer Verschlechterung der Solvenz steigt die Insolvenzwahrscheinlichkeit, was zu einer Verschlechterung des Ratings führt und somit eine Steigung der Kapitalkosten nach sich zieht.

Mit diesem einfachen Mechanismus tragen wir dem Einfluss des Finanzierungsprozesses Rechnung. Marktteilnehmer, die über eine bessere Kapitalisierung verfügen, weisen eine höhere Solvenz auf und können sich auf dem Kapitalmarkt zu günstigeren Konditionen refinanzieren. Das wirkt sich wiederum positiv auf die Höhe der Kapitalkosten aus. Mit der Bewertung des Finanzierungsprozesses haben wir die Höhe der Kapitalkosten festgelegt und berücksichtigen damit eine wichtige Komponente, die einen Einfluss auf die Bewertung eines Versicherungsrisikos im Allgemeinen und des Langleberisikos im Besonderen hat. Die Wirkung unterschiedlicher Finanzierungsparameter besprechen wir später, wenn wir die einzelnen Prozesse wieder aggregieren. Bis dahin sei gesagt, dass der Einfluss des Finanzierungsprozess nicht sehr gross ist, weil die Lebensversicherung mit vier bis sechs Prozent Eigenkapital bereits einen sehr hohen Fremdfinanzierungsgrad aufweist. Berücksichtigt man in der Bewertung zudem den Investitionsprozess, steigt der Beitrag des Finanzierungsprozesses, weil mit steigendem Risiko in der Anlagestrategie höhere Wertschwankungsreserven zu bilden sind. Das erfordert mehr Eigenkapital. Die vorgenommenen Simulationen zeigen, dass der Finanzierungsprozess einen Einfluss von circa 5 bis 15 Basispunkte auf die Bewertung hat. Nicht berücksichtigt haben wir den Steuereffekt, der in der Phase des konjunkturellen Aufschwungs bei steigenden Gewinnen und einem Grenzsteuersatz von 30 bis 35 Pro-

zent natürlich einen entscheidenden Einfluss auf die Vermögensbildung im Unternehmen hat. So gesehen leistet der Finanzierungsprozess einen Beitrag zur Reduktion der Friktionskosten.

Der Finanzierungsprozess gewinnt natürlich an Bedeutung wenn die Credit-Spreads sinken oder die Prämienmarge PM sehr klein ist, weil sich damit der Leverage-Effekt erhöhen lässt. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass mit zunehmendem «Leverage» auch die Ausfallwahrscheinlichkeit steigt: Dividenden werden dem Aktionär nur bei einem positiven Ergebnis entrichtet. Zinsen stellen hingegen laufende Verpflichtungen dar. Wie dramatisch eine falsche Leverage-Politik ist, hat uns die Subprime-krise auf eindruckliche Art und Weise vor Augen geführt. Wir wollen das Problem hier nicht weiter vertiefen. Im Zusammenhang mit der Weiterentwicklung der Risiko-Intermediation ist dies allerdings ein sehr wichtiges Thema, das in einer künftigen Arbeit zu behandeln wäre.

4.4.3.4 Bewertung des Investitionsprozesses

Aufbauend auf dem Finanzierungsprozess sind wir in der Lage, eine tolerierbare Rendite zu berechnen. Diese muss im Rahmen des Investitionsprozesses erzielt werden, um die Kosten für die Risikoübernahme zu decken. Wie aus Tabelle 4.5 ersichtlich wird, lassen sich die freien Mittel (Prämienmarge) ausgehend vom Vermögen aus den Prämieinnahmen und dem Deckungskapital berechnen. Basierend auf den Aufwendungen für die Verzinsung des Deckungskapitals zuzüglich Kapital- und Transaktionskosten lässt sich eine Zielrendite berechnen, die auf dem eingenommenen Vermögen erzielt werden muss. In unserem Fall entspricht die Zielrendite 3,28 Prozent. Diese Information ist darum sehr wichtig, weil sie uns einen wichtigen Anhaltspunkt über die zu wählende Anlagestrategie gibt. In unserem Beispiel haben wir über die Prämien 563'946'641 Franken mehr Kapital eingenommen haben, als zur Deckung der zu erwarteten Verpflichtungen notwendig wäre. Dies ist einerseits darauf zurückzuführen, dass wir die Schäden aus dem Langleberisiko ausschliesslich über 5 Jahre betrachten. Würden wir das Langleberisiko über 30 Jahre betrachten würden sich die freien Mittel auf 30'650'542 Franken reduzieren. Diese freien Mittel können wir vom notwendigen Ertrag in Abzug bringen und erhalten die während eines Jahres tolerierbare Rendite. Die tolerierbare Rendite berechnen wir, indem die freien Mittel vom Ziel-ertrag in Abzug gebracht und ins Verhältnis zum Vermögen gesetzt werden. In unserem Beispiel läge die tolerierbare Rendite bei minus 6,97 Prozent.

Tabelle 4.5: Tolerierbare Rendite

Zielrendite	
Vermögen zu Marktwert	5'500'000'000
Deckungskapital	4'936'053'359
Freie Mittel	563'946'641
Deckungsgrad	111.43%
DK-Verzinsung mit T-Zins	172'761'868
Jährlicher Zins auf Fremdkapital	0
Jährlicher Zins auf Eigenkapital	1'656'298
Erwartete Durchschnittskosten Langleberisiko	6'436'854
Transaktionskosten	0
Notwendiger Ertrag	180'855'019
./.. Ertrag auf nicht ALM-Vermögen	0
Zielertrag	180'855'019
Zielrendite	3.29%
./.. Freie Mittel	563'946'641
Tolerierbare Rendite	-6.97%

Liegt die Zielrendite vor, gilt es bei der Wahl der Anlagestrategie die Risikofähigkeit der Lebensversicherung zu berücksichtigen. Sie muss stets einen Deckungsgrad von mehr als 100 Prozent gewährleisten, um den regulatorischen Solvenzanforderungen zu genügen. Zur Bestimmung der Risikofähigkeit greifen wir auf den Finanzierungsprozess zurück und verwenden als Indikator hierfür das Mass der Solvenz. Zur Festlegung der Kapitalanforderungen berechnen wir die notwendigen Wertschwankungsreserven zur Absicherung der im Risiko- und Anlageprozess gezeichneten Risiken auf dem jeweiligen Konfidenzniveau, das der gewünschten Bonitätsstufe entspricht. Bei der Wahl der Anlagestrategie gilt es dann, das aus Zielrendite und Risikofähigkeit bestehende Anlegerprofil mit den Risiko- und Renditeeigenschaften einer Anlagestrategie abzustimmen.

Wie weiter beobachtet lässt sich eine Anlagestrategie mittels Portfolios, die unterschiedliche Risiko- und Renditenprofile aufweisen, umsetzen. Das erfassen wir formell mit dem Tupel $\tilde{\theta}(R_p, \sigma)$. Die effizienten Portfolios $\tilde{\theta}(R_p, \sigma)$ berechnen wir auf der Basis einer Korrelationsmatrix zwischen den wichtigsten Anlagekategorien. Die erwartete Renditen und Standardabweichungen ermitteln wir auf der Basis von historischen Daten.

Tabelle 4.6: Korrelationsmatrix¹⁵⁵

	Aktien Ausland	Aktien Schweiz	Immobilien	Obligationen CHF Ausland	Obligationen CHF Inland	Obligationen FW Welt
Aktien Ausland	1.00	0.81	0.20	-0.28	-0.33	0.54
Aktien Schweiz	0.81	1.00	0.12	-0.24	-0.27	0.29
Immobilien	0.20	0.12	1.00	0.34	0.29	0.18
Obligationen CHF Ausland	-0.28	-0.24	0.34	1.00	0.90	0.13
Obligationen CHF Inland	-0.33	-0.27	0.29	0.90	1.00	0.09
Obligationen FW Welt	0.54	0.29	0.18	0.13	0.09	1.00
Rendite ¹	7.00%	7.00%	4.70%	3.50%	3.50%	3.50%
Risiko ¹	18.40%	16.60%	8.00%	2.50%	2.70%	6.00%
Quelle: Barra						

Das Risiko der einzelnen Anlagekategorien lässt sich anhand historischer¹⁵⁶ Volatilitätsdaten berechnen. Die erwartete Rendite der einzelnen Anlagekategorien wird auf der Basis von historischen Renditedifferenzen zwischen der jeweiligen Anlagekategorie und dem risikolosen Zinssatz bestimmt. Die einzelnen Anlagekategorien haben wir jeweils mit einem Index aus Bloomberg abgebildet.¹⁵⁷ Je nach Wahl der Indizes erhalten wir eine unterschiedliche Korrelationsmatrix und entsprechend eine andere Effizienzgrenze. Da wir in der vorliegenden Arbeit nicht die genaue Abbildung des Kapitalmarktes fokussieren, haben wir bei den Indizes eine repräsentative Auswahl getroffen. Da dies einen Einfluss auf die Bewertung hat, wäre es in einer nächsten Arbeit wichtig, die Indexauswahl genauer zu untersuchen und den Einfluss auf die Bewertung näher zu besprechen. Mit den effizienten Risiko- und Renditenkombinationen können wir die effizienten Portfolios¹⁵⁸ und damit die Effizienzgrenze abbilden (vgl. Abbildung 4.2).

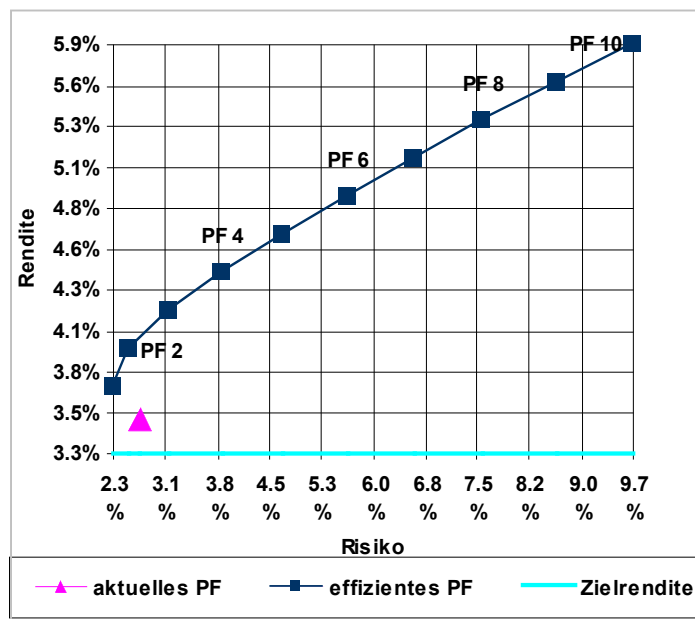
¹⁵⁵ Die berechnete Korrelationsmatrix basiert auf historischen Daten eines Musterportfolios und wurde uns freundlicherweise von Swiss Life zur Verfügung gestellt

¹⁵⁶ Eine weitere Methode zur Berechnung des Risikos bestünde darin, die impliziten Volatilitäten über die Optionspreise auf den unterschiedlichen Indizes zu berechnen.

¹⁵⁷ Für die Abbildung der einzelnen Anlagekategorien haben wir folgende Indizes angewendet: Obligationen CH: SBI Domestic; Obligationen Ausland: SBI Foreign; Obligationen Fremdwährung: JPM Global Bond Index; Aktien Schweiz: SPI; Aktien Ausland: MSCI World; Immobilien: Lipper Real Estate.

¹⁵⁸ Die optimierten Portfolios in Abbildung 4.2 haben wir anhand eines Berechnungstools der Swiss Life berechnet.

Abbildung 4.2: Effizienzgrenze auf dem Kapitalmarkt



Mit steigenden erwarteten Renditen steigt auch das Anlagerisiko und damit der Kapitalbedarf, der in Form von Schwankungsreserven bereitgestellt werden muss. In der Regel weisen die Anlagestrategien von Lebensversicherungen einen Aktienanteil von 5 bis 10 Prozent auf. Für unsere Überlegungen haben wir deshalb aus den möglichen effizienten Portfolios aus Abbildung 4.2 die ersten drei ausgewählt und in Tabelle 4.7 dargestellt

Tabelle 4.7: Optimierte Portefeuilles

Anlagekategorie	Index	aktuelles PF		optimiertes PF Nr1		optimiertes PF Nr2		optimiertes PF Nr3	
Total Obligationen		89%	100%	84%	95%	76%	86%	66%	74%
Obligationen CHF		89%	100%	55%	62%	49%	56%	39%	44%
Obligationen CHF Inland	SBI DOMESTIC	89%	100%	55%	62%	49%	56%	39%	44%
Obligationen CHF Ausland	SBI FOREIGN	-	-	27%	30%	27%	30%	27%	30%
Obligationen FW Welt	JPM GB Global	-	-	2%	2%	0%	0%	0%	0%
Total Aktien		-	-	5%	5%	10%	11%	14%	16%
Aktien Schweiz	SPI	-	-	2%	3%	6%	6%	10%	11%
Aktien Ausland	MSCI World	-	-	2%	3%	4%	5%	4%	5%
Immobilien	Lipper Real Estate 5 I weigh	-	-	0%	0%	3%	3%	9%	10%
Total ALM-Vermögen		89%	100%	89%	100%	89%	100%	89%	100%
Total Nicht-ALM-Vermögen		11%		11%		11%		11%	
Total Vermögen		100%		100%		100%		100%	
Anteil Fremdwährungen				5%		4%		4%	
Anteil Sachwerte				5%		13%		23%	

Zur Ermittlung des Kapitalbedarfs für die Wahl einer bestimmten Anlagestrategie berechnen wir auch für den Investitionsprozess die notwendigen Wertschwankungs-

reserven. Zu diesem Zweck greifen wir analog zum Risiko-Zeichnungsprozess auf einen VaR-Wert zurück. Den VaR-Wert für die Anlagerisiken ermitteln wir ausgehend von der tolerierbaren Rendite, die zur Deckung der Kosten notwendig ist. Wir betrachten dann das Prozent-Quantil für die betrachtete Bonität.

Der entsprechende VaR-Wert ist für uns gleich wie beim Risikoprozess ein Anhaltspunkt für den durchschnittlich zu erwartenden Verlust aus dem Investitionsprozess. Als Ergebnis erhalten wir den Kapitalbedarf bei unterschiedlichen Bonitäten.

4.4.3.5 Aggregation der Teilbewertungen zur Bewertung des Langleberisikos

Basierend auf der Bewertung der einzelnen Teile sind wir dann in der Lage eine Prämie für das Langleberisiko des gesamten Portfolios zu berechnen. In einem ersten Schritt wollen wir ausschliesslich den Risikoprozess betrachten. Wie aus Tabelle 4.8 ersichtlich wird, berechnen wir basierend auf dem durchschnittlich erwarteten Verlust (average expected loss [AEL]) den Kapitalbedarf für die Übernahme des Langleberisikos für verschiedene Ratingstufen. Wie wir weiter oben gesehen haben, benötigen wir über die fünf Jahre zur Abdeckung des Langleberisikos ein risikotragendes Kapital von 115'908'869 Franken. Diesem Kapital fügen wir den durchschnittlich erwarteten Verlust über dem Mittelwert hinzu. Für ein AAA-Rating würde dieser 6'896'827 Franken betragen. Tabelle 4.8 zeigt dann auf, wie hoch die Prämie für die Übernahme des Risikos sein müsste. Für ein A-Rating wären dies 110 Basispunkte über dem risiko-losen Zinssatz. Der Credit-Spread fällt nicht so gross aus, weil die Volatilität der Sterblichkeit nicht sehr gross ist. Bei der Vita-Transaktion der SwissRe im Jahre 2004 wurde eine Prämie von 135 Basispunkten bezahlt (vgl. Kapitel 5). Dieses Resultat ist dahingehend plausibel. Es ist denkbar, dass in diesem Preis noch eine Komplexitätsprämie von 25 beinhaltet ist.

Tabelle 4.8: Pricing des Langleberisikos A¹⁵⁹

Kapitalmarkt (Anlagestrategie)							
Rendite		3.68%					
Risiko		3.49%					
Versicherungsmarkt Longevity >65		Mann	Frau				
Mittlere Lamda Veränderung		-1.57%	-1.85%				
Risiko		4.92%	6.60%				
Ausfallwahrscheinlichkeit (Prozent)		28.38%	12.38%	2.19%	0.56%	0.27%	0.17%
AEL Anlagen		0	0	0	0	0	0
AEL Longevity Mann		-864'882	-1'354'701	-2'075'092	-2'511'110	-2'717'017	-2'840'098
AEL Longevity Frau		-1'205'138	-1'912'282	-2'952'301	-3'581'774	-3'879'039	-4'056'729
AEL Total		-2'070'020	-3'266'984	-5'027'393	-6'092'884	-6'596'056	-6'896'827
Total Risikotragendes-Kapital (RTK)		117'978'890	119'175'853	120'936'262	122'001'753	122'504'926	122'805'696
Rating	B	BB	BBB	A	AA	AAA	
Price		117%	115%	112%	110%	109%	109%

Betrachten wir dann die Prämie unter Berücksichtigung des Finanzierungsprozesses und nehmen an, dass das risikotragende Kapital zu 50 Prozent fremdfinanziert wird, sinkt die Prämie. Wie in Tabelle 4.9 ersichtlich wird, erhalten wir einen bescheidenen Beitrag von vier Basispunkte aus dem Finanzierungsprozess. Dies ist vor allem darauf zurückzuführen, dass die zu bildende Wertschwankungsreserven (WSR) über den gesamten Rentenbestand klein ausfallen.

Tabelle 4.9: Pricing des Langleberisikos Konstellation B¹⁶⁰

Kapitalmarkt (Anlagestrategie)							
Rendite		3.68%					
Risiko		3.49%					
Versicherungsmarkt Longevity >65		Mann	Frau				
Mittlere Lamda Veränderung		-1.57%	-1.85%				
Risiko		4.92%	6.60%				
Ausfallwahrscheinlichkeit (Prozent)		28.38%	12.38%	2.19%	0.56%	0.27%	0.17%
AEL Anlagen		0	0	0	0	0	0
AEL Longevity Mann		-864'882	-1'354'701	-2'075'092	-2'511'110	-2'717'017	-2'840'098
AEL Longevity Frau		-1'205'138	-1'912'282	-2'952'301	-3'581'774	-3'879'039	-4'056'729
AEL Total		-2'070'020	-3'266'984	-5'027'393	-6'092'884	-6'596'056	-6'896'827
Total Risikotragendes-Kapital (RTK)		117'978'890	119'175'853	120'936'262	122'001'753	122'504'926	122'805'696
Rating	B	BB	BBB	A	AA	AAA	
Price		113%	110%	108%	106%	105%	105%

Wie bereits erwähnt berücksichtigen wir in unserem Modell keine Steuern. In der Realität spielen diese natürlich eine wichtige Rolle. Unter Berücksichtigung des Steuereffektes würde die Wirkung des Finanzierungsprozesses stark steigen.

Betrachten wir dann der Einfluss des Investitionsprozesses, sehen wir, dass dieser einen signifikanten Einfluss auf die Prämienhöhe hat. In unserem Modell haben wir den gesamten Ertrag auf dem kapitalbildende Teil von der Prämie abgezogen. Je nach Marktbedingungen und Verhandlungsmacht zwischen Angebot und Nachfrage wird der Abzug höher oder tiefer ausfallen. Tabelle 4.10 zeigt die Prämie für die Risiko-Übernahme unter Mitberücksichtigung des Investitionsprozesses.

¹⁵⁹ Betrachtet wurde der Risikoprozess

¹⁶⁰ Betrachtet wurde Risiko- und Finanzierungsprozess

Tabelle 4.10: Pricing des Langleberisikos Konstellation C¹⁶¹

Kapitalmarkt (Anlagestrategie)							
Rendite		3.68%					
Risiko		3.49%					
Versicherungsmarkt Longevity >65		Mann	Frau				
Mittlere Lamda Veränderung		-1.57%	-1.85%				
Risiko		4.92%	6.60%				
Ausfallwahrscheinlichkeit (Prozent)		28.38%	12.38%	2.19%	0.56%	0.27%	0.17%
AEL Anlagen		-112'129'875	-221'959'650	-386'225'125	-492'604'750	-532'856'500	-561'607'750
AEL Longevity Mann		-864'882	-1'354'701	-2'075'092	-2'511'110	-2'717'017	-2'840'098
AEL Longevity Frau		-1'205'138	-1'912'282	-2'952'301	-3'581'774	-3'879'039	-4'056'729
AEL Total		-114'199'895	-225'226'634	-391'252'518	-498'697'634	-539'452'556	-568'504'577
Total Risikotragendes-Kapital (RTK)		230'108'765	341'135'503	507'161'387	614'606'503	655'361'426	684'413'446
Rating	B	BB	BBB	A	AA	AAA	
Price		61%	74%	84%	88%	89%	90%

Wie aus Tabelle 4.10 hervorgeht, bindet der Investitionsprozess viel mehr Kapital als der Risikoprozess. Wir sehen, dass wir die grösste Prämiensenkung beim B-Rating erhalten. Dies ist darauf zurückzuführen, dass der Investitionsprozess bei kleinen erwarteten Renditen und hohen Sicherheitsanforderungen einen kleineren Überschuss leistet und somit die Prämiensenkung tiefer ausfällt. Eine Auslagerung der Anlage-risiken wirkt sich daher für die Lebensversicherung kapitalschonend auf die Bilanz aus.

Die gefundenen Resultate zeigen, dass vor allem in kurzen Perioden die grössten Risiken aus dem Investitionsprozess kommen. Aufgrund des grossen Leverage, das durch den hohen Fremdfinanzierungsgrad erfolgt, ist das Zinsrisiko selbst bei Anlagestrategien mit geringer Volatilität sehr hoch und bindet viel Kapital. So betrachtet stellt das Langleberisiko über den Zeithorizont von fünf Jahre gegenüber dem Zinsrisiko ein kleines Risiko dar.

Betrachten wir den Risiko-, den Finanzierungs- und den Investitionsprozess für die Altersklassen nach dem Alter 85, sieht das Bild ähnlich aus. Auffallend ist einzig, dass die durchschnittlich erwarteten Verluste aus dem Langleberisiko gleich hoch sind wie für den gesamten Bestand (vgl. Tabelle 4.11). Dieses Resultat ist wenig erstaunlich, da die Altersklassen nach dem Alter 85 zwar einen kleineren Mittelwert für den erwarteten Verlust aufweisen, aber eine viel höhere Volatilität besitzen.

¹⁶¹ Betrachtet wurden Risiko-, Finanzierungs- und Investitionsprozess

Tabelle 4.11: Pricing des Langleberisikos Konstellation D¹⁶²

Versicherungsmarkt Longevity >85	Mann	Frau				
Mittlere Lamda Veränderung	0.76%	1.06%				
Risiko	8.86%	6.99%				
Ausfallwahrscheinlichkeit (Prozent)	28.38%	12.38%	2.19%	0.56%	0.27%	0.17%
AEL Anlagen	-45'038'196	-89'152'531	-155'131'562	-197'860'107	-214'027'664	-225'575'919
AEL Longevity Mann	-745'273	-1'296'768	-2'107'868	-2'598'787	-2'830'622	-2'969'200
AEL Longevity Frau	-1'113'485	-1'965'738	-3'219'171	-3'977'814	-4'336'079	-4'550'232
AEL Total	-46'896'953	-92'415'036	-160'458'601	-204'436'708	-221'194'365	-233'095'351
Total Risikotragendes-Kapital (RTK)	124'614'938	170'133'021	238'176'587	282'154'694	298'912'350	310'813'336
Rating	B	BB	BBB	A	AA	AAA
Price	31%	46%	60%	66%	68%	69%

Daraus erkennen wir, dass diese Altersklassen nach 85 den grössten Beitrag zum Langleberisiko eines Rentenbestandes leisten. Betrachten wir dann die Kapitalbildung dieser Altersklassen, stellen wir fest, dass die letzten Rentenjahre einen geringeren Beitrag zur Verzinsung des Eigenkapitals leisten, weil mit sinkendem Deckungskapital die Höhe des Kapitalbildungsfaktors sinkt. Aus Sicht des Investitionsprozesses sind diese Altersklassen weniger attraktiv: Durch den sinkenden Kapitalbildungsfaktor kann ein immer geringerer Beitrag zur Verzinsung des Eigenkapital generiert werden.

¹⁶² Berücksichtigt wurden Risiko-, Finanzierungs- und Investitionsprozess Alter >85

Tabelle 4.12: Unterschiedliche Kapitalbildungsfaktoren pro Altersklasse

Kapitalbildung über die Altersklassen				
Kapitalbildung	Mittelwert	EK-Zins aus DK	Kap. Bildungsfaktor	Alter
5'500'000'000	2'683'432'385	98'616'140	50.48%	
5'346'062'500				65
5'196'139'473				66
5'043'397'738				67
4'887'751'805				68
4'729'199'767				69
4'567'931'418				70
4'404'123'740				71
4'237'865'595				72
4'069'241'649				73
3'898'403'216				74
3'725'657'512	3'703'504'270	13'610'378	67.3%	75
3'551'362'470				76
3'375'788'147				77
3'199'463'045				78
3'022'869'742				79
2'846'598'144				80
2'671'469'794				81
2'498'671'771				82
2'329'534'756				83
2'165'232'161				84
2'006'825'219				85
1'855'833'151				86
1'714'047'384				87
1'582'668'331				88
1'463'267'331	1'443'841'399	5'306'117	30.9%	89
1'356'973'093				90
1'264'769'297				91
1'187'552'458				92
1'125'620'145				93
1'078'442'420				94
1'045'176'014				95
1'025'760'540				96
1'018'469'432	1'039'892'146	3'821'604	22.3%	97
1'021'785'081				98
1'034'581'197				99
1'055'030'339				100

Aus diesem Grund wäre es für den Lebensversicherer sinnvoll, die Altersklassen nach 85 Jahren an den Kapitalmarkt auszulagern. Damit lässt sich das Langleberisiko im Rentenbestand senken, womit einerseits die Risikotragungskosten sinken und Eigenkapital frei wird (vgl. Tabelle 4.10 und 4.13).

Tabelle 4.13: Pricing des Langleberisikos Konstellation E¹⁶³

Versicherungsmarkt Longevity <85	Mann	Frau				
Mittlere Lamda Veränderung	1.94%	2.26%				
Risiko	3.04%	6.40%				
Ausfallwahrscheinlichkeit (Prozent)	28.38%	12.38%	2.19%	0.56%	0.27%	0.17%
AEL Anlagen	-67'091'679	-132'807'119	-231'093'563	-294'744'643	-318'828'836	-336'031'831
AEL Longevity Mann	-421'157	-582'623	-820'096	-963'827	-1'031'704	-1'072'276
AEL Longevity Frau	-542'184	-741'909	-1'035'651	-1'213'438	-1'297'397	-1'347'584
AEL Total	-68'055'021	-134'131'652	-232'949'310	-296'921'909	-321'157'937	-338'451'691
Total Risikotragendes-Kapital (RTK)	137'691'668	203'768'299	302'585'957	366'558'556	390'794'584	408'088'338
Rating	B	BB	BBB	A	AA	AAA
Price	37%	56%	71%	77%	79%	80%

Aus Sicht eines Investors kann es interessant sein, dieses Risiko zu übernehmen. Die Altersklassen nach 85 weisen ein geringes Trendrisiko auf und die Volatilitäten der

¹⁶³ Berücksichtigt wurden Risiko-, Finanzierungs- und Investitionsprozess Alter <85

Sterblichkeitsveränderung korrelieren nicht mit dem Marktrisiko (vgl. Kapitel 5). Daher profitiert er von einem positiven Diversifikationseffekt in seinem Portfolio. Marktteilnehmer, die in ihrer Anlagentätigkeit weniger eingeschränkt sind als eine Lebensversicherung, könnten zudem mit einer etwas risikoreicheren Anlagestrategie eine höhere erwartete Rendite auf dem kapitalbildenden Prämienanteil erzielen. Damit nutzten sie das Kapital trotz tieferen Kapitalbildungsfaktoren zu ihrem Vorteil. Der Lebensversicherer profitierte von der Auslagerung insofern, als er in seinem Rentenbestand ein kleineres Risiko führte, weniger Eigenkapital für das Rentengeschäft bräuchte und somit seine Kapitalkosten senken könnte.

4.5 Schlussfolgerungen

Das Langleberisiko ist eher wie ein Kreditrisiko als wie ein Aktienrisiko zu bewerten. Deshalb haben wir auf der Basis des ökonomischen Prämienprinzips von Bühlmann eine Risikobewertung im Rahmen der Kapitalbedarfsentscheidung vorgenommen. Wir haben aufgezeigt, wie sich eine erweiterte ökonomische Prämie für das Langleberisiko bestimmen lässt. Einerseits soll sie die Marktbedingungen und über die Risiko-Aversion die regulatorischen Rahmenbedingungen berücksichtigen. Andererseits soll sie den Risiko-Eigenschaften sowie dem Finanzierungs- und dem Investitionsprozess Rechnung tragen. Wir sind bewusst davon ausgegangen, dass das Risiko auf dem Kapitalmarkt unter vollständiger Konkurrenz gehandelt wird, bis wir ein Pareto-Optimum erreichen. Wir haben argumentiert, dass bei der Risiko-Übernahme ein *Geldaustausch* stattfindet. Anschliessend haben wir die Frage gestellt, welcher Nutzen sich durch die Risiko-Übernahme für einen Marktteilnehmer ergibt, wenn er dafür das erhaltene Kapital über eine bestimmte Laufzeit auf eigene Rechnung investieren kann.

Das in Abschnitt 4.4 eingeführte Mehr-Perioden-Modell stellt die Zusammenhänge zwischen den Marktbedingungen, dem Risiko-, dem Finanzierungs- sowie dem Investitionsprozess in vereinfachter Form dar. Eine wichtige Rolle für die Preisbestimmung spielt auch die Risiko-Aversion, die einerseits die Risikofähigkeit und andererseits den Kapitalbedarf beeinflusst. Bewertet werden die einzelnen Komponenten, die in der Folge aggregiert werden. Mit diesem Vorgehen tragen wir einerseits der Tatsache Rechnung, dass nicht alle Marktteilnehmer den gleichen regulatorischen Rahmenbedingungen unterliegen und somit nicht die gleiche Risiko-Aversion aufweisen. Andererseits verfügen nicht alle Marktteilnehmer über dieselben Informationen im Bereich des Risi-

ko-, des Finanzierungs- und Investitionsprozesses. Marktteilnehmer mit sehr guter Solvenz und entsprechend hohem Rating können sich diesen Vorteil über den Finanzierungs- und Investitionsprozess zunutze machen: Sie profitieren von tieferen Kapitalkosten und höheren erwarteten Renditen. Anbieter mit grosser Erfahrung im Risiko-Zeichnungsprozess können mit tieferen Sicherheitsmargen operieren. Das Modell ermöglicht eine Risikobewertung, die neben Risiko-Eigenschaften und Marktbedingungen unterschiedliche Informationsniveaus und verschiedene regulatorische Rahmenbedingungen einzelner Marktteilnehmer berücksichtigt.

Eine Bemerkung gilt auch dem Zusammenhang zwischen Rating und Solvenz. Via VaR-Wert lässt sich zwischen Solvenz und Rating eine Brücke schlagen. Dennoch spielen Zeithorizont und Konfidenzniveau eine wesentliche Rolle. In einer nächsten Arbeit wäre es interessant zu untersuchen, wie sich dies in den bezahlten Preisen der bereits erfolgten Transaktionen niederschlägt. Die Credit-Spreads zwischen dem Preis für ein Kreditrisiko und den Wertpapieren, an dessen Zahlungsströme ein biometrisches Risiko gebunden ist, wären ebenfalls eine genauere Untersuchung wert.

In unserem Modell sind wir davon ausgegangen, dass auf dem Markt ein Handel zustande kommt. Das ist eine sehr gewagte Annahme. Wir haben gesehen, dass der Sterblichkeitstrend die Bewertung des Risikozeichnungsprozesses massgeblich beeinflusst. Geht ein Gläubiger zum Beispiel von einem zu tiefen Sterblichkeitstrend aus, erhält der Investor eine tiefere Entschädigung für die Risikoübernahme. Damit steigt für ihn das Risiko, einen Verlust zu erleiden. In diesem Fall besteht die Gefahr, dass kein Handel zustande kommt. Es ist daher von zentraler Bedeutung, dass im Markt Einigkeit betreffend die künftige Sterblichkeitsentwicklung herrscht. Dies ist jedoch nur möglich, wenn der Markt über die notwendigen Informationen verfügt. In Kapitel 2 haben wir die theoretischen Grundlagen der effizienten Kapitalmärkte besprochen und gesehen, dass die Preise die im Markt verfügbaren Informationen widerspiegeln. Im nächsten Kapitel widmen wir uns der Frage, wie diese Informationen auf den Markt gelangen. Und der Frage, welche Marktmechanismen in Kraft treten, damit ein Handel zustande kommt.

Die so berechnete Prämie kann auch im Risiko-Management eingesetzt werden. Im Rahmen des Schweizer Solvenz-Tests wird üblicherweise angenommen, dass die ein Unternehmen bedrohenden Risiken normalverteilt sind. Als Messgrösse wird auf die

Tail-Conditional-Expectation der Quantile dieser Verteilung zurückgegriffen.¹⁶⁴ Gerade die Annahme der Normalverteilung ist natürlich sehr problematisch. Vor allem, wenn wir uns bewusst machen, dass die Zeitabstände zwischen den zyklischen Auf- und Abschwüngen am Kapitalmarkt immer kürzer wurden. Das bedeutet, dass wir mit der Normalverteilung irrtümlicherweise annehmen, dass bestimmte Ereignisse seltener vorkommen, als dies in Wirklichkeit der Fall ist. Die Endbereiche der Normalverteilung weisen in diesem Sinne zu geringe Häufigkeiten auf.

Im Weiteren gilt es zu berücksichtigen, dass mit dem Tail-VaR-Mass – trotz den grossen Vorteilen der Kohärenzeigenschaft – ausschliesslich Verluste im VaR-Quantil betrachtet werden. Dies schafft keine Anreize, um Risiken unterhalb dieses Bereiches zu meiden. Damit gehen im Rahmen des Risiko-Managements hilfreiche Informationen bezüglich der Verlustverteilung verloren. Zudem eignet sich das Mass nicht für Verluste mit tiefer Wahrscheinlichkeit und grossen Auswirkungen, da es schwergewichtig auf die Ausfallwahrscheinlichkeit ausgerichtet ist. Wang argumentiert in diesem Zusammenhang, dass ein gutes Risikomass über die Anforderungen eines kohärenten Risikomasses hinausgehen sollte.

Wang (2003) schlägt vor, die Normalverteilung mit dem Marktpreis für Risiko aus dem Capital-Asset-Pricing-Model (CAPM) zu transformieren und für das Risiko-Management den Erwartungswert über die transformierte Verteilung zu betrachten. Damit erreichte man in den Endbereichen der Verteilung höhere Häufigkeiten. Der Marktpreis für Risiko aus dem CAPM gibt jedoch die Risikopräferenzen des Lebensversicherungsmarktes nicht korrekt wider. Als Alternative schlagen wir vor, im Rahmen des Schweizer Solvenz-Tests die Normalverteilung mit der erweiterten ökonomischen Prämie ψ zu transformieren. Als Risikomass können dann die Quantile der transformierten Verteilung eingesetzt werden. Damit steht dem Risiko-Management ein Risikomass zur Verfügung, das die Markterwartung betreffend der Volatilität eines Risikos besser berücksichtigt. Durch die Transformation der Dichtefunktion wird die Normalverteilung in den Endbereichen fester, womit seltene Ereignisse in Abhängigkeit der Marktbedingungen eine grössere Häufigkeit erhalten.

¹⁶⁴ Denkbar sind natürlich auch andere Verteilungsgesetze. Das VaR-Modell des Basler Ausschusses für Bankenaufsicht greift jedoch zur Beurteilung des Eigenkapitalbedarfs eines Bankinstitutes auf die Normalverteilung zurück. Gleiches gilt für den Schweizer Solvenz-Test bei Versicherungsinstituten. Siehe hierzu Basler Ausschuss für Bankenaufsicht, Eigenkapitalhinterlegung April 1995 (1995), und BPV White Paper November (2004).

Bevor wir das Thema der Verbriefung angehen, möchten wir abschliessend noch einige Bemerkungen zur Bewertung der einzelnen Komponenten anbringen.

4.5.1 Bemerkungen zur Bewertung des Risiko-Zeichnungsprozesses

Für die Bewertung des Risiko-Zeichnungsprozesses ist es zentral, den Sterblichkeitstrend in einer Funktion erfassen zu können. Zu diesem Zweck haben wir für die vorliegende Arbeit auf das Nolfi-Modell zurückgegriffen und für jede Altersklassen einen Sterblichkeitstrend ermittelt. Die so ermittelten Rohwerte haben wir dann mit einem Polynom 4. Grades für die Männer respektive 6. Grades für die Frauen approximiert, um eine Funktion für die Sterblichkeitsentwicklung zu erhalten. Mit dieser Vorgehensweise gehen wir implizit davon aus, dass sich die künftige Sterblichkeitsentwicklung analog der vergangenen verhält. Das birgt gewisse Modellrisiken in sich, weil die Rohwerte stark von der für die Trendberechnung gewählten Periode abhängig sind. Hier müsste für das Modellrisiko eine Sicherheitsmarge mitberücksichtigt werden.

Da sich der Sterblichkeitstrend über die einzelnen Altersklassen unterschiedlich verhält, haben wir einen Trendparameter pro Klasse ermittelt. Im hohen Alter scheint es aber schwieriger, einen klaren Trend festzulegen: Einerseits steigen die Volatilitäten bei der Sterblichkeitsveränderung, andererseits ist die zu beobachtende mittlere Abnahme der Sterblichkeit bedeutend kleiner als bei jüngeren Klassen. Wie auch Cairns et al. (2005) feststellen, ist es wichtig diesem Effekt in der Modellierung und Bewertung des Langleberisikos Rechnung zu tragen.

Abschliessend noch eine Bemerkung hinsichtlich der partiellen Elimination einzelner Krankheiten. Kapitel 3 hat gezeigt, dass 80 Prozent aller Menschen im Alter an einer von fünf Krankheiten sterben. Das Modell der partiellen Elimination einer Krankheit könnte man somit sehr gut als Frühwarnindikator einsetzen. Angesichts einer rückläufigen Anzahl an Krebserkrankungen ist zu erwarten, dass sich dies mit einer gewissen Verzögerung in der Sterbewahrscheinlichkeit niederschlägt. Die Daten für die Sterbeursachen sind öffentlich zugänglich, womit diese ohne Weiteres indexiert werden könnten. Wie genau sich damit die Sterblichkeitsveränderung und die Zeitverzögerung prognostizieren lässt, muss weiter untersucht werden.

4.5.2 Bemerkungen zur Bewertung des Finanzierungsprozesses

In unseren Überlegungen haben wir den Einfluss des Finanzierungsprozesses sehr stark vereinfacht. Wir haben angenommen, dass die Zielsolvenz 100 Prozent der gesetzlich vorgeschriebenen Mindestsolvenz und dass der Fremdfinanzierungsgrad 50 Prozent betragen. Des Weiteren sind wir von konstanten Zinssätzen ausgegangen. In einem nächsten Schritt wäre es sinnvoll, den Zins in der betrachteten Periode als stochastischen Prozess zu betrachten. Das böte den Vorteil, dass der Unsicherheit über die Höhe des zukünftigen Zinses besser Rechnung getragen wird.

Beim Finanzierungsprozess ist festzuhalten, dass dieser über die notwendigen Wertschwankungsreserven in einer Wechselwirkung mit dem Investitions- und Risiko-Zeichnungsprozess steht. Diese Tatsache haben wir in unserem Modell via Solvenz mitberücksichtigt. Mit einer fixen Zielsolvenz haben wir implizit angenommen, dass auf dem Kapitalmarkt beliebig viel Eigenkapital beschafft werden kann. Diese Annahme ist natürlich gewagt. Realistischer ist die Auffassung, dass für ein gegebenes Eigenkapital der Finanzierungsprozess optimiert werden muss. Es wäre deshalb wünschenswert, den Finanzierungsgrad aus einem Optimierungsverfahren unter Berücksichtigung der herrschenden Marktbedingungen und den Solvenzanforderungen zu ermitteln. Dabei müsste insbesondere die Wechselwirkung zwischen Solvenz und Investitionsprozess berücksichtigt werden. Wie beobachtet müssen für eine Zeitperiode von fünf Jahren mehrheitlich Wertschwankungsreserven für Anlagerisiken bereitgestellt werden.

In unserem Modell haben wir angenommen, dass das VaR-Modell alle Risiken, die einen Einfluss auf die Bewertung des Langleberisikos haben, korrekt erfasst. Die berechnete Wertschwankungsreserve liefert zudem eine korrekte Kapitalisierung für den betrachteten Zeithorizont. Das wird in der Realität nicht der Fall sein. Ein risikoaverser Investor wird daher für einen längeren Zeithorizont eine steigende Sicherheitsmarge fordern. Diesem Aspekt sollte in Zukunft mehr Beachtung geschenkt werden.

4.5.3 Bemerkungen zur Bewertung des Investitionsprozesses

Für die Bewertung des Investitionsprozesses sind wir von der klassischen Portfoliotheorie ausgegangen. Im Sinne einer Vereinfachung haben wir die Anzahl Anlagekategorien auf fünf Anlageklassen reduziert. Diese haben wir mit Indizes abgebildet. Zur Erfassung der Portfoliorisiken haben wir die entsprechende Korrelationsmatrix ermittelt. Die Renditen der einzelnen Klassen haben wir anhand der historischen Prämien

berechnet, mit der die Anlagekategorie über dem risikolosen Zins entschädigt wurde. Auf dieser Basis haben wir dann die effizienten Portfolios gebildet und die Effizienzgrenze des Kapitalmarktes festgelegt. Je nach Risikofähigkeit wird der Investitionsprozess unterschiedliche Erträge abwerfen. Für die Bewertung des Langleberisikos sind wir davon ausgegangen, dass sich die Risiko-Aversion vom Anlageverhalten der Marktteilnehmer ableiten lässt. Dies dürfte dann eine plausible Annahme sein, wenn der Teilnehmer beide Risiken gleich gut einschätzen kann.

In gleichen Kontext steht auch die Frage, ob der Investor für eine gegebene Ausfallwahrscheinlichkeit, die durch ein Marktrisiko verursacht wird, dieselbe Entschädigung verlangt wie für eine Langleberisikoposition. Die Vita-Transaktion, die 2004 von der SwissRe durchgeführt wurde, zeigt, dass der Markt eine Prämie für die Risikoübernahme verlangt, weil der Investor das Risiko nicht genau einschätzen kann. Entsprechend müssen wir davon ausgehen, dass ein Investor bezüglich eines Marktrisikos weniger risikoavers ist als gegenüber einem Versicherungsrisiko. In diesem Fall würden wir das Konfidenzniveau in der Bewertung anders festlegen und in unserem Modell dieser Unsicherheit Rechnung tragen, indem der berechneten Prämie ein Risikozuschlag s hinzugefügt wird. Mit zunehmendem Handel und besseren Informationen auf dem Kapitalmarkt wird dieser Zuschlag dann gegen null tendieren.

Ein letzter Punkt, dem mehr Beachtung geschenkt werden sollte, ist die Stochastizität der erklärenden Variablen. Wir haben beispielsweise angenommen, dass die Risiko-Renditen-Eigenschaften der effizienten Portfolios über den betrachteten Zeitraum konstant bleiben. Wir haben argumentiert, dass unter vollständiger Konkurrenz die Übernahmebereitschaft einer bestimmten Risikoposition mit steigender Risikofähigkeit steigt. Damit können etwa höherer Anlageerträge erwirtschaftet werden. Auf diesen Mechanismus kommen wir im nächsten Kapitel nochmals zu sprechen.

5 Verbriefung des Langleberisikos

In Kapitel 3 und 4 haben wir die Erfassung und die Bewertung des Langleberisikos einer Lebensversicherung besprochen. Im Kapitel 5 gehen wir nun die dritte Säule der Risiko-Intermediation an und besprechen die Verbriefung. Die Verbriefung von Risiken und deren Verkauf am Kapitalmarkt ist bereits eine gängige Praxis bei Banken und Rückversicherungen (vgl. Kapitel 1). Jüngeren Datums sind hingegen Transaktionen im Bereich der Lebensversicherung.

Wie lässt sich die Präsenz der Securitization auf dem Kapitalmarkt erklären? Das Modigliani-Miller-Theorem besagt, dass die Finanzierungsart eines Unternehmens in einem perfekten Kapitalmarkt irrelevant ist. Somit kommt es nicht darauf an, auf welche Gläubiger das Unternehmen die Zahlungsströme der Passivseite ihrer Bilanz verteilt. Auf den ersten Blick wird deshalb nicht klar, warum der Transfer einzelner Zahlungsströme an eine Spezial-Zweck-Gesellschaft (englisch: Special Purpose Vehicle [SPV]) dem Unternehmen einen Nutzen bringen soll. Sowohl bei der reinen Finanzintermediation als auch bei den Absicherungstransaktionen lässt sich der Grund für die Präsenz der Securitization mit der reinen Finanztheorie nur schwer erklären. Die Theorie geht von friktionslosen und vollständigen Kapitalmärkten aus (vgl. Kapitel 2). In einer solchen Welt hängt der Wert eines Zahlungsstroms ausschliesslich von der Höhe, der Zeit und von den Risiko-Eigenschaften ab. Jeder gehandelte Cashflow lässt sich dann in einer risikoneutralen Welt unabhängig vom Eigentümer eindeutig bestimmen.

In der realen Welt beobachten wir jedoch diese Art von Transaktionen. Dies könnte darauf hindeuten, dass der ökonomische Nutzen der Securitization etwas mit der Verletzung dieser Annahmen zu tun hat. Die Theorie der perfekten Kapitalmärkte geht davon aus, dass keine Transaktionskosten wie Steuern, Konkurskosten und insbesondere keine Regulierungskosten existieren. Es gibt gemäss dieser Theorie auch keine Agency-Kosten, was bedeutete, dass die Unternehmensführung und die Arbeitnehmer stets die Ziele und Interessen des Eigentümers verfolgen. In perfekten Kapitalmärkten geht man von einem unverzüglichen und transparenten Informationsfluss aus. In der Realität treffen diese Annahmen natürlich nicht zu. Damit bietet sich die Möglichkeit, über die Senkung der Friktionskosten einen ökonomischen Wert zu schaffen. Cummins (2004) analysiert die im Bereich der Lebensversicherung erfolgten Verbriefungstransaktionen und geht der Frage nach, was Anbieter und Nachfrager motiviert, an einem solchen Handel

teilzuhaben. Er kommt zum Schluss, dass der Handel dieser Zahlungsströme es den Vertragsparteien einerseits erlaubt, die Agency-Kosten und die Regulierungskosten zu senken. Andererseits können sie ihre Risiken besser diversifizieren, indem sie in neue Anlagekategorien investieren, welche die Markteffizienz steigern. De Marzio (2005) hat aufgezeigt, dass durch das Pooling und das Tranchieren von Risiken ein Mehrwert entsteht (vgl. Kapitel 1). Die Verbriefung bringt zusätzliche Effizienz in den Kapitalmarkt, indem zuvor ungehandelte bilanzierte Vermögenswerte und Verpflichtungen durch handelbare Wertpapiere ersetzt werden.

Basierend auf den einleitenden Argumenten zum ökonomischen Nutzen der Risiko-Intermediation (vgl. Kapitel 1) und den Erkenntnissen zum Langleberisiko (vgl. Kapitel 3 und 4) orientieren wir uns für unsere weiteren Überlegungen zur Verbriefung an der Argumentation von De Marzio (2005). Entsprechend untersuchen wir in einem nächsten Schritt, wie sich ein Rentenportefeuille über die Altersklassen tranchieren und einen Rentenbarwert verbrieft lässt. Wie wir in Kapitel 2 gesehen haben, ist der Rentenbarwert von der Sterblichkeits- und der Zinsentwicklung abhängig. Da die Modellierung der Zinsentwicklung in der Kapitalmarkttheorie bereits ausführlich beschrieben worden ist, wollen wir unseren Fokus vor allem auf die Sterblichkeit richten und die fehlenden Elemente zur Verbriefung eines Rentenbarwertes näher besprechen. In Kapitel 1 haben wir argumentiert, dass der Investor am positiven Diversifikationseffekt des Langleberisikos in seinem Portfolio interessiert ist. Um diesen Effekt aufzuzeigen, betrachten wir einen vereinfachten Kapitalmarkt, der aus einem Bond- und einem Aktienindex besteht. Wir fügen diesem Portfolio jeweils unterschiedlich indexierte Langleberisikopositionen hinzu. Zu erwarten wäre, dass sich durch das Hinzufügen von Langleberisikopositionen die Effizienzgrenze nach links verschiebt und somit das Gesamtrisiko des Portfolios sinkt.

Auf dieser Grundlage gehen wir dann das eigentliche Thema der Verbriefung an und behandeln zuerst die Frage nach der Informationsverbreitung. Eine zentrale Rolle für das gute Funktionieren eines Marktes hat die Information inne (vgl. Kapitel 2). Indizes sind deshalb sehr wichtig: Einerseits ermöglichen sie dem Investor, Erwartungen zu bilden. Andererseits können sie bei der Strukturierung der Verbriefungstransaktion als Referenzniveau für die Risikoentwicklung eingesetzt werden. Basierend auf der Vita-Transaktion besprechen wir die wünschenswerten Eigenschaften von Sterblichkeitsindizes und gehen auf die Methodik deren Konstruktion ein. In einem weiteren Schritt

betrachten wir die Strukturierung der Verbriefungstransaktion und diskutieren die Bedeutung des Ratings für den Verkauf des Langleberisikos auf dem Kapitalmarkt. Abschliessend geben wir einen Ausblick auf die künftige Entwicklung der Life-Risk-Securitization und gehen auf einige Aspekte ein, die in künftigen Arbeiten näher untersucht werden könnten.

5.1 Tranchierung und Diversifikationseffekte von Langleberisikopositionen

5.1.1 Tranchierung eines Rentenportfolios

De Marzio betrachtet in seinem Modell einen Emittenten, der n Vermögenswerte besitzt und den Wunsch hat, diese neu in Form von Geldwerten zu halten. In dieser Situation muss sich der Emittent entscheiden, ob er seine Vermögenswerte einzeln oder in einem Pool verkaufen will. Er trifft die Annahme, dass jeder Vermögenswert – in unserem Fall wäre dies der Rentenbarwert – einen nicht negativen Pay-Off aufweist, der sich in eine Komponente X_i , die dem privaten Informationsstand des Emittenten entspricht, und eine Komponente Z_i unterteilen lässt, die dem Restrisiko des Emittenten entspricht. Er argumentiert, dass sich durch das Pooling von Vermögenswerten ein Informationsverlust ergibt: dem Emittenten geht nämlich die Option verloren, die Menge der zu verkaufenden Vermögenswerte in Abhängigkeit seines privaten Informationsstandes zu bestimmen. Zudem muss der Emittent für die Kosten aufkommen, die bei der Qualifizierung des Pools entstehen.

De Marzio geht davon aus, dass der Emittent über die zukünftige Entwicklung der Cashflows seiner Vermögenswerte vollständig informiert ist, die Vermögenswerte perfekt teilbar sind und es auf dem Markt eine grosse Anzahl von risikoneutralen Investoren gibt. In einer ähnlichen Situation befindet sich der Lebensversicherer, der das Langleberisiko über den Kapitalmarkt verkaufen möchte. In Kapitel 3 haben wir beobachtet, dass die einzelnen Altersklassen als homogene Risiko-Einheiten angesehen werden können. Auf dieser Hypothese aufbauend tranchieren wir den Rentenbestand über die einzelnen Altersklassen und bewerten die einzelnen Risiko-Einheiten. Somit werden wir verstehen, welche Positionen mit Vorteil verbrieft und über den Kapitalmarkt verkauft werden. In Kapitel 4 haben wir gesehen, dass die Sterblichkeit in den Altersklassen über 85 eindeutig höheren Schwankungen unterliegt und der Kapitalbildungsfaktor stetig abnimmt. Durch die Abnahme des Kapitalbildungsfaktors sinken die Erträge aus dem Investitionsprozess. Gerade der Lebensversicherer, dessen Risikofähigkeit keine risiko-

reiche Anlagestrategie zulässt, hat hier gegenüber anderen Marktteilnehmern einen komparativen Nachteil, ein solches Risiko zu tragen und das dazu notwendige Eigenkapital zu verzinsen. Man kann sich das gut vor Augen führen, indem man zwei fremdfinanzierte Fonds mit unterschiedlichen Anlagestrategien betrachtet. Bei sinkendem Fremdfinanzierungsgrad wird der Fonds mit der risikoärmeren Anlagestrategie mehr Schwierigkeiten haben, das Eigenkapital zu verzinsen.

Wenn wir uns erneut den Rentenbestand aus Kapitel 4 vor Augen führen, diesen über die Altersklassen betrachten und annehmen, dass diese unabhängig voneinander und normalverteilt sind, erkennen wir in Abbildung 5.1, dass das Sterblichkeitsrisiko mit zunehmendem Alter steigt. In Abhängigkeit der Kapitalanforderungen (Rating) steigen die Kosten für die Risikoübernahme ebenfalls.

Tabelle 5.1: Tranchierung eines Muster-Rentenbestands

Langleberrisiko Mann																		
Mann	Alter	Longevity	Mittelwert Lamda	Risiko	DK (t1)	Anlagekapital	Rating	Rating	28.38%	12.38%	2.19%	0.56%	0.27%	0.17%				
									B	BB	BBB	A	AA	AAA				
>65		55'122'659	-1.57%	4.92%		2'500'000'000												
<85		37'976'211	-1.94%	3.04%														
>85		28'798'864	-0.77%	8.86%														
0	65	0	-2.34%	1.34%	2'047'445'787	2'500'000'000		Price	113.3%	111.2%	108.2%	106.5%	105.7%	105.2%				
-15	66	213'873	-2.35%	1.44%	1'952'631'932	2'425'353'800			0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%				
-30	67	430'711	-2.42%	1.54%	1'857'387'486	2'350'264'255			119.7%	119.6%	119.4%	119.3%	119.2%	119.2%				
-45	68	655'321	-2.36%	1.64%	1'761'744'774	2'274'759'045			119.6%	119.4%	119.1%	119.0%	118.9%	118.9%				
-62	69	904'576	-2.19%	1.75%	1'665'731'335	2'198'856'110			119.5%	119.4%	119.1%	118.9%	118.8%	118.8%				
-80	70	1'167'239	-2.18%	1.97%	1'569'644'329	2'122'829'681			119.4%	119.1%	118.8%	118.6%	118.5%	118.4%				
-98	71	1'424'695	-2.21%	2.11%	1'473'941'163	2'047'027'051			119.3%	119.0%	118.6%	118.3%	118.2%	118.1%				
-118	72	1'716'301	-2.19%	2.25%	1'378'335'700	1'971'466'950			119.2%	118.8%	118.4%	118.1%	118.0%	117.9%				
-138	73	2'012'395	-2.13%	2.44%	1'283'509'186	1'886'501'152			119.0%	118.7%	118.1%	117.8%	117.6%	117.5%				
-156	74	2'308'224	-2.03%	2.75%	1'189'544'131	1'822'310'540			118.8%	118.4%	117.7%	117.3%	117.1%	116.9%				
-179	75	2'615'374	-1.96%	2.92%	1'096'640'307	1'749'099'054			118.8%	118.2%	117.4%	117.0%	116.7%	116.6%				
-200	76	2'921'581	-2.02%	3.09%	1'005'282'767	1'677'349'226			118.6%	118.0%	117.1%	116.6%	116.3%	116.2%				
-221	77	3'229'051	-1.78%	3.34%	915'802'162	1'607'401'285			118.5%	117.8%	116.8%	116.2%	115.9%	115.7%				
-241	78	3'525'017	-1.88%	3.64%	828'302'862	1'539'365'214			118.2%	117.4%	116.2%	115.4%	115.1%	114.9%				
-262	79	3'818'091	-1.83%	3.85%	743'664'965	1'474'151'669			118.1%	117.1%	115.8%	115.0%	114.6%	114.4%				
-282	80	4'120'922	-1.73%	4.10%	661'860'251	1'411'745'347			117.9%	116.9%	115.3%	114.4%	114.0%	113.7%				
-299	81	4'358'336	-1.60%	4.29%	583'741'645	1'353'012'471			117.9%	116.7%	115.0%	114.0%	113.6%	113.3%				
-313	82	4'566'406	-1.59%	4.42%	509'216'218	1'297'939'617			117.8%	116.5%	114.8%	113.7%	113.2%	112.9%				
-325	83	4'740'423	-1.33%	4.67%	439'399'199	1'247'046'838			117.8%	116.5%	114.5%	113.3%	112.7%	112.4%				
-327	84	4'780'157	-1.42%	4.96%	374'670'608	1'202'750'487			117.5%	115.9%	113.7%	112.4%	111.7%	111.3%				
-329	85	4'806'331	-1.28%	5.23%	315'179'591	1'163'990'934			117.4%	115.7%	113.2%	111.7%	111.0%	110.6%				
-324	86	4'728'689	-1.20%	5.74%	261'146'707	1'129'995'158			117.0%	114.9%	112.0%	110.2%	109.4%	108.9%				
-313	87	4'569'875	-1.07%	6.17%	213'041'358	1'102'878'738			116.7%	114.4%	111.0%	108.9%	108.0%	107.4%				
-295	88	4'313'868	-1.00%	6.64%	170'524'930	1'082'120'575			116.4%	113.7%	109.7%	107.4%	106.3%	105.6%				
-272	89	3'970'926	-0.93%	7.19%	133'619'758	1'067'784'169			115.9%	112.7%	108.1%	105.4%	104.1%	103.3%				
-245	90	3'584'048	-0.67%	7.77%	102'498'107	1'060'178'987			115.7%	112.0%	106.7%	103.5%	102.0%	101.1%				
-213	91	3'103'761	-0.68%	8.91%	76'602'755	1'058'835'381			114.4%	109.5%	102.6%	98.6%	96.7%	95.5%				
-181	92	2'638'376	-0.79%	9.47%	55'464'070	1'063'423'111			113.4%	108.0%	100.2%	95.7%	93.6%	92.3%				
-148	93	2'163'615	-0.66%	10.31%	38'615'130	1'073'506'987			112.6%	106.2%	97.1%	91.8%	89.3%	87.9%				
-118	94	1'728'433	-0.38%	12.95%	26'088'760	1'089'182'595			109.4%	99.5%	85.8%	78.0%	74.5%	72.4%				
-88	95	1'291'631	-0.35%	13.47%	16'798'168	1'099'361'752			108.6%	98.0%	83.4%	75.1%	71.3%	69.1%				
-61	96	891'643	-0.25%	16.58%	10'124'145	1'133'361'111			103.2%	97.5%	86.8%	55.7%	50.7%	47.9%				
-42	97	617'403	-0.44%	19.78%	5'692'713	1'161'137'978			95.8%	87.5%	75.0%	48.9%	35.8%	30.3%	27.3%			
-26	98	375'655	0.00%	22.76%	2'805'237	1'191'574'624			90.8%	84.5%	64.5%	34.0%	20.1%	14.8%	12.0%			
-15	99	215'536	0.00%	0.00%	1'031'908	1'224'355'181			#7AHI	#7AHI	#7AHI	#7AHI	#7AHI	#7AHI				
0	100	0	0.00%	0.00%	0	1'259'059'265			#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!				

Die Kosten haben wir auf der Basis des erweiterten ökonomischen Prämienprinzips berechnet. Im Sinne einer Vereinfachung der Berechnung haben wir die Prämienmarge nicht mitberücksichtigt. Damit fallen die Kosten in der Durchschnittsbetrachtung etwas höher aus als wie in Kapitel 4 berechnet. Ein ähnliches Ergebnis erhalten wir für die Frauen, obwohl die tieferen Volatilitäten bei der Sterblichkeit über die Altersklassen zu tieferen Kosten führen. Daraus lässt sich das Fazit ziehen, dass Altersklassen nach 85 wegen höherem Risiko mehr Eigenkapital binden. Aufgrund dieser unterschiedlichen Eigenschaften ist es sinnvoll, einen Rentenbestand über die Altersklassen zu tranchieren

und Teile davon am Kapitalmarkt zu verkaufen. Für den Lebensversicherer ist es aufgrund des steigenden Langleberisikos und des sinkenden Kapitalbildungseffekts vorteilhaft, die Altersklassen nach 85 aus seiner Bilanz auszulagern. Damit bindet er weniger Eigenkapital und senkt das Langleberisiko in seinen Rentenbeständen.

Abschliessend noch eine Bemerkung zum Thema der Antiselektion. Da der Lebensversicherer einen Informationsvorsprung besitzt, sieht er sich mit dem Lemon-Effekt konfrontiert. Der Investor kennt den genauen Wert des Portefeuilles nicht. Da er keinen Unterschied zwischen guten und schlechten Risiken feststellen kann, wird er einen Erwartungswert für die Qualität bilden, der zwischen guter und schlechter Qualität liegt. Um sich diesem Problem zu entziehen, wird er einen bestimmten Anteil der Vermögenswerte in seinem Portefeuille behalten und am Risiko in Form eines Selbstbehaltes partizipieren. De Marzio zeigt, dass der Finanzintermediär ohne den Einsatz von derivativen Instrumenten die Vermögenswerte am besten tranchiert und auf dem Markt verkauft. Bei einem genügend grossen Pool und der Möglichkeit, derivative Wertpapiere zu emittieren, die durch die Vermögenswerte im Pool garantiert werden, kann es hingegen vorteilhaft sein, die Vermögenswerte im Portfeuille zu behalten und derivative Wertpapiere zu verkaufen. Letztere können nämlich auf den «Risiko-Appetit» des Investors abgestimmt werden. Darauf kommen wir im Zusammenhang mit der Strukturierung der Verbriefungstransaktion nochmals zu sprechen.

Nachdem wir die Rolle des Lebensversicherers als Finanzintermediär diskutiert haben, befassen wir uns im nächsten Abschnitt mit der Sicht des Investors und der Diversifikation.

5.1.2 Positive Diversifikationseffekte im Investorenportfolio

Im Zusammenhang mit dem ökonomischen Nutzen der Risiko-Intermediation für den Investor haben wir argumentiert, dass sich dieser durch die zunehmende Globalisierung der Weltwirtschaft mit schwindenden Diversifikationsmöglichkeiten konfrontiert sieht (vgl. Kapitel 1). Das im Rentenbarwert enthaltene Langleberisiko kann wegen der geringen Korrelation mit dem Marktrisiko eine interessante Anlageopportunität darstellen.

Um zu prüfen, ob das Langleberisiko eines Rentnerbestandes in einem Investorenportfolio einen positiven Diversifikationseffekt leistet, gehen wir in zwei Schritten vor. Zuerst überprüfen wir die Korrelationen zwischen dem Langleberisiko und dem Marktrisiko. Anschliessend versuchen wir, den Diversifikationseffekt in einem Investoren-

portfolio aufzuzeigen, indem wir den Einfluss von Langleberisikopositionen auf die Effizienzgrenze untersuchen.

Für die Untersuchung der Korrelation greifen wir auf die Sterblichkeitsdaten aus Kapitel 3 zurück und bilden für jede Altersklasse einen Sterblichkeitsindex. Mittels OLS-Regression vergleichen wir die jährlichen Sterblichkeitsinkremente dieser Indizes über den Zeitraum von 1977 bis 2005 mit den jährlichen Inkrementen eines Marktrisikos (MSCI-Schweiz) über den gleichen Zeitraum. Für die Regression wenden wir folgendes Modell an:

$$I_{q_x}(t) = \alpha + \beta_x I_m(t) + \varepsilon \quad (\text{GL 5.1})$$

Dabei entspricht $I_{q_x}(t)$ dem Sterblichkeitsindex einer bestimmten Alterskohorte x im Zeitpunkt t , α dem Achsenabschnitt, $I_m(t)$ dem Aktienindex im Zeitpunkt t und ε dem Fehlerterm, von dem wir annehmen, dass er normalverteilt ist und im Erwartungswert $\varepsilon = 0$ gilt. Wir gehen davon aus, dass ε normalverteilt und unabhängig von β_x ist. Die Null- respektive die Alternativhypothese, die wir überprüfen möchten, lauten dann:

$$H_0: \beta_x = 0$$

$$H_a: \beta_x \neq 0$$

Die Schätzergebnisse für die Korrelationen zwischen den Indizes der Kohorten und dem Marktindex MSCI-Schweiz für die Zeitperiode von 1977 bis 2005 ergibt vorwiegend negative und kleine bis sehr kleine absolute Werte (siehe Abbildung 5.1). Die Werte von 0.28 in der Kohorte 77, 0.43 in der Kohorte 86, 0.28 in der Kohorte 89 sowie 0.30 in der Kohorte 97 sind hauptsächlich auf einzelne statistische Ausreisser in den Sterblichkeitsdaten zurückzuführen.

Abbildung 5.1: Auszug aus der Korrelationsmatrix

	MSCI CH Inkremente
MSCI CH Inkremente	1
Inkremente65	-0.092693039
Inkremente66	-0.149752175
Inkremente67	-0.003959866
Inkremente68	0.129771525
Inkremente69	-0.370433605
Inkremente70	0.050719151
Inkremente71	0.152740712
Inkremente72	0.11804222
Inkremente73	-0.177929819
Inkremente74	0.010874943
Inkremente75	0.129179616
Inkremente76	-0.190125375
Inkremente77	0.286189997
Inkremente78	-0.051138471
Inkremente79	0.055368846
Inkremente80	0.180379819
Inkremente81	0.032333047
Inkremente82	0.043489424
Inkremente83	0.284217628
Inkremente84	0.025405415
Inkremente85	0.191159742
Inkremente86	0.434747639
Inkremente87	0.073244977
Inkremente88	-0.002135816
Inkremente89	0.284127971
Inkremente90	-0.223644879
Inkremente91	-0.229593726
Inkremente92	-0.033698192
Inkremente93	0.107476187
Inkremente94	0.188677712
Inkremente95	-0.295444291
Inkremente96	-0.124631391
Inkremente97	0.300706292
Inkremente98	-0.113345222

Die für einzelne Altersklassen berechneten Betas weisen sehr kleine Absolutwerte auf, sind aber leider – wie die t-Statistik in Abbildung 5.1 zeigt – nicht signifikant, womit wir die Nullhypothese $H_0 = 0$ nicht verwerfen können. Die sehr kleinen Absolutwerte und die Tatsache, dass 50 Prozent der Werte negativ sind, deuten auf eine kleine oder negative Korrelation zwischen dem Langleberisikos und dem untersuchten Marktrisiko hin, womit durch die Aufnahme des Langleberisikos in einem Investorenportfolio ein positiver Diversifikationseffekt im Anlegerportfolio zu erwarten ist.

Tabelle 5.2: Beta-Werte pro Alterskohorte

	Inkremente65	Inkremente70	Inkremente75	Inkremente80	Inkremente85	Inkremente90	Inkremente95	Inkremente96	Inkremente97	Inkremente98
Beta	-0.020443035	0.013797579	0.03163769	0.034712268	0.060984532	-0.055464205	-0.139383972	-0.070383772	0.199335993	-0.116121106
Standardfehler	0.013213019	0.053282539	0.04762883	0.037121505	0.061411961	0.0474051	0.088392944	0.109890212	0.123986947	0.199624333
t-Statistik	-1.547188771	0.258951224	0.664255036	0.935098609	0.993039966	-1.170005016	-1.576867623	-0.640491735	1.607717573	-0.581698156
P-Wert	0.133904698	0.797712054	0.512375517	0.358341886	0.329843025	0.252612561	0.126916913	0.527458006	0.119974621	0.565779873

Um ein besseres «Fitting» zu erhalten, wäre es sinnvoll, die Rohdaten vor der Indexierung mit einem Whittaker-Henderson¹⁶⁵-Verfahren auszugleichen und eine Nachschätzung über eine längere Zeitperiode vorzunehmen. Damit erzielte man eine breitere Datengrundlage für die Auswertung.

In einem nächsten Schritt wollen wir – basierend auf den Erkenntnissen aus Kapitel 3 und 4 sowie auf den geschätzten Prämien im vorhergehenden Abschnitt – den Diversifikationseffekt näher untersuchen. Zu diesem Zweck prüfen wir die Auswirkungen von Langleberisikopositionen auf die Effizienzgrenze des Kapitalmarkts. Als eigene Anlagekategorie betrachten wir die indexierten Sterblichkeiten 65, 70, 75, 80, 85, 90 und 95 aus der vorgängigen Untersuchung und beobachten den Diversifikationseffekt, wenn diese Anlagekategorien einem Marktportfolio hinzugefügt werden. Für das Marktportfolio betrachten wir einen breit diversifizierten Inland-Bond- und einen Aktienindex von Pictet¹⁶⁶ über die Periode 1977 bis 2005. Für die Untersuchung setzen wir für die Renditen und Volatilitäten die in Tabelle 5.3 aufgeführten Werte ein.¹⁶⁷

Tabelle 5.3: Annahmen für die Renditen und die Volatilitäten der Anlagekategorien

	Renditen	Volatilitäten
Bonds	4.68%	4.12%
Equities	9.82%	20.51%
Altersklasse 65	4.20%	6.26%
Altersklasse 70	4.22%	6.82%
Altersklasse 75	4.25%	5.95%
Altersklasse 80	4.37%	4.70%
Altersklasse 85	4.70%	7.68%
Altersklasse 90	6.03%	6.07%
Altersklasse 95	14.50%	10.93%

Die Renditen der Marktinstrumente basieren auf den historischen Renditen. Als Rendite für die einzelnen Altersklassen von 65 bis 95 greifen wir auf die in Kapitel 4 geschätzten Prämien für ein A-Rating zurück und fügen diese dem risikolosen Zinsatz hinzu. Des Weiteren nehmen wir an, dass der risikolose Zins drei Prozent beträgt. Die Volatilitäten der Marktinstrumente sowie der Altersklassen basieren auf den histori-

¹⁶⁵ Für eine ausführliche Darstellung des Whittaker-Henderson-Ausgleichsverfahrens siehe Behrens, (1995), S. 92ff.

¹⁶⁶ Für die Zeitreihe des Bond- und Aktienindizes haben wir auf einen Datenauszug der Zeitreihe der Pictetdaten von 1926 bis 2007 zurückgegriffen.

¹⁶⁷ Die Renditen basieren auf dem risikolosen Zins zuzüglich einer Risikoprämie, die wir mit dem erweiterten ökonomischen Prämienprinzip für ein A-Rating geschätzt haben. Die Volatilitäten haben wir auf der Basis der Sterblichkeitsdaten des Max-Planck-Institutes pro Altersklasse über den Zeitraum von 1977 bis 2005 geschätzt.

schen Volatilitäten über den Zeitraum 1977 bis 2005. Auf dieser Basis lässt sich dann die Korrelationsmatrix zwischen den einzelnen Anlagekategorien berechnen. Tabelle 5.4 illustriert die geschätzten Werte.

Tabelle 5.4: Korrelationsmatrix Marktportfolio mit Altersklassen von 65 bis 95

	Bonds	Equities	Alters- klasse 65	Alters- klasse 70	Alters- klasse 75	Alters- klasse 80	Alters- klasse 85	Alters- klasse 90	Alters- klasse 95
Bonds	1.00	0.16	0.11	-0.03	0.26	0.03	0.00	0.19	-0.14
Equities	0.16	1.00	-0.29	0.25	-0.28	-0.05	-0.26	-0.10	0.14
Altersklasse 65	0.11	-0.29	1.00	0.12	-0.05	-0.16	0.19	-0.21	-0.20
Altersklasse 70	-0.03	0.25	0.12	1.00	-0.17	-0.10	-0.08	0.17	0.29
Altersklasse 75	0.26	-0.28	-0.05	-0.17	1.00	0.13	0.18	0.53	-0.23
Altersklasse 80	0.03	-0.05	-0.16	-0.10	0.13	1.00	-0.30	0.05	0.02
Altersklasse 85	0.00	-0.26	0.19	-0.08	0.18	-0.30	1.00	-0.12	-0.56
Altersklasse 90	0.19	-0.10	-0.21	0.17	0.53	0.05	-0.12	1.00	0.12
Altersklasse 95	-0.14	0.14	-0.20	0.29	-0.23	0.02	-0.56	0.12	1.00

Ausgehend von diesen Werten führen wir eine Portfolio-Optimierung mit und ohne Langleberisikopositionen durch. Tabelle 5.5 zeigt, wie sich das Risiko-Renditen-Profil des Marktportfolios durch das Beimischen von einzelnen Altersklassen verändert. Das Resultat ist erfreulich. Nicht alle Altersklassen rufen denselben Diversifikationseffekt hervor. Aber wir sehen dennoch, dass das Beimischen von Langleberisikopositionen einer Senkung des Portfoliorisikos von 50 bis 70 Basispunkte bewirkt. Ebenso erkennen wir, dass sich die Diversifikation unter Berücksichtigung von mehreren Altersklassen zusätzlich verbessert.

Tabelle 5.5: Diversifikationseffekt im Marktportfolio durch Langleberisikopositionen

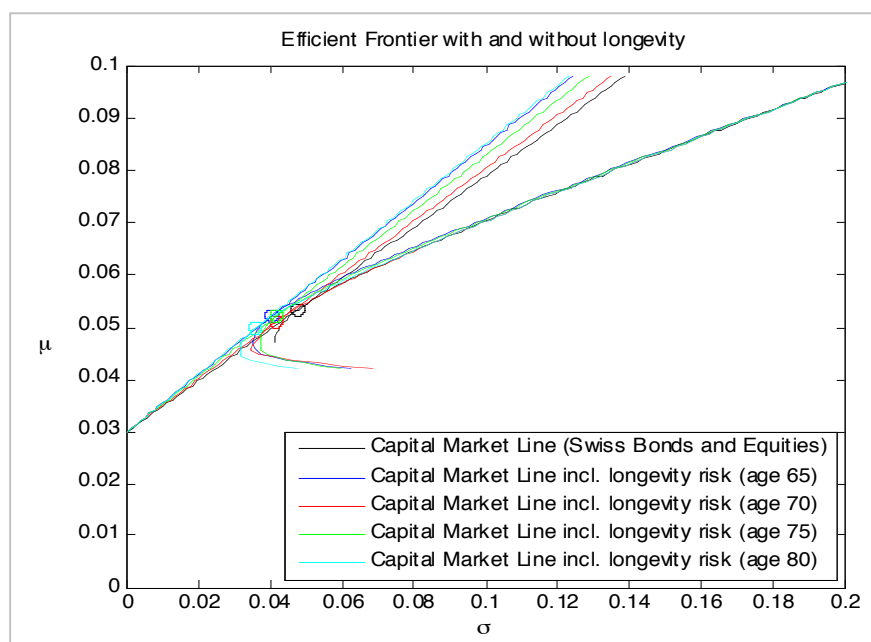
	Bonds Equities	Bonds Equities Alters-klasse 65	Bonds Equities Alters-klasse 65	Bonds Equities Alters-klasse 75	Bonds Equities Alters-klasse 80	Bonds Equities Alters-klasse 85	Bonds Equities Alters-klasse 90	Bonds Equities Alters-klasse 95	Bonds Equities alle Alters- klassen	Bonds Equities Alters- klassen 65, 70, 75, 80
Bonds	87.00%	56.59%	74.87%	57.40%	55.57%	63.64%	65.41%	79.68%	8.37%	19.97%
Equities	13.00%	13.16%	9.60%	13.09%	9.25%	12.56%	12.41%	10.19%	4.13%	8.32%
Altersklasse 65		30.25%							12.34%	21.43%
Altersklasse 70			15.53%						0.00%	6.09%
Altersklasse 75				29.51%					2.63%	17.28%
Altersklasse 80					35.18%				19.03%	26.91%
Altersklasse 85						23.80%			24.20%	
Altersklasse 90							22.18%		9.04%	
Altersklasse 95								10.13%	20.26%	
Total	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Exp. Return	5.35%	5.21%	5.10%	5.21%	4.99%	5.21%	5.21%	5.16%	6.88%	4.82%
Stdev Portfolio	4.79%	4.03%	4.15%	4.17%	3.59%	4.06%	4.28%	4.26%	2.03%	2.60%

Betrachten wir beispielsweise das Portfolio mit den Altersklassen 65, 70, 75 und 80, sinkt das Portfoliorisiko um 210 Basispunkte auf 2,6 Prozent. Das Ausmass des Diversifikationseffekts ist sehr stark von den Risiko-Renditen-Profile der Langleberisikopositionen abhängig. So ist etwa zu berücksichtigen, dass die Datengrundlage für die Schätzungen der Volatilitäten älterer Altersklassen (85, 90, 95) nicht gleich gut ist wie

bei jüngeren Altersklassen. Die Schätzung der Prämie erfolgt auf der Basis eines theoretischen Modells. Aus diesem Grund ist das Ergebnis des neunten Portfolios mit einer Senkung um 276 Basispunkte auf 2,03 Prozent möglicherweise zu optimistisch.

In Abbildung 5.2 ist der Diversifikationseffekt grafisch dargestellt. Die Effizienzgrenze verschiebt sich durch das Beimischen von Langleberisikopositionen nach links oben und die Kapitalmarktklinie wird steiler. Daraus schliessen wir, dass der Marktpreis für das Risiko steigt und der Kapitalmarkt unter den getroffenen Annahmen effizienter wird.

Abbildung 5.2: Effizienzgrenze mit und ohne Langleberisikopositionen



Da die einzelnen Altersklassen unterschiedliche Risiko-Renditen-Eigenschaften aufweisen, wird es mittels Tranchieren eines Rentenbestandes möglich, für Investoren mit unterschiedlichen Anlegerprofilen Portfolios zusammenzustellen, die ihrem Risiko-Appetit entsprechen. Dennoch dürften diese Anlagekategorien – aufgrund der Komplexität und der geringen Erfahrung des Marktes im Umgang mit Langleberisikopositionen – für den Durchschnittsinvestor weniger von Interesse sein. Viel eher geeignet ist sie für institutionelle Investoren oder für Hedge-Funds, die einen positiven Diversifikationseffekt in ihrem Portfolio suchen.

5.1.3 Schlussfolgerung

In diesem Abschnitt haben wir gesehen, wie sich ein Rentenbestand über die Altersklassen tranchieren lässt. Wir konnten aufzeigen, dass Langleberisikopositionen im Investorenportfolio einen positiven Diversifikationseffekt leisten. Wie aus Tabelle 5.5 hervorgeht, reduzieren diese Altersklassen auf der Basis der geschätzten Risiko-Renditen-Profile das Portfoliorisiko um circa 50 Basispunkte bei vergleichbaren erwarteten Renditen. Das ist eine interessante Investitionsmöglichkeit für einen Investor.

In Kapitel 4 haben wir gesehen, dass der Lebensversicherer ein Interesse hat, die Altersklassen nach 85 aus seiner Bilanz auszulagern, um sein Eigenkapital zu optimieren. Für den Lebensversicherer wird sich die Frage stellen, wie viel Langleberisiko er abgeben möchte. Durch das Abgeben von Langleberisiko-Positionen an den Kapitalmarkt wird er in seinem Portfolio einen gewissen Diversifikationseffekt verlieren. Andererseits kann er damit seinen Eigenkapitaleinsatz optimieren. Hier wäre es interessant, in einem nächsten Schritt eine Schätzung für diese Optimierung vorzunehmen und diese in Zusammenhang mit dem Konjunkturzyklus und den erwarteten Renditen und Volatilitäten auf dem Kapitalmarkt zu bringen.

Wie einleitend erwähnt, befindet sich der Markt für die Absicherung gegen das Langleberisikos erst in der Entstehung. Die Datenqualität und die Modellrisiken dürfen entsprechend nicht unterschätzt werden. Der Investor wird hierfür eine Prämie verlangen, was höhere Kosten für die Risikoübernahme nach sich zieht. Mit zunehmendem Wissen im Markt wird das Handelsvolumen wachsen. Damit verbessert sich auch die Datengrundlage. Mit zunehmender Marktliquidität werden diese Prämien sinken, womit die Attraktivität der Verbriefung steigen wird. Anschliessend an diese Beobachtungen befassen wir uns im nächsten Abschnitt mit der Frage der Abbildung und der Verbreitung von Informationen bezüglich der Sterblichkeitsentwicklung.

5.2 Abbildung der Informationsstruktur mittels Sterblichkeitsindizes

Im aktuellen Paradigma der Risiko-Transformation tragen die Lebensversicherer und die Pensionskassen das Langleberisiko ihrer Rentenbestände in ihren Büchern. Sie sind dafür besorgt, die notwendigen Informationen für die Risikoerfassung und bewertung aufzubereiten. In diesem Sinne besitzen sie private Informationen über ihren Bestand. Bei den Lebensversicherern garantiert der Aktionär mit seinem Eigenkapital für allfälli-

ge Schäden. Bei autonomen Pensionskassen tragen in den meisten Fällen die Versicherten mit ihrem kollektiven Altersguthaben die Risiken.

Betrachten wir das Langleberisiko im Paradigma der Risiko-Intermediation, garantiert wiederum ein Investor für allfällige Schäden. Er investiert aber neu nicht mehr in eine Lebensversicherungsaktie, sondern direkt in Wertschriften, deren Zahlungsströme an einen Rentenbarwert gebunden sind. Da nun sein Investment direkt an die Sterblichkeitsentwicklung gebunden ist, braucht der Investor nebst den Informationen zur Zinsentwicklung Informationen zur Sterblichkeit, um Erwartungen bezüglich den zukünftigen Zuständen des Rentenbarwerte bilden zu können. Der Kapitalmarkt verfügt heute über die notwendigen öffentlichen Informationen zur Einschätzung von Zinsrisiken, die Modelle zur Modellierung der Zinsentwicklung sind wohl bekannt und die Instrumente zur Absicherung dieser Risiken werden auf dem Kapitalmarkt effizient gehandelt. Was dem Markt hingegen fehlt, um einen Rentenbarwert erfolgreich zu verbriefen, sind öffentliche Informationen bezüglich der Sterblichkeitsentwicklung.

Aufbauend auf den theoretischen Grundlagen aus Kapitel 2 befassen wir uns in diesem Abschnitt näher mit der Informationserfassung und –verbreitung bezüglich Sterblichkeitsentwicklung. Einleitend besprechen wir die Frage der relevanten Informationen für das Langleberisiko. Anschliessend behandeln wir die Frage nach der Konstruktion von Sterblichkeitsindizes und gehen insbesondere auf die Eigenschaften ein, denen ein Index genügen sollte.

5.2.1 Identifikation der relevanten Informationen

Im Zusammenhang mit der Besprechung der empirischen Evidenz zur Sterblichkeitsentwicklung haben wir einige Aspekte identifiziert, die einen Einfluss auf die Sterblichkeit haben. In diesem Abschnitt nehmen wir diese Punkte nochmals auf und fragen, wie diese Informationen auf den Markt kommen.

Einen Teil der Informationen finden wir in den Sterbeziffern, die jährlich vom Bundesamt für Statistik erfasst und publiziert werden. Mit den Sterbeziffern werden gleichzeitig die Todesursachen erhoben (vgl. Kapitel 3). Diese zusätzliche Information kann sehr hilfreich sein, weil sie dem Langleberisiko vorgelagert ist. Sterben im Alter weniger Menschen an einer bestimmten Krankheit, steigt das Langleberisiko. Wir haben argumentiert, dass wirtschaftliche und soziale Aspekte ebenfalls einen Einfluss auf die Sterblichkeit haben. Hier stellt sich allerdings die Frage, ab welchem Niveau dies einen

offensichtlichen Einfluss hat. Wenn wir einmal von den grossen Depressionen absehen, lässt sich kein direkter Zusammenhang zwischen Konjunktur und Sterblichkeit feststellen. Möglicherweise ist der Einfluss bei den unteren und mittleren Renteneinkommen am grössten. Die Höhe der Sozialausgaben und der Zugang zur medizinischen Versorgung könnten somit Indikatoren für die Sterblichkeitsentwicklung sein. Dies wäre statistisch zu prüfen.

Ein wichtiger Aspekt sind Ess- und Lebensgewohnheiten. Zwischen den einzelnen Kohorten (Generationen) sind Unterschiede festzustellen, die in einer unterschiedlichen Lebenserwartung resultieren. Die Kohorteneffekte können mit Bestimmtheit einen Indikator darstellen (vgl. Mac Donald [2008]). Die Prävention hat ebenfalls einen Einfluss. So könnten Informationen zur Anzahl versicherter Personen, denen die Krankenkasse das jährliche Abonnement eines Sportstudios entschädigt, als Indikator für die Prävention herangezogen werden. Fettleibigkeit und geringe Bewegung sind oft Ursachen für Herzinfarkte und Kreislaufstörungen. Ein hervorragendes Mass wäre ein Body-Mass-Index der Bevölkerung über die verschiedenen Altersklassen.

Einen grossen Einfluss auf die Sterblichkeit hat sicherlich der medizinische Fortschritt, im chirurgischen wie auch im Pharmabereich. Über die Einführung neuer Medikamente wird berichtet, die Informationen werden jedoch nicht systematisch in Zusammenhang mit der Sterblichkeit gebracht. Es besteht wohl kein Anreiz, private Informationen öffentlich zu machen. Würden private Informationen zum medizinischen Fortschritt auf dem Markt kapitalisierbar, wären dies wichtige Signale, die anderen Marktteilnehmern helfen würden, ihre Erwartungen zu bilden. An dieser Stelle erinnern wir uns an den Unternehmer von Leland and Pyle (1977), der dem Markt Informationen bezüglich des künftigen Cashflows seines Unternehmens gibt, indem er einen Teil der Aktien verkauft.

Informationen, die einen Einfluss auf die Sterblichkeit haben, müssen also aufbereitet und dem Markt zugänglich gemacht werden. Ein weiterer wichtiger Punkt sind Indizes, welche die Sterblichkeitsentwicklung darstellen oder gewissermassen mit der Sterblichkeit korrelieren. Marktteilnehmer mit privaten Informationen müssen diese kapitalisieren können. Hier wäre es hilfreich, wenn die Indizes über derivative Instrumente handelbar wären.

Abschliessend halten wir fest, dass der Markt ebenfalls lernen muss, das Risiko richtig zu erfassen und zu bewerten. In Kapitel 3 und 4 haben wir einige Werkzeuge vorge-

stellt. Es ist wichtig, dass diese einer breiten Masse bekannt sind und in die wichtigsten Informationssysteme wie etwa Bloomberg eingebaut sind. Hier könnten Rückversicherer und Investmentbanken eine wichtige Rolle spielen, indem sie Daten und Werkzeuge für ihre Kunden (Investoren) aufbereiten. Es existieren erste Bewegungen im Markt. JP Morgan publiziert beispielsweise seit 2007 via Internet Berichte zur Erfassung der Sterblichkeit und des Langleberisikos. Zudem stellen sie ihren Kunden Werkzeuge für die Analyse und die Bewertung von Lebensrisiken zur Verfügung. Die SwissRe ihrerseits publiziert regelmässig Berichte über die Verbriefung von Versicherungsrisiken und seit 2004 auch über Lebensrisiken.

In diesem Abschnitt haben wir einige Aspekte zur Erfassung und Verbreitung der relevanten Information besprochen und sind auf einige Punkte eingegangen, die für die Marktentwicklung von Bedeutung sind. Je besser die Information im Markt, desto grösser wird die Marktliquidität und somit die Effizienz. Wie erwähnt sind Indizes als Informationsträger von grosser Bedeutung. Gerade im Zusammenhang mit der Strukturierung der Verbriefungstransaktion spielen sie eine entscheidende Rolle. Deshalb befassen wir uns im nächsten Abschnitt mit der Konstruktion von Sterblichkeitsindizes und deren Eigenschaften.

5.2.2 Methodik zur Konstruktion von Sterblichkeitsindizes

Die Informationsstruktur bezüglich der Veränderung der Sterblichkeit lässt sich anhand eines Index erfassen. Ein Beispiel hierfür ist der Mortality-Index der SwissRe.¹⁶⁸ Anforderungen an einen Index sind einerseits grosse Flexibilität sowie Modularität, damit eine möglichst genaue Anpassung an das Risiko des Versicherers möglich ist. Andererseits muss der Index transparent, verständlich und manipulationsfrei sein. Um repräsentativ zu sein, muss der Index eine genügend grosse Grundgesamtheit erfassen. Es ist allerdings davon abzusehen, einen allzu grossen Detaillierungsgrad erreichen zu wollen, der im Nachhinein für einen Investor nicht mehr verständlich ist. Idealerweise wird auf landesspezifische Sterblichkeitsdaten zurückgegriffen, die etwa auf der Basis der Sterbeziffer eines Landes berechnet werden. Durch eine entsprechende Gewichtung der Indizes können unterschiedliche Absicherungsbedürfnisse berücksichtigt werden.

¹⁶⁸ Zu bemerken ist, dass dieser Index aus Kostengründen zum heutigen Zeitpunkt nicht regelmässig berechnet wird und spezifisch auf das Portefeuille der SwissRe ausgelegt wurde.

Sehr wichtig ist, dass die Indizes auf objektiven¹⁶⁹ und öffentlich zugänglichen Daten basieren. Aus Effizienzgründen muss es möglich sein, das Risiko eines Lebensversicherers in einer Transaktion vollständig zu erfassen und auf den Kapitalmarkt zu transferieren. Zu diesem Zweck braucht es Anbieter, welche die Daten aufbereiten und publizieren. Aus heutiger Sicht könnten Rating-Agenturen diese Funktion übernehmen, da sie bereits mit den Anforderungen der Securitization vertraut sind.

Da die Konstruktion eines Index immer auf spezifische Bedürfnisse ausgerichtet ist, empfiehlt es sich, eine bestimmte Anzahl von in sich homogenen Elementarindizes zu bauen, die im Rahmen eines Index unterschiedlich gewichtet werden können. Bei den Elementarindizes ist darauf zu achten, dass diese die Kerneigenschaften eines Risikofaktors möglichst artrein spiegeln. Dies lässt sich am Beispiel des Langleberisikos sehr gut aufzeigen. Wie wir gesehen haben, ergibt sich das Langleberisiko aus der unvorhergesehenen Veränderung der Sterblichkeit. Die Hauptmerkmale, die einen Einfluss auf die Sterblichkeit haben, sind aus der aktuarischen Theorie bekannt. Die Sterblichkeit ist zuerst einmal vom Alter und vom Geschlecht einer Person abhängig. So erheben Lebensversicherer unterschiedliche Sterbewahrscheinlichkeiten für Mann und Frau und berücksichtigen dabei zur Abschätzung des Sterblichkeitsrisikos das Alter einer Person (vgl. Kapitel 3). Bei der Auswahl der Einflussfaktoren ist zu beachten, dass die Transparenz und die Verständlichkeit mit steigendem Detaillierungsgrad abnimmt. Damit sind immer höhere Kosten verbunden. In der Vita-Transaktion hat die SwissRe für die Index-Konstruktion etwa das Alter, das Geschlecht und die geografische Ausprägung berücksichtigt. Durch eine geeignete Gewichtung der Elementarindizes lässt sich der gewünschte Index zusammenstellen¹⁷⁰:

$$I = \sum_j a_j \sum_i (b^m w_i q_{ij}^m + b^f w_i q_{ij}^f) \quad (\text{GL 5.2})$$

Dabei entspricht a_j dem Ländergewicht, $b^{m,f}$ der Geschlechtsgewichtung, w_i der Altersgewichtung und q_{ij} der beobachteten aktuellen Sterblichkeit im Land j und Altersklasse i .

Analog zu dem von der SwissRe angewendeten Verfahren lassen sich auch Indizes für eine bestimmte Krankheit auf der Basis von Sterbeziffern bilden. Die regelmässige

¹⁶⁹ Mit objektiv ist hier die nicht Manipulierbarkeit gemeint. Für einen Investor ist es wichtig, über eine unabhängige Information zu verfügen, um Erwartungen bezüglich der zukünftigen Entwicklung des Risikos zu bilden, in welches er investiert.

¹⁷⁰ Vgl. Verkaufsprospekt der Vita Capital Ltd, November 2003.

(zum Beispiel monatliche) Publikation dieser Indizes ermöglichte den Investoren, Erwartungen bezüglich der zukünftigen Entwicklung der Sterblichkeit zu bilden. In diesem Zusammenhang wäre für die Verbriefung eine oder mehrere Stellen hilfreich, welche die einzelnen Indizes laufend berechnen und publizieren. Eine gute Datenquelle könnte das Bundesamt für Statistik sein, das die Schweizer Sterbeziffern bereits heute nach unterschiedlichsten Merkmalen aufarbeitet. Eine weitere wichtige Quelle sind Branchendaten. Die regelmässige Publikation von Schadensverläufen würde ebenfalls einen Beitrag zum guten Funktionieren des Marktes beitragen.

Ein weiterer wichtiger Aspekt, den es bei der Index-Konstruktion zu berücksichtigen gilt, ist die Zeitverzögerung im Schadenmeldefluss. Dieser Aspekt ist darum von grosser Bedeutung, weil der Trigger – im Rahmen der vertraglichen Vereinbarungen zwischen dem Risiko-Zedent und dem Investor – an eine fixe Schadenmeldeperiode gebunden werden muss. Gerade die Verspätung bei Schadenmeldungen, die Zeit für die Datenaufbereitung und die Zeit für die Indexberechnung ist nicht zu vernachlässigen.

5.2.3 Schlussfolgerung

In Kapitel 2 haben wir die Bedeutung der Information für das gute Funktionieren des Kapitalmarktes aufgezeigt. Preise widerspiegeln bestimmte Informationen bezüglich eines Risikos. Auf der Basis von Informationen bilden Investoren Erwartungen und leiten davon ihre Handelsstrategien ab. Der Markt zur Absicherung von biometrischen Risiken im Allgemeinen und des Langleberisikos im Besonderen befindet sich erst in der Entstehung. Für die Entwicklung eines Marktes ist es entscheidend, dass die Marktteilnehmer die relevanten Informationen erhalten: um das betrachtete Risiko zu erfassen, Werkzeuge zu bewerten und Erwartungen bezüglich zukünftiger Zustände bilden zu können.

In Kapitel 1 haben wir die Risiko-Intermediation einerseits durch die Verletzung der Annahme perfekter Kapitalmärkte und andererseits mit De Marzio (2005) – die Möglichkeit, Risiken zu poolen und zu tranchieren – ökonomisch legitimiert. Wir sind De Marzio gefolgt und haben aufgezeigt, wie durch die Kapitalisierung privater Informationen ein Nutzen entsteht. Wir haben demonstriert wie sich ein Rentenbestand über die Altersklassen tranchieren lässt und welche Diversifikationseffekte sich durch das beimischen von Langleberisikopositionen im Investorenportfolio ergeben. Die erfreulichen Resultate sollen uns nicht darüber hinwegtäuschen, dass die Schätzungen auf einer ge-

ringen Datengrundlage basieren und Verzerrungen unvermeidlich sind. Eine breit abgestützte Untersuchung, die mehrere Länder und verschiedene Periode umfasst, wäre sehr zu begrüßen.

Im Weiteren haben wir gesehen, wie sich Sterblichkeitsindizes entwickeln lassen. Hier wäre es nützlich, auf der Basis der Sterbeziffern Indizes nach Todesursachen verwenden zu können. Die partielle Elimination einer Krankheit erklärt vor allem im Alter einen bedeutenden Anteil der Sterblichkeit (vgl. Kapitel 3). Die Daten werden bereits vom Bundesamt für Statistik systematisch erfasst und sind öffentlich zugänglich. Hier fehlt es hauptsächlich an der Aufbereitung der Daten in Zeitreihen, die statistisch weiterverwendet werden könnten. Eine gute Datengrundlage für die Sterblichkeitsentwicklung liefert die Mortality Database des Max-Planck-Instituts: Das Institut bereitet Daten zur Sterblichkeit aus verschiedenen Ländern und bis ins Jahr 1876 zurück auf und aktualisiert sie laufend. Auch Rückversicherer und Investmentbanken leisten auf diesem Feld einen aktiven Beitrag, um ihren Kunden den Zugang zu relevanten Informationen betreffend biometrische Risiken zu ermöglichen. Nach dem Thema der Information besprechen wir in einem nächsten Schritt die eigentliche Verbriefung und deren Strukturierung.

5.3 Strukturierung einer Verbriefungstransaktion

5.3.1 Rechtliches Set-Up der Verbriefungstransaktion

Die Verbriefungstransaktion basiert darauf, dass eine Versicherung einen Rückversicherungs- oder einen Derivatvertrag mit einer SPV-Gesellschaft¹⁷¹ eingeht.¹⁷² Aus steuerlichen Gründen agiert die SPV-Gesellschaft meist offshore. Die vertragliche Ausgestaltung spielt eine wichtige Rolle für die Behandlung des Risikotransfers im Rahmen der Solvenz der Lebensversicherung. Aufgrund mangelnder Erfahrung und einheitlicher Praxis ist es empfehlenswert, die Transaktion in Zusammenarbeit mit der zuständigen Aufsicht zu errichten.¹⁷³

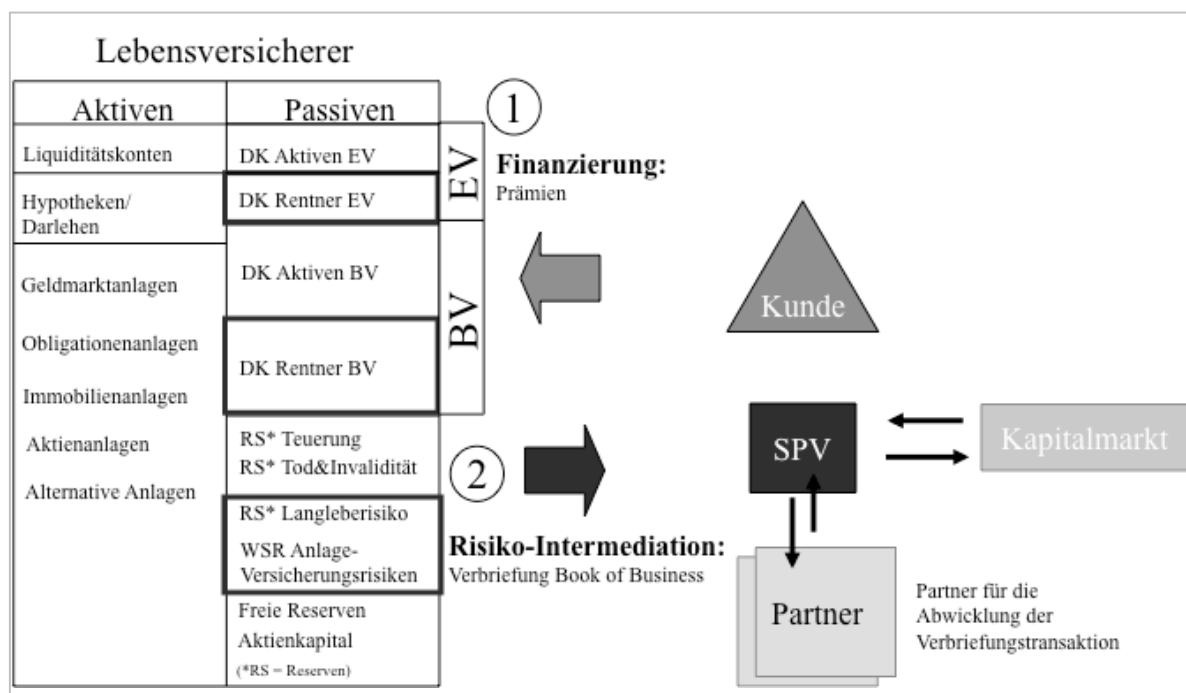
¹⁷¹ Vgl. hierzu Kapitel 1.

¹⁷² Je nach Vertragsgestaltung wird die Aufsicht diesen unterschiedlich betrachten; entsprechend ist die Anrechenbarkeit für die Solvenz unterschiedlich. In der Strukturierung der Verbriefung ist darum diesem Aspekt Rechnung zu tragen.

¹⁷³ Interview L. Albertini, Swiss Re Capital Markets Limited.

Der Versicherer definiert das zu verbriefende Rentenportefeuille und tranchiert dieses nach dem Prinzip, das wir in Abschnitt 5.1 diskutiert haben. Für den Lebensversicherer ergibt sich dann die Möglichkeit, das gewünschte Risiko, das er in seiner Bilanz führt, mittels Verbriefung der jeweiligen Rentenbarwerte an einen Investor zu übergeben. Damit kann der Lebensversicherer seine Risikofähigkeit aktiv steuern (siehe Abbildung 5.3). Gerade für eine Lebensversicherung könnte diese Möglichkeit entlang dem Konjunkturzyklus eine strategisch wichtige Option darstellen. Zudem steht ihm in Zeiten, in denen die Rückversicherungsmärkte hart umkämpft sind, eine Alternative zur klassischen Rückversicherung zur Verfügung. Durch die Verbriefung wird das Deckungsangebot erhöht. Damit kann er dem Preiserhöhungsdruck auf den Rückversicherungsmärkten entgegenwirken.

Abbildung 5.3: Beteiligte Akteure in einer Verbriefungstransaktion¹⁷⁴



Die Verbindung zwischen Investor und Versicherer (Vertriebsfunktion) wird dann typischerweise durch eine Rückversicherung oder eine Investmentbank hergestellt. Üblicherweise wird der Vermittler auch mit der gesamten Abwicklung der Anleihe beauftragt. Er koordiniert die notwendigen Treuhandpartner sowie die Partner für die Modellierung und das Rating.

¹⁷⁴ Eigene Darstellung.

Die SPV-Gesellschaft schliesst mit der Lebensversicherung einen Vertrag ab, mit welchem die Übernahme einzelner Verpflichtungen geregelt wird. Sie emittiert zudem einen Bond, von dem sie einzelne Tranchen an Investoren verkauft. Die einbezahlten Kapitalien werden in liquide Obligationen mit einer kurzen Duration¹⁷⁵ investiert, um jederzeit allfällige Leistungen aus den vertraglichen Verpflichtungen mit der Lebensversicherung begleichen zu können. Je nach Ausgestaltung des Vertrags entfallen dem Investor im Leistungsfall Zins oder Kapitalrückzahlungen. Bleibt die SPV-Gesellschaft während der Vertragsdauer schadlos, erhält der Investor am Ende der Vertragslaufzeit sein Kapital sowie eine Zinszahlung. Letztere setzt sich aus der Summe der kurzfristigen Zinszahlungen zuzüglich der vom Versicherer bezahlten Prämie zusammen.

In einem nächsten Schritt formalisieren wir basierend auf den Erkenntnissen aus Kapitel 3 und 4 die Strukturierung der Verbriefungstransaktion in Anlehnung an Lin und Cox (2004). Anders als diese Autoren wollen wir aber nicht die Entwicklung der Gruppe der Überlebenden als Zufallsvariable betrachten, sondern den Rentenbarwert \ddot{a}_{65} im Alter 65, der von der Entwicklung des risikolosen Zinssatz und der Sterblichkeit abhängig ist. Wir gehen dann von einem Portefeuille von Altersrenten mit l_{65} -Versicherten¹⁷⁶ aus, die eine sofort beginnende Leibrente besitzen. Wir nehmen an, dass der Lebensversicherer für den Kauf der Rente das Kapital W als einmalige Prämie eingenommen hat. Daraus bezahlt der Lebensversicherer im Jahr t seinen Versicherten folgenden Rentenbetrag:

$$R_{65+k}(t) = \ddot{a}_{65} W_0 \quad (\text{GL 5.3})$$

$R_{65+k}(t)$ entspricht einer Zufallsvariable, die von der Entwicklung des Rentenbarwertes und somit von der Entwicklung der Sterblichkeit¹⁷⁷ und des risikolosen Zinses abhängig ist. Für unsere weiteren Überlegungen wollen wir annehmen, dass der Lebensversicherer mit der SPV-Gesellschaft ein Trigger-Niveau Y_x festlegt, das im Zeitpunkt t_0 seiner besten Schätzung für die künftige Höhe des Rentenbarwertes entspricht. Übersteigt der Rentenbarwert das Trigger-Niveau Y_x , gleicht die SPV-Gesellschaft den Schaden mit einem Betrag $S(t)$ aus. Dabei nehmen wir an, dass das maximale Schadenniveau mit einem Faktor M des Rentenbetrages $R_{65+k}(t_0)$ begrenzt wird. Das würde bedeuten, dass

¹⁷⁵ Vgl. Fabozzi (1996).

¹⁷⁶ In Analogie zu Kapitel 3 ist hier die Anzahl Versicherter in der gesamten Kohorte gemeint.

¹⁷⁷ Vgl. hierzu Kapitel 3

der Lebensversicherer für die Bezahlung einer Prämie H jedes Jahr Erträge in der Höhe von $S(t)$ von der SPV-Gesellschaft erhält:

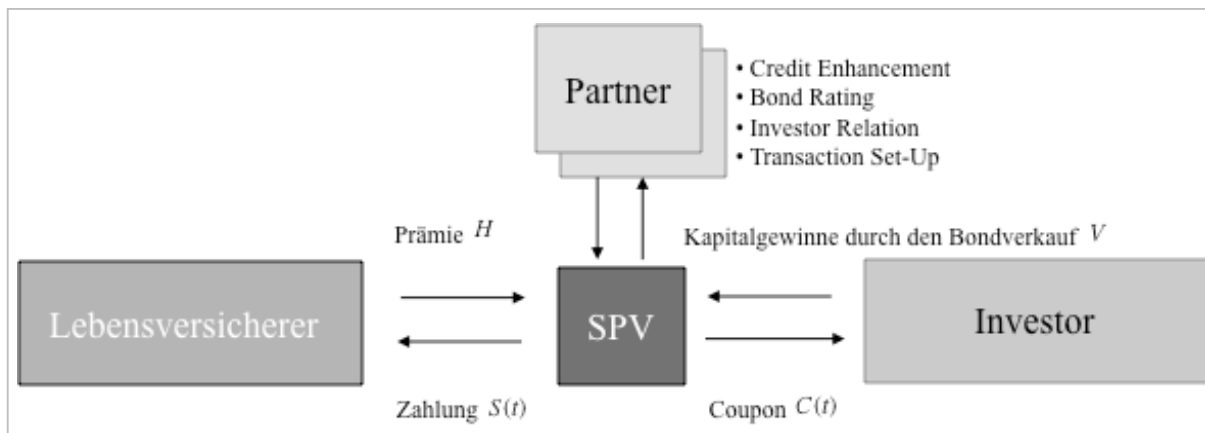
$$S(t) = \begin{cases} R_{65+k}(t_0)M & \text{wenn } R_{65+k}(t) > Y_x + R_{65+k}(t_0)M \\ R_{65+k}(t) - Y_x & \text{wenn } Y_x < R_{65+k}(t) \leq Y_x + R_{65+k}(t_0)M \\ 0 & \text{wenn } R_{65+k}(t) \leq Y_x \end{cases} \quad (\text{GL 5.4})$$

Der Netto-Cashflow der Lebensversicherung entspricht dann:

$$CF = \begin{cases} -R_{65+k}(t) + S(t) - H & \text{wenn } R_{65+k}(t) > Y_x + R_{65+k}(t_0)M \\ -R_{65+k}(t) + S(t) - H & \text{wenn } Y_x < R_{65+k}(t) \leq Y_x + R_{65+k}(t_0)M \\ -R_{65+k}(t) - H & \text{wenn } R_{65+k}(t) \leq Y_x \end{cases} \quad (\text{GL 5.5})$$

Nachdem das zu verbriefende Risiko erfasst und der Trigger mit Y_x festgelegt wurde, lässt sich das Risiko verbriefen, indem die SPV-Gesellschaft einen Bond emittiert, dessen Cashflows an die Höhe des Rentenbarwertes gebunden sind. Abbildung 5.4 illustriert die Cashflows der Verbriefungstransaktion.

Abbildung 5.4: Bond-Cashflow-Diagramm¹⁷⁸



In einem ersten Schritt nehmen wir an, dass ausschliesslich der Coupon dem Langleberisiko ausgesetzt ist. Unter diesen Voraussetzungen entsprechen die totalen jährlichen Cashflows der SPV-Gesellschaft:

$$S(t) + C(t) = R_{65+k}(t)M \quad (\text{GL 5.6})$$

¹⁷⁸ Vgl. Lin und Cox (2004).

Die Cashflows des Bonds lassen sich dann wie folgt erfassen:

$$C(t) = \begin{cases} 0 & \text{wenn } R_{65+k}(t) > Y_x + R_{65+k}(t_0)M \\ R_{65+k}(t_0)M - B(t) & \text{wenn } Y_x < R_{65+k}(t) \leq Y_x + R_{65+k}(t_0)M \\ R_{65+k}(t_0)M & \text{wenn } R_{65+k}(t) \leq Y_x \end{cases} \quad (\text{GL 5.7})$$

$C(t)$ entspricht dem jährlich an den Investor ausbezahlten Couponbetrag. Der Marktwert des so emittierten Bonds beträgt V . Da die Höhe des zu bezahlenden Couponbetrags und somit der Marktwert V über den Rentenbetrag $R_{65+k}(t)$ von der Entwicklung des Rentenbarwertes abhängig sind, kann ein Risikotransfer stattfinden. Die SPV-Gesellschaft wird ihren Versicherungs- und Bondvertragsverpflichtungen mit Wahrscheinlichkeit 1 nachkommen, solange $H + V \geq P$, wobei P dem Preis eines risikofreien Zinspapiers mit einem jährlichen Coupon von $R_{65+k}(t)M$ und einem Darlehensbetrag von B gleichkommt:

$$H + V \geq P = Bd(0, T) + \sum_{k=1}^T R_{65+k}(t_0)Md(0, k) \quad (\text{GL 5.8})$$

Der Diskontierungsfaktor $d(0, k)$ kann dem Bondmarkt im Emissionszeitpunkt entnommen werden. Die Prämieneträge H sowie die Erträge V aus dem Longevity-Bondverkauf müssen der SPV-Gesellschaft ausreichen, um einen Straight-Bond zu kaufen, dessen Coupon-Zahlungen die Verpflichtungen gegenüber dem Versicherer und dem Investor decken müssen. Jedes Jahr wird die SPV-Gesellschaft $R_{65+k}(t)M$ einnehmen. Dem Investor wird sie jährlich $C(t)$ und dem Versicherer die Schäden $S(t)$ bezahlen. Aufbauend auf diesem Mechanismus lassen sich Anlagevehikel mit unterschiedlichem Investitionsrisiken gestalten, indem der Bond mit einer Anlagestrategie ersetzt wird und das Risiko nicht nur durch den Coupon getragen wird. Über den Fremdfinanzierungsgrad lässt sich der Eigenkapitaleinsatz aktiv steuern.

Anhand dieses Beispiels haben wir aufgezeigt, wie ein Longevity-Bond aufgesetzt werden kann und wie sich über den Rentenbarwert das Langleberisiko und das Zinsrisiko für T Jahre auf den Kapitalmarkt transferieren lässt. Im Zeitpunkt T wird die SPV-Gesellschaft einen Wert von $H + V - P$ akkumuliert haben. Dieser Wert wird mit Wahrscheinlichkeit 1 positiv ausfallen. Im Fall, dass eine Anlagestrategie eingesetzt wird, muss das Eigenkapital den allfälligen Verlust decken. Ein Gewinn der SPV kommt dem Eigentümer der Gesellschaft zugute. Mit unterschiedlichen Werten für Y_x und M lassen sich dann unterschiedliche Risiko-Niveaus absichern.

5.3.2 Ausgestaltung der Anleihe und des Triggers

Die bisher erfolgten Securitization-Transaktionen basierten hauptsächlich auf Anleihen. Für die vertragliche Ausgestaltung dieser Anleihe sind dann vor allem vier Parameter von Bedeutung: die Verteilung des Schadenverlaufs, die Art der Erfassung des Risikoverlaufs, der Trigger und die Risikointensität als Folge des gewählten Triggers. Die Schadenverteilung spiegelt die Risiko-Eigenschaften und bildet die wichtigste Grundlage für die Bewertung eines Risikos. Um Aussagen bezüglich Verteilungsgesetz eines Risikos machen zu können, ist es erforderlich, den Entwicklungsprozess eines Risikos genau zu kennen. In Kapitel 3 haben wir besprochen, wie sich die Sterblichkeitsentwicklung mit einem Random-Walk modellieren lässt und eine erwartete Dichtefunktion für die künftige Sterblichkeit geschätzt werden kann. Aus der Kapitalmarkttheorie kennen wir die Modelle zur Modellierung der Zinsentwicklung. Für den Investor ist es wichtig zu wissen, wie sich ein Risiko erfassen und quantifizieren lässt, damit er die Auswirkungen, die sich durch dessen Aufnahme in sein Portfolio ergeben, einschätzen kann.

Bei den erfolgten Transaktionen sind drei *Gestaltungsmerkmale der Securitization*¹⁷⁹ zu erkennen, an welche die Transaktion gebunden werden kann: die Book-of-Business-, die Index- und die Event-Konstruktion. Die erste und wirkungsvollste Konstruktion aus Sicht des Versicherers ist die Book-of-Business-Konstruktion. Mit diesem Vorgehen kann ein genau definiertes Risiko aus der Bilanz einer Versicherung auf dem Kapitalmarkt platziert werden. Üblicherweise wird dann die Schadenhöhe des verbrieften Portefeuilles als Beurteilungsgrundlage herangezogen. Der grosse Vorteil dieses Vorgehens liegt darin, dass kein Basisrisiko besteht. Der Lebensversicherer kann sich dadurch vollständig gegen das verbriefte Risiko absichern. Ein Beispiel für eine solche Transaktion ist jene der UBS, die im Jahre 2001 KMU-Kreditrisiken verbrieft und auf dem Kapitalmarkt platziert hat. Der Nachteil dieses Vorgehens liegt darin, dass der Investor kein objektiver und unabhängiger Indikator für die Entwicklung des Risikos besitzt. Das setzt beim Investor voraus, dass er mit dem angebotenen Risiko vertraut ist. Das verbriefte Portfolio muss so diversifiziert sein, dass das Portfolio keinem unsystematischen Risiko mehr ausgesetzt ist. Um das Informationsdefizit zumindest teilweise zu kompensieren, muss der Zedent die aufwendigen internen Datenaufbereitungen vornehmen, welche die Zusammenstellung des Portefeuilles und der Zeichnungspolitik betreffen.

¹⁷⁹ Vgl. Eickstädt (2001) S. 187.

Um das Investorenvertrauen zu gewinnen, wird für die sachgerechte Einschätzung oft eine Rating-Agentur mit der Datenaufbereitung beauftragt. Zur Reduktion des moralischen Risikos ist ein Selbstbehalt notwendig. Diese Umstände haben tiefgreifende Auswirkungen auf die Prozesse eines Lebensversicherers und setzen eine Genauigkeit in der Datengrundlage voraus, die in den einzelnen Unternehmen oft nicht vorliegt. Die damit verbundenen Kosten und interne Ressourcenbindung sind wesentliche Faktoren, die eine effiziente Abwicklung einer Verbriefungstransaktion verhindern.

Die soeben aufgeführten Probleme entfallen, wenn für die Schadenentwicklung ein Index eingesetzt wird, der auf öffentlichen Daten basiert. Für einen Investor bildet ein Index die attraktivere Basis für die Schadenbeurteilung. Der Index basiert auf einem unabhängigen und breit diversifizierten Portefeuille, womit das Problem des moralischen Risikos nicht besteht. Für den Versicherer entsteht jedoch bei dieser Konstruktion das Problem des Basisrisikos. Dieses besteht darin, dass sein individueller Schadenverlauf von dem durch den Index erfassten Marktverlauf abweicht. Diese Unsicherheit lässt sich allerdings durch die Gestaltung des Index stark eingrenzen. Da der Versicherer sein Portefeuille besser kennt als ein Investor und einen besseren Zugang zu den Informationen hat, sind seine Informationskosten tiefer. Aus einer ökonomischen Sicht ist es somit sinnvoller, wenn sich der Versicherer anstatt der Investor mit der Frage der optimalen Replikation seines Portefeuilles befasst. Diesen Anforderungen muss der Index (Abb. 5.2) genügen. Ein weiterer kritischer Punkt ist die Abgrenzung der Schadenperiode. Gerade bei Versicherungsportefeuilles spielt die Bildung von Reserven für noch nicht gemeldete Schäden, die jedoch der aktuellen Periode zuzuweisen sind, eine wichtige Rolle. Einerseits gibt der Index die Marktschäden nicht korrekt wider, wenn diese Zeitperiode zu kurz gewählt wird. Andererseits wünscht der Investor ein möglichst rasches Ergebnis. Die Zeitperiode, in welcher rückwirkend Schäden angemeldet werden können, muss daher genau definiert werden.

Eine Vielzahl dieser Probleme lassen sich mit einer indexbasierten Methode lösen. Bei diesem Verfahren wird als Indikator der Schadenentwicklung ein Index eingesetzt. Das ermöglicht dem Investor, seine Erwartungen auf der Basis einer objektiven Grundlage zu bilden. Damit kann auch das Problem des moralischen Risikos beseitigt werden. Der Nachteil der Konstruktion liegt hauptsächlich darin, dass für den Lebensversicherer ein Basisrisiko zurückbleibt. In dieser Konstruktion kommt der Index-Ausgestaltung eine wichtige Bedeutung zu. Eickstädt (2001) fasst die Anforderungen folgendermassen

zusammen: Ein Index sollte eine grosse Flexibilität und Modularität für eine genaue Anpassung an das Risiko des Versicherers, Transparenz und Verständlichkeit, keine Manipulationsmöglichkeiten, schnelle Verfügbarkeit, Repräsentativität und Stabilität der zugrunde gelegten Parameter im Zeitablauf für eine Vergleichbarkeit der Vergangenheitswerte aufweisen.¹⁸⁰ In Abschnitt 5.4 werden wir näher auf die Index-Konstruktion eingehen.

Die Event-Based-Konstruktion ist die dritte Methode zur Umsetzung einer Life-Securitization-Transaktion. Zur Festlegung der Schadenentwicklung wird bei dieser Methode auf einen physischen Auslöser zurückgegriffen. Das sind oft objektive und messbare Ereignisse wie etwa eine Epidemie. Aus Sicht des Versicherers stellen sich hier dieselben Fragen wie bei der Anwendung eines Index. In diesem Fall besteht das Basisrisiko darin, dass die Schäden höher als ursprünglich angenommen ausfallen. Der Investor dürfte hingegen zwischen einem Index und einem Event-Based-Ansatz indifferent sein.

Tabelle 5.6: Drei Gestaltungsmerkmale der Securitization¹⁸¹

	Book of Business (BoB)	Index	Event-Based
Versicherer	<ul style="list-style-type: none"> Kein Basisrisiko Selbstbehalt wegen moralischem Risiko Offenlegung von Informationen 	<ul style="list-style-type: none"> Basisrisiko Kein Selbstbehalt, da kein moralisches Risiko vorliegt Keine Offenlegung von Informationen Nur bei hoher Korrelation zwischen Index und eigenem Portefeuille 	<ul style="list-style-type: none"> Basisrisiko Kein Selbstbehalt, da kein moralisches Risiko vorliegt Keine Offenlegung von Informationen
Investor	<ul style="list-style-type: none"> Moralisches Risiko Schwer messbar 	<ul style="list-style-type: none"> Kein Moralisches Risiko Leichter bewertbar, da nicht vom einem Versicherungsportefeuille abhängig 	<ul style="list-style-type: none"> Kein moralisches Risiko Leichter bewertbar, da nicht von einem Versicherungsportefeuille abhängig Relativ einfach zu modellieren

Durch die Festlegung des Triggers wird die Regel und die Höhe, nach denen der Risikotransfer an einen Investor stattfindet, bestimmt. Die Ausgestaltung des Triggers kann auf verschiedene Art und Weise geschehen. So kann dieser etwa an ein bestimmtes Niveau eines Index oder an die Schadenquote eines bestimmten Ereignisses gebunden

¹⁸⁰ Eickstädt (2001) verweist in diesem Zusammenhang auf Anders (1999), S. 233.

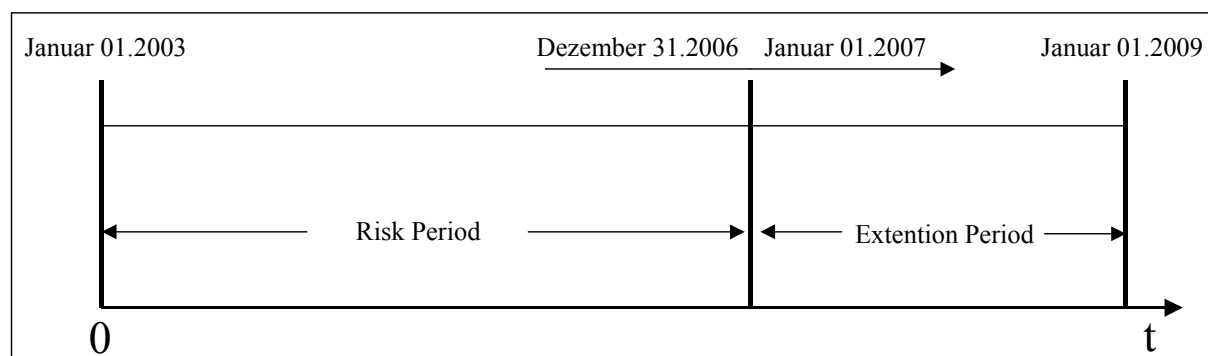
¹⁸¹ Vgl. Hasenkamp (1998), S. 17.

werden, um die Zahlungsströme zwischen Versicherer und Investor auszulösen. Die Ausgestaltung des Triggers ist sehr stark von den individuellen Absicherungsbedürfnissen des Versicherers und von den Risikopräferenzen des Investors abhängig.

Als Trigger kann ein bestimmter Index-Mix vereinbart werden, so dass sich für den Lebensversicherer ein möglichst kleines Basisrisiko ergibt. Angesichts der internationalen Ausrichtung der Gesellschaften ist es wichtig, dass der Trigger möglichst gut auf das länderspezifische Risiko abgestimmt wird. Wie auch in anderen Bereichen verursachen individuelle Bedürfnisse und eine steigende Komplexität zusätzliche Kosten. Bei der Ausgestaltung des Triggers der Anleihe ist stets dem Gebot der Einfachheit Rechnung zu tragen. Der Investor muss verstehen können, welches Risiko er auf sich nimmt.

Ein weiterer wichtiger Punkt bei der Trigger-Ausgestaltung ist die Schadenmeldeperiode. Dieses Zeitfenster ist so zu wählen, dass eine reale Chance besteht, dass sämtliche relevanten Informationen eintreffen können. Im Fall der Vita-Transaktion der SwissRe wurde diese Periode auf zwei Jahre festgelegt. Während dieser Zeit erfolgt eine reduzierte Verzinsung der Anleihe. Im Fall der SwissRe-Transaktion waren dies 50 Bp.

Abbildung 5.5: Zeithorizont der Verbriefungstransaktion¹⁸²



Die zweijährige Verlängerungsmöglichkeit des Bonds ist auch bezüglich Finanzierungskosten attraktiv, weil damit die durchschnittlichen Absicherungskosten gesenkt werden können. Bei der vertraglichen Festlegung der Auswirkungen im Schadenfall lassen sich drei Grundformen unterscheiden: Principal-at-Risk, Principal-Protected und Payment-Deferred.¹⁸³ In der Principal-at-Risk-Variante unterliegt das gesamte Kapital inklusive Zinszahlungen dem verbrieften Risiko. Im Gegensatz dazu erhält der Investor

¹⁸² Vgl. Verkaufsprospekt des Mortality-Bonds der Vita Capital Ltd. (2004).

¹⁸³ Vgl. Müller (1997), S. 601.

bei Transaktionen, die nach dem Principal-Protected-Konzept aufgebaut sind, einen Kapitalschutz. Lediglich die Zinszahlungen sind dann einem Risiko ausgesetzt. Möglich sind natürlich auch Mischformen, so dass beispielsweise der Kapitalschutz nur auf einen Teil des eingesetzten Kapitals ausgedehnt wird. Wie auch beim Trigger ist die Ausgestaltung der Risiko-Intensität von den Risikopräferenzen des Investors abhängig.

Bei der Payment-Deferred-Variante werden die Kapitalrückzahlung ebenfalls garantiert. Der Hauptunterschied liegt darin, dass im Schadenfall nebst der Tatsache, dass die Zinszahlung entfällt, eine zeitliche Verschiebung der Tilgung eingebaut ist. Für den Versicherer ergibt sich daraus ein positiver Effekt, weil ihm eine höhere Versicherungssumme zur Verfügung steht, da er weniger Kapital für die Tilgung zurücklegen muss. Für den Investor unterscheidet sich diese Form von einer Mischform aus Principal-at-Risk und Principal-Protected ausschliesslich bezüglich Zahlungsströmen. Betrachtet man nämlich den Barwert der zeitlich verschobenen Tilgungszahlung, kommt dies de facto einer reduzierten Tilgung gleich. Buchhalterisch betrachtet ergibt sich dadurch aber kein Verlust, sondern in Abhängigkeit der Zinsstruktur eine Ertragsminderung.

5.3.3 Kosten der Verbriefung¹⁸⁴

Die Securitization verursacht natürlich auch Kosten. Einerseits muss eine SPV-Gesellschaft gegründet und geführt werden, wodurch Administrations- und Rechtskosten entstehen. Andererseits verursachen Produktstrukturierung, Underwriting, Credit-Enhancement und die Platzierung auf dem Kapitalmarkt ebenfalls Kosten. Wenn die Transaktion strukturiert und platziert ist, muss diese durch eine Rating-Agentur bewertet werden. Ebenfalls nicht unerheblich sind die Aufwendungen für die aktuarische Modellierung des verbrieften Risikos. Diese muss laufend aktualisiert werden, um dem Investor die notwendigen Informationen zur Beurteilung der Entwicklung seiner Anlage zu geben.

Die Fixkosten für eine Verbriefungstransaktion setzen sich aus den Gebühren für das Rating (USD 50'000–100'000), die Modellierung der Schadenentwicklung (USD 150'000–350'000) und die Gründung der SPV-Gesellschaft (USD 250'000–500'000) zusammen. Hinzu kommen Verwaltungskosten in der Höhe von circa 50'000 US-Dollar pro Jahr. Für die Platzierung der Anleihe bei Investoren verlangt die Investmentbank

¹⁸⁴ Die hier aufgeführten Kosten wurden uns von den Interviewpartnern der SwissRe bestätigt.

circa ein Prozent des Emissionsvolumens.¹⁸⁵ Aufgrund der Neuartigkeit des Instruments verlangen die Investoren eine Risikoprämie, die dem Vier- bis Zehnfachen der Schadenerwartung¹⁸⁶ entspricht. Wegen der fehlenden Liquidität dieser Instrumente kann der Investor die Position nicht ohne Weiteres verlassen, wofür er ein Risiko-zuschlag verlangt.

5.4 Bedeutung und Funktionen des Ratings für den Verbriefungserfolg

Immer mehr Kapital wird durch Pensionskassen, Fondsgesellschaften und institutionelle Anleger kontrolliert. Da diese aufgrund ihrer Anlagerichtlinien oft Mindestqualitätsanforderungen unterliegen, hat die Bedeutung des Vorhandenseins eines Ratings zugenommen. Gerade bei Emissionen von versicherungstechnischen Wertpapieren ist dies zu berücksichtigen, weil sich diese Art von Wertpapier hauptsächlich an institutionelle Investoren richtet. Anhand des Ratings lassen sich die Eckpfeiler der Life-Risk-Securitization gut zusammenfassen. Nach einer kurzen Einführung des Ratingbegriffs gehen wir deshalb auf den Rating-Prozess ein. In diesem Zusammenhang spielt die Risiko-Analyse und das Informationsbedürfnis der Rating-Agenturen eine zentrale Rolle. In einem weiteren Schritt besprechen wir anhand der Berechnung des für ein gewünschtes Ratingniveau erforderlichen Kapitals den fundamental wichtigen Zusammenhang zwischen Rating und Credit-Enhancement. Abschliessend widmen wir uns dem Rating-Engineering, das für die Existenz der Securitization essenziell ist.

5.4.1 Die Bedeutung des Ratings

Der Begriff Rating wird in vielen Lebensbereichen verwendet, bei denen es darum geht, eine Qualitätsordnung festzulegen. So können Ratings etwa im Bereich des Personalmanagements zur Qualifizierung von Mitarbeitern eingesetzt werden oder im medizinischen Bereich zur Einstufung verschiedener Entwicklungsstadien von Krankheiten. In der Finanzökonomie wird der Begriff Rating hingegen für die Beurteilung der Bonität eines Schuldners verwendet.

Ein Rating drückt die Meinung einer Rating-Agentur betreffend die Wahrscheinlichkeit aus, mit welcher der Schuldendienst eines bestimmten Emittenten betragsmässig

¹⁸⁵ Vgl. Hasenkamp (1998), S 32.

¹⁸⁶ Datenangabe durch Herrn Albertini von der SwissRe.

und zeitgerecht erfolgen wird.¹⁸⁷ Mit dem Rating werden also keine Markt-, sondern ausschliesslich Kreditrisiken erfasst. Da Versicherungskunden ebenfalls Gläubiger einer Versicherung sind, spielt das Rating einer Versicherungsgesellschaft für den Klienten eine entscheidende Rolle. Im Rating spiegelt sich nämlich die Qualität der Sicherheit, die der Kunde mit der Unterzeichnung des Versicherungsvertrages erhält.

In diesem Sinne bezieht sich das Rating immer auf die Qualität eines Schuldners. Da im Rahmen einer sekundären Securitization nicht der eigentliche Zedent des Risikos als Schuldner auftritt, muss für die Bewertung des emittierten Wertpapiers die gesamte rechtliche und strukturierungstechnische Ausgestaltung des Finanzierungsvorgang berücksichtigt werden. In diesem Fall bezieht sich das Rating dann auf die Bonität der gesamten Konstruktion.

5.4.2 Funktionen des Ratings

Im Kontext der Securitization hat das Rating mehrere Funktionen. Wie bereits erwähnt können Verbriefungstransaktionen sehr komplex sein. Für Aussenstehende ist es oft nicht einfach, die Bonität einzuschätzen. Die Dokumente sind zum Teil schwer verständlich, die Abbedingungsklauseln bestehen aus mehrseitigen Dokumenten und weisen interne Abhängigkeiten auf. Zudem liegt bei der Securitization keine Unternehmensinformationen, wie Bilanzen, Erfolgs- und Mittelflussrechnungen, vor, die sonst bei der Emission einer Anleihe üblich sind. Bei Versicherungsrisiken kommt hinzu, dass die Marktteilnehmer wenig Erfahrung mit dem eigentlichen Risiko haben. Sie sind somit auf das Urteil eines Experten angewiesen. Für den Investor bildet das Rating die Basis seiner Investitionsentscheidung. Sie gibt ihm anhand der Ausfallwahrscheinlichkeit ein Mass, um einzelne Risiken zu ordnen und vergleichen zu können.

Obwohl die wichtigsten Informationen zur Beurteilung der Bonität in den Verkaufsprospekten enthalten sind,¹⁸⁸ ist es dem Investor kaum möglich, die Transaktion in ihrer Gesamtheit zu beurteilen. Letztlich ist es eine Vertrauensfrage. Mit Bestimmtheit spielt der Ruf des Emittenten eine grosse Rolle. In seiner Unsicherheit wird der Investor jedoch immer auf die Meinung einer neutralen Partei zurückgreifen wollen.

Obwohl es sich beim Rating nicht um eine Kauf- oder Verkaufsempfehlung handelt, dient es in erster Linie doch dazu, die Investoren in ihren Anlage-Entscheidungen zu

¹⁸⁷ Vgl. Bär (1997).

¹⁸⁸ Vgl. Verkaufsprospekt Vita-Transaktion (2004).

unterstützen. Im Dreieck Rendite, Risiko und Liquidität bezieht sich das Rating auf die isolierte Betrachtung des inhärenten Kreditrisikos einer Anlage und somit auf die Sicherheit einer Anlage.¹⁸⁹

Die Fremdfinanzierungskosten des Emittenten stehen in unmittelbarem Zusammenhang mit dem Rating. Somit gibt das Rating Anhaltspunkte zur Festlegung der Risikoprämie, die der Investor als Kompensation für die Übernahme des Risikos erhalten soll. Entsprechend wird der Emissionspreis bei einem erstklassigen Rating höher ausfallen als bei einem tieferen Rating. Zudem kann der Emittent seine Kommunikations- und Kurspflegekosten senken.¹⁹⁰ Die Zusammenarbeit mit einer Rating-Agentur kann zudem in der Strukturierung und für den Due-Diligence-Prozess der Verbriefungstransaktion von grossem Nutzen sein.¹⁹¹ Indem sie bereits während der Strukturierungsphase beigezogen wird, können Problemfelder aufgedeckt und die Transaktion so angepasst werden, dass ein möglichst optimales Rating daraus resultiert.

5.4.3 Ratingskalen für Securitization-Transaktionen

Im Gegensatz zur Asset-Securitization haben die Rating-Agenturen im Bereich der Life-Risk-Securitization wenig Erfahrung. Für die Bewertung von Asset-Backed-Securities kann auf die gleiche Ratingskala wie für die Bewertung herkömmlicher Schuldner zurückgegriffen werden. Aufgrund der Neuartigkeit der Life-Risk-Securitization verlangt der Markt für ein gleiches Rating eine höhere Prämie (Komplexitätszuschlag). Mit steigender Erfahrung wird sich jedoch diese Differenz an den Bondmarkt annähern. Da Versicherungsrisiken gewisse Parallelen zu Kreditrisiken aufweisen und die Strukturierung sowie die Abwicklung ähnlichen Prozessen unterliegen, kann für das Rating von Life-Risk-Securities indikativ auf die Ratingskalen der Asset-Backed-Securities zurückgegriffen werden. Da sämtliche Investitionsobjekte unabhängig von ihrer konkreten Ausgestaltung mit demselben System klassifiziert werden, erhält der Investor auch die gewünschte Vergleichbarkeit.

Bei Asset-Backed-Securities werden zwei Klassen von Bonitäten unterschieden: die Klasse des Investment-Grades und die des Speculative-Grades. Die Grenze zwischen den beiden Klassen liegt etwa bei der Agentur Standard & Poor's bei einem Rating

¹⁸⁹ Vgl. Bär (1997), S. 234.

¹⁹⁰ Vgl. Everling (1993), S. 30.

¹⁹¹ Vgl. Bär (1997), S. 234.

BBB. Interessanterweise lagen 1995 in den USA 99 Prozent der emittierten Asset-Backed-Securities in der Klasse des Investment-Grades. Das ist darauf zurückzuführen, dass Asset-Securitization-Transaktionen sehr flexibel strukturiert werden können.¹⁹² Dies dürfte für die Life-Risk-Securitization im gleichen Masse gelten, weil sie auf derselben Konstruktion basiert.¹⁹³

5.5 Schlussfolgerungen

In Kapitel 5 haben wir einleitend aufgezeigt, welchen ökonomischen Nutzen die Life-Risk-Securitization den Stakeholdern bietet. Wir haben die Life-Risk-Securitization über die Konkurskosten legitimiert und anhand der Untersuchung von Cummins (2004) erläutert, welche Stossrichtungen in den bisher erfolgten Transaktionen unternommen wurden.

Nachdem der ökonomische Nutzen der Life-Risk-Securitization dargelegt wurde, haben wir gesehen, wie sich eine Transaktion zur Verbriefung des Langleberisikos strukturieren und bewerten lässt. Beim ökonomischen Nutzen haben wir die Attraktivität der Life-Risk-Securitization aus der Sicht der verschiedenen Stakeholder dargestellt. In diesem Zusammenhang haben wir festgehalten, dass die Life-Risk-Securitization für den Lebensversicherer ein Instrument darstellen kann, um sich entlang des Zinszyklus gegen das Langleberisikos abzusichern.

Im Rahmen der Strukturierung der Anleihe haben wir den Aspekt der Triggerausgestaltung besprochen und auf die Bedeutung der Extention-Periode hingewiesen. Abschliessend haben wir uns den Kosten einer Life-Risk-Transaktion gewidmet.

5.5.1 Von der Risiko-Transformation hin zur Risiko-Intermediation

In Anbetracht der in Kapitel 1 beschriebenen Entwicklungen im Lebensversicherungsmarkt möchten wir abschliessend einige Überlegungen im Zusammenhang mit der Entwicklung des Altersrentengeschäfts der Lebensversicherung anstellen. Zudem wollen wir die Verbriefung des Langleberisikos im Rahmen des finanziellen Risiko-Managements der Lebensversicherung besprechen.

¹⁹² Vgl. Bär (1997), S. 239.

¹⁹³ Zur Vorgehensweise für das Erlangen eines Ratings für eine Verbriefungstransaktion vgl. Bär (1997), S. 240ff.

Ausgehend von einem systematischen Sterblichkeitsrisiko eines Altersrentenportefeuilles (vgl. Kapitel 3) würde es aus ökonomischer Sicht Sinn machen, dieses Risiko auf den Kapitalmarkt zu transferieren (vgl. Kapitel 5). Bei diesem Verlagerungsprozess von der klassischen Risiko-Transformation hin zur Risiko-Intermediation übernimmt der Lebensversicherer eine neue Rolle als Risiko-Intermediator. Der Veränderungsprozess erfordert auch organisatorische Umstrukturierungen. Auf den ersten Blick scheint dies eine einfache Angelegenheit, doch dieser Eindruck täuscht. Die grosse Herausforderung liegt in der Erfassung und Bewertung des zu verbrieften Risikos und in der Ausgestaltung der Anleihe, die dem Investor verkauft wird. Die praktische Durchführung einer Life-Risk-Securitization-Transaktion erfordert spezifisches Expertenwissen aus verschiedenen Bereichen (vgl. Kapitel 5). Dass sich die aktuarische Praxis und die Welt des Kapitalmarkts in der Vergangenheit losgelöst voneinander entwickelt haben, liegt tief in der Kultur und in den Abläufen der Organisationen begründet. In Interviews mit Gesprächspartner aus Lebensversicherungs- und Bankenwelt hat sich immer wieder gezeigt, dass die ersten Schwierigkeiten bereits bei einheitlichen Begrifflichkeiten auftauchen. Betrachtet man die Verfahren und die Bewertungsmethoden, wird es noch schwieriger. Die zum Teil anspruchsvolle Mathematik ist für die Praxis oft ein Hindernis. Betreffend Verfahren zur Erfassung eines biometrischen Risikos führen die beiden Welten zwei komplett verschiedene Leben (vgl. Kapitel 2).

Zur Umsetzung einer Life-Risk-Transaktion braucht es einerseits fundierte Kenntnisse im Bereich der aktuarischen Mathematik zur Modellierung der Risiken. Es braucht aber auch profunde Kapitalmarktkenntnisse, um die Anleihe so zu strukturieren, dass diese einerseits für den Investor verständlich ist und andererseits den gängigen Qualitätsstandards des Kapitalmarkts entspricht. Da ist der Investor der Kunde, der wie in jedem Geschäft im Zentrum steht. Für eine Versicherung ist dies eine neue Art von Kunde: Er spricht eine andere Sprache und besitzt meistens ein kleines Wissen im Bereich der Lebensrisiken. In diesem Zusammenhang sind die Rückversicherer und Investmentbanken in einer optimalen Position, um diese Art von Geschäften abzuwickeln. Sie kennen die Risiken, sind mit dem Kapitalmarkt vertraut und pflegen gute Investorenbeziehungen.

5.5.2 Die Life-Risk-Securitization öffnet dem Lebensversicherer einen neuen Zugang zum Kapitalmarkt

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Effizienzsteigerung des Versicherungs- und des Kapitalmarktes eine der wichtigsten Leistungen der Life-Risk-Securitization ist.¹⁹⁴ Im Versicherungsmarkt kann die Kapitalallokation optimiert werden, indem das frei werdende Kapital und folglich auch die Absicherungskosten gegen das Insolvenzrisiko für ein bestimmtes Niveau an übernommenem Versicherungsrisiko ertragreicher angelegt werden. Durch die Verbriefung wird das inhärente Risiko eines Versicherungsportefeuilles (etwa eines Altersrentenportefeuilles) auf mehrere Investoren verteilt, anstatt dieses im Rahmen einer Versicherung zu übernehmen und mit Eigenkapital zu unterlegen. Wie wir gesehen haben, weisen Investoren eine andere relative Risiko-Aversion (RRA) auf als ein Lebensversicherer. Zudem unterliegen sie nicht den aufsichtsrechtlichen Rahmenbedingungen des Lebensversicherers, womit der Investor ein Risiko zu tieferen Kosten tragen kann.

Die bis anhin durchgeführten Transaktionen waren eher aufwendig und komplex. Die direkte Verbriefung eines Versicherungsportefeuilles birgt Schwierigkeiten in sich, weil sie Verträge mit den unterschiedlichsten Formen von Optionen¹⁹⁵ – das systematische Sterblichkeitsrisiko, administrative Kosten, regulatorische Risiken, die Dividendenpolitik des Lebensversicherer, die Zeichnungspolitik und weitere Faktoren – beinhaltet. Dies macht die Modellierung des Cashflows sehr komplex und ist für die meisten Investoren nicht nachvollziehbar. Die Problematik der adversen Selektion und des moralischen Risikos lassen sich zwar durch entsprechende Selbstbehalte mindern, sind jedoch durch den Investor nicht wirklich kontrollierbar (vgl. Kapitel 5). Damit besteht die Notwendigkeit, eine neutrale Partei wie eine Rating-Agentur in die Transaktion zu involvieren, die für den Investor in Form eines Ratings eine Qualitäts- und Bonitätsprüfung vornimmt. Für die Verbriefung des Langleberisikos wird daher das Rating eine zentrale Rolle spielen.

5.5.3 Zukünftige Herausforderungen

In der vorliegenden Arbeit haben wir die Risiko-Intermediation aus der Sicht der Lebensversicherung betrachtet. Betrachtet man die Lebensversicherung als Teil eines grö-

¹⁹⁴ Cummins (2004).

¹⁹⁵ Bei den eingebetteten Optionen handelt es sich meistens um Wahlmöglichkeiten des Kunden betreffend die Vertragsparameter in einem Versicherungsvertrag.

sseren Ganzen, wird schnell klar, dass andere «Stakeholder» vom Veränderungsprozess von der Risiko-Transformation hin zur Risiko-Intermediation betroffen sind. Abschliessen möchten wir auf einige Themen hinweisen, die im Rahmen zukünftiger Arbeiten zu behandeln wären.

Klare regulatorische Rahmenbedingungen

Cummins (2004) weist darauf hin, dass die Life-Risk-Securitization den Erfolg der «mortgage backed securities» und «asset backed securities» erst erreichen wird, wenn die Transaktionen dem öffentlichen Markt zugänglich gemacht werden. Die private Platzierung verhindert die Verbreitung des Wissens und somit das Sammeln von Erfahrungen mit solchen Transaktionen, wobei der Standardisierung eine zentrale Rolle zukommt. Von entscheidender Bedeutung ist, inwiefern die Securitization in der Solvenz des Lebensversicherers berücksichtigt werden kann.

Die rechtliche Unsicherheit wirkt zurzeit hemmend auf die Entwicklung der Life-Risk-Securitization. Wurden im Rahmen der Basel-II-Gespräche die Securitization und deren Einsatz für die Bankenbranche klar verankert, bestehen im Versicherungsbereich noch keine klaren Vorgaben. Die Aufsicht müsste die Life-Risk-Securitization als Absicherungsinstrument anerkennen und der Rückversicherung gleichstellen. In dieser Hinsicht muss das Bundesamt für Privatversicherung eine Praxis für die Life-Risk-Securitization schaffen, die den einzelnen Marktteilnehmern eine gesicherte rechtliche Grundlage bietet. Das Versicherungssystem als Ganzes wird damit gestärkt. Es ist daher wünschenswert, dass sich die Aufsicht diesem Thema möglichst rasch annimmt und einen verbindlichen Rechtsrahmen unter Berücksichtigung der Erkenntnisse aus der Sub-Prime Krise festlegt. Ein besonderes Augenmerk ist in diesem Zusammenhang der Fremdfinanzierung zu schenken. Der Markt braucht klare regulatorische Vorgaben in diesem Bereich.

Lernkurve der Marktteilnehmer

Für die praktische Umsetzung der Life-Risk-Securitization sind eine Vielzahl von Kenntnissen aus verschiedenen Fachgebieten notwendig. Infolge des steigenden Wettbewerbs wird sich der Lebensversicherer künftig intensiver mit der Frage befassen, welche Risiken er in der Bilanz führen will und welche nicht, um somit weniger Kapital zu binden.

Eine grosse Verbreitung der Life-Risk-Securitization kann nur dann erfolgen, wenn die Transaktionen dem öffentlichen Markt zugänglich werden. Der Standardisierung kommt dabei eine zentrale Rolle zu.

Anlagehorizont, derivative Instrumente und Marktliquidität

Die lange Vertragsdauer des emittierten Wertpapiers ist eines der Probleme, das bei der Verbriefung des Langleberisikos entsteht. Investoren sind meistens nicht bereit, sich länger als fünf bis maximal sieben Jahre an ein Risiko binden zu lassen.¹⁹⁶ Der Lebensversicherer ist dem Langleberisiko hingegen während 20 bis 25 Jahren ausgesetzt. Dieses Problem liesse sich signifikant entschärfen, wenn man auf demselben Index, auf welchem der Trigger des Longevity-Bonds basiert, einen Future emittieren könnte, auf welchen Optionen gehandelt werden können. Das ermöglichte dem Investor, eine Absicherungsstrategie zu entwickeln. Ein weiterer Vorteil der derivativen Instrumente sind die flexible Gestaltung des Absicherungsniveaus und die Reversibilität des Kontrakts. Derivative Instrumente könnten aber auch für den Lebensversicherer als Absicherungsstrategie gegen das Sterblichkeitsrisiko Sinn machen. Das steigende Marktvolumen wird zu tieferen Absicherungskosten führen. Nicht zuletzt könnten mit einem liquiden Sekundärmarkt einige der weiter oben aufgeführten Schwierigkeiten bei der direkten Verbriefung des Langleberisikos umgangen werden.

Cummins und Geman (1995) haben aufgezeigt, wie Katastrophenrisiken mittels Index-Future und Call-Spread, die auf den Future emittiert werden, abgesichert werden können. Der Lebensversicherer ist in der Regel nicht daran interessiert Fluktuationen um den Erwartungswert abzusichern, sondern eher grössere und seltene Risiken. In diesem Zusammenhang bieten Optionskontrakte auf einem Index-Future ein attraktives Steuerungsinstrument.

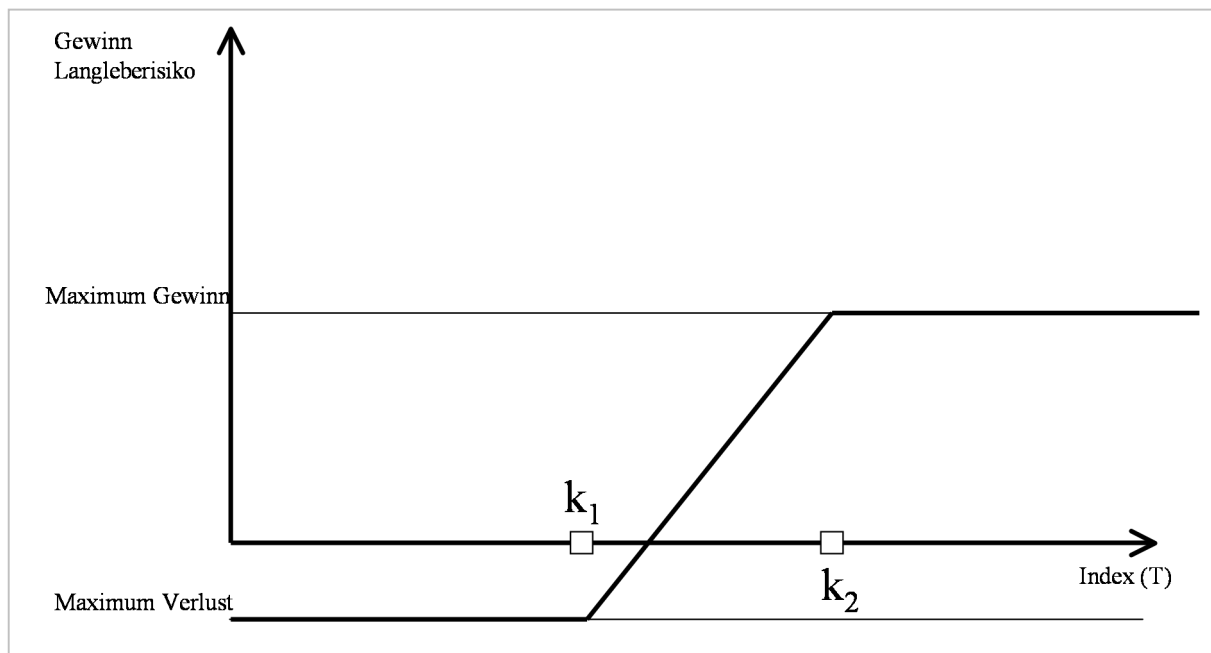
Zur Absicherung des Langleberisikos würde es folglich Sinn machen, einen Future-Kontrakt¹⁹⁷ auf einen Sterblichkeitsindex einzuführen und auf der Basis dieses «Underlyings» ein Call-Spread zu emittieren. Die Handelsvolumen des Futures können aufgrund der ungenügenden Frequenz der Aktualisierung der Informationsstruktur eher klein ausfallen. Cummins und Geman (1995) weisen im Zusammenhang mit der Ver-

¹⁹⁶ Angaben aus einem Interview mit Experten der SwissRe.

¹⁹⁷ Dies in Analogie zum Vorgehen, das Cummins und Geman (1995) in ihrem Aufsatz beschreiben. Als Index könnte beispielsweise der Sterblichkeitsindex der SwissRe eingesetzt werden, welcher der Vita-Transaktion vom Dezember 2003 zugrunde gelegt wurde. Allerdings müsste dieser dann jährlich aktualisiert werden.

briefung von Katastrophenrisiken darauf hin, dass die meisten dieser Probleme mit Call-Spreads aus dem Weg geräumt werden können. Der Call-Spread lässt sich als strukturiertes Produkt durch den Kauf einer Call-Option mit einem Ausübungspreis k_1 und dem Verkauf eines Calls mit einem höheren Ausübungspreis k_2 erstellen, wobei beide die gleiche Laufzeit haben. Mit dem Call-Spread ist es möglich, einen beliebigen «Layer» der Verteilung des Langleberisikos abzusichern. Abbildung 5.6 zeigt diesen Sachverhalt auf. Der Versicherer kann durch den Kauf eines Call-Spreads die Risikostruktur seiner Passivseite beliebig steuern und die Absicherung je nach Kapitalisierung des Unternehmens und der aktuellen Marktsituation gestalten.

Abbildung 5.6: Call-Spread auf einem Sterblichkeitsindex-Future als Hedging-Strategie für das Langleberisiko



Dabei bilden die Parameter k_1 und k_2 die Fixpunkte des Verlustniveaus. Vorausgesetzt, dass der Sterblichkeitsindex jährlich aktualisiert wird und der Handelszyklus dieses Futures einem Jahr entspricht, bedeutete dies, dass die aufgelisteten Kontrakte eine Laufzeit von einem Jahr aufwiesen und einmal jährlich per Stichtag abgerechnet würden. Der Handel kann vom Zeitpunkt der Auflistung bis zum Verfall stattfinden.

Mit dem Aufbau eines Sekundärmarktes könnte das Problem der langen Laufzeit und der Marktliquidität eines Longevity-Bonds massgeblich entschärft werden. Aufgrund der Standardisierung der Kontrakte ist zu erwarten, dass auch die Kosten pro Transaktion sinken und sich die Transparenz der Kontrakte erhöht. Das wirkt sich mit Bestimm-

heit positiv auf die Bereitschaft des Investors aus, das Sterblichkeitsrisiko zu übernehmen. Call-Spreads geben dem Lebensversicherer die Möglichkeit, eine flexible Absicherungsstrategie gegen das Sterblichkeitsrisiko vorzunehmen. Für Investoren besteht die Möglichkeit, in Abhängigkeit ihres Anlegerprofils, Anteile des Sterblichkeitsrisikos zu übernehmen. Dieses Thema sollte in einer nächsten Arbeit näher untersucht werden.

ANHANG A

Wünschenswerte Eigenschaften von Prämienprinzipien:

1. Unabhängigkeit: $H(Y)$ hängt ausschliesslich von der Verteilungsfunktion von Risiko Y ab. Das bedeutet für S_Y , dass $S_Y(t) = P[\omega \in \Omega: Y(\omega) > t]$. Damit ist die Prämie für Y ausschliesslich von der Endwahrscheinlichkeit abhängig.
2. Risikozuschlag: $H(Y) > E[Y]$ für alle $Y \in S$. Ein Risikozuschlag auf dem erwarteten Schaden $E[Y]$ ist wünschenswert, weil der Versicherer andernfalls Geld verlieren würde.
3. Legitimation des Risikozuschlags: Wenn das Risiko $Y \in S$ einer Konstante c entspricht, dann entspricht auch die Prämie $H(Y) = c$. Das bedeutet, dass ohne Unsicherheit kein Risikozuschlag gerechtfertigt ist.
4. Maximaler Verlust: $H(Y) < \text{ess sup}[Y]$ für alle $Y \in S$.
5. Translation invariant: $H[Y + a] = H[Y] + a$ für alle $Y \in S$ und alle $H(Y) < \text{ess sup}[Y]; a \geq 0$. Wird daher ein Risiko um den fixen Betrag a erhöht, besagt Eigenschaft Nr. 5, dass die Prämie für $Y + a$ der Prämie für Y plus den sicheren Betrag a entspricht.
6. Skalierung invariant: $H[bY] = bH[Y]$ für alle $Y \in S$ und alle $b \geq 0$. Dabei sei darauf hingewiesen, dass Eigenschaften Nr. 5 und Nr. 6 die Eigenschaft Nr. 3 induzieren, solange es sich um ein Risiko $H[Y] < \infty$ handelt. Wenn $Y \equiv c$, dann gilt $H[Y] = c$, daher entspricht $H(0) = 0$. In Worten ausgedrückt: Für das doppelte Risiko sollte auch die doppelte Prämie bezahlt werden, was einer Arbitragebedingung gleichkommt. Bei grossen Risiken und kleiner Erfahrung des Lebensversicherers dürfte diese Bedingung nicht standhalten. Der Versicherer wird in diesem Fall eher eine Prämie verlangen, die über dem Vielfachen von X liegt. Diese Eigenschaft ist in der Literatur auch als «Homogenität erster Ordnung» bekannt.
7. Additivität: $H[X + Y] = H[X] + H[Y]$ für alle $X, Y \in S$. Diese Eigenschaft ist eine strengere Form von Eigenschaft Nr. 6.
8. Sub-Additivität: $H[X + Y] \leq H[X] + H[Y]$ für alle $X, Y \in S$. Diese Eigenschaft stellt sicher, dass die Prämie für die Summe zweier Risiken nicht grösser ist als die

Summe der Prämien für die einzelnen Risiken. Damit werden Arbitragemöglichkeiten ausgeschlossen. Zudem macht es Sinn, dass die Prämie für nicht unabhängige Risiken kleiner ist als die Summe der Einzelrisiken.

9. Super-Additivität: $H[X + Y] \geq H[X] + H[Y]$ für alle $X, Y \in S$. Diese Eigenschaft könnte dann zum Tragen kommen, wenn es Kapitalbeschränkungen gibt und der Versicherer einen Risikozuschlag für grössere Risiken hinzufügt.
10. Additivität für unabhängige Risiken: $H[X + Y] = H[X] + H[Y]$ für alle $X, Y \in S$, die unabhängig sind.
11. Additivität für co-monotone Risiken: $H[X + Y] = H[X] + H[Y]$ für alle $X, Y \in S$, die co-monoton sind. Diese Eigenschaft ist darum wünschenswert, weil es bei der Anwendung der Sub-Additivität keinen Sinn machen würde, dass $H[X + Y] < H[X] + H[Y]$, weil die beiden Risiken parallel laufen und somit keines der Risiken eine Absicherung für das andere bedeutet. Wenn ein Prämienprinzip additiv für co-monotone Risiken ist, dann ist dieses auch schichtenweise additiv.¹⁹⁸
12. Monotonie: Wenn $X(\omega) \leq Y(\omega)$ für alle $\omega \in \Omega$, dann gilt $H[X] \leq H[Y]$.
13. Beibehaltung der ersten stochastischen Dominanz: Wenn $S_X(t) \leq S_Y(t)$ für alle $t \geq 0$, dann gilt $H[X] \leq H[Y]$.
14. Beibehaltung der Stop-Loss-Ordnung: Wenn $E[X - d]_+ \leq E[Y - d]_+$ für alle $d \geq 0$, dann gilt $H[X] \leq H[Y]$.
15. Stetigkeit: Für $Y \in S$ gilt $Y \in S; \lim_{a \rightarrow 0^+} H[\max(Y - a, 0)] = H(Y)$ und $\lim_{a \rightarrow \infty} H[\min(Y, a)] = H(Y)$.

¹⁹⁸ Vgl. Venter (1991). Der Begriff bezieht sich auf die Summe zwischen einzelnen erwarteten Ereignissen innerhalb einer Verteilung.

LITERATURVERZEICHNIS

Aase K. K. (2001)

A Markov Model for the Pricing of Catastrophe Insurance Future and Spreads, The Journal of Risk and Insurance 68: S. 25–49, 2001

Ackermann G., Artho G. (2001)

Entwicklungstendenzen deregulierter Versicherungsmärkte, Die Volkswirtschaft 10, 2001

Anders S. (1999)

Einsatz von Katastrophen-Indizes als Schadenbasis bei der Risk-Securitization, in: VW (54), 1999

Arrow K.J. (1965)

Essays in the Theory of Risk-Bearing. North-Holland, Amsterdam, 1965

Artzner P., Delbaen F., Eber J.-M. and D. Heath (1999)

Coherent Measures of Risk. Math. Finance (9), 1999

Bär H.P. (1997)

Asset Securitization, Die Verbriefung von Finanzaktiven als innovative Finanzierungstechnik und neue Herausforderung für Banken, Haupt-Verlag, 1997

Basler Ausschuss für Bankenaufsicht (1995)

Behandlung des potentiellen Engagements aus nicht bilanzwirksamen Positionen, 1995

Basler Ausschuss für Bankenaufsicht (1996a)

Aufsichtsrechtliches Rahmenkonzept für Backtesting (Rückvergleiche) bei der Berechnung des Eigenkapitalbedarfs zur Unterlegung des Marktrisikos mit bankeigenen Modellen, 1996

Basler Ausschuss für Bankenaufsicht (1996b)

Überblick über die Änderung der Eigenkapitalvereinbarung zur Einbeziehung der Marktrisiken, 1996

Behrens H.G. (1995)

Ausgleichsverfahren, Schriftenreihe Angewandte Versicherungsmathematik (15), 1995

- Bernoulli D. (2004)
Die Werke von Daniel Bernoulli 8, Birkhäuser Verlag AG, 2004
- Black F., Scholes M. (1973)
The Pricing of Options and Corporate Liabilities, Journal of Political Economy, 1973
- Bodo H., Paetzmann K. (1999)
Alternativer Risiko-Transfer: Die neue Welt der Industrieversicherung, Gerling-Akademie-Verlag, 1999
- Bohley P. (1987)
Statistik, R. Oldenburg Verlag GmbH, 1987
- Booth, Hyndmaman, Tickle und Jong (2006)
Lee-Carter Mortality Forecasting: A Multi-Country Comparison of Variants and Extensions, Demographic Research (15), 2006
- Bowers N., Gerber H.U., Hickman J., Jones D. and Nesbitt C. (1986)
Actuarial Mathematics, Society of Actuaries, 1986
- Buettner T. (2002)
Approaches and Experiences in Projecting Mortality Patterns for the Oldest Old, International Symposium «Living to 100 and Beyond: Survival at Advanced Ages», 2002
- Bühlmann H. (1970)
Mathematical Methods in Risk Theory, Springer Verlag, 1970 (2. Auflage, 1996)
- Bühlmann H. (1980)
An Economic Premium Principle, Astin Bulletin (11), 1980
- Bühlmann H. (1984)
The General Economic Premium Principle, Astin Bulletin (14), 1984
- Bühlmann H. (1985)
Premium Calculation from Top Down, Astin Bulletin (15), 1985
- Bühlmann H., Delbaen F., Embrechts P., Shiraev A.N. (1998)
On Esscher Transforms in Discrete Finance Models, Astin Bulletin (28), 1998
- Bundesamt für Privatversicherung (2003)
Schweizer Solvenz-Test (2003)

- Bundesamt für Privatversicherung (2004)
Schweizer Solvenz-Test, White Paper (2004)
- Bundesamt für Privatversicherung (BPV), Ressort Leben (2003)
Sterblichkeit und Lebenserwartung, insbesondere mit Blick auf die überobligatorische berufliche Vorsorge
- Cairns J.G., Blake D., Dowd K. (2004a)
Pricing Framework for Securitization of Mortality Risk, Heriott-Watt University, 2004a
- Cairns J.G., Blake D., Dowd K. (2004b)
Pricing Death: Framework for the Valuation and Securitization of Mortality Risk, Heriott-Watt University, 2004b
- Cairns J.G., Blake D., Dowd K. (2005a)
Pricing the Risk on Longevity-Bond, Heriott-Watt University, 2005
- Cairns J.G., Blake D., Dowd K. (2005b)
A Two-Factor Modell for Stochastic Mortality with Parameter Uncertainty, Heriott-Watt University, 2005
- Cairns J.G., Blake D., Dowd K. (2005b)
A Two-Factor Modell for Stochastic Mortality with Parameter Uncertainty, Heriott-Watt University, 2005
- Cairns J.G., Blake D., Dowd K. (2007)
A quantitative comparison of stochastic mortality models using data from England & Wales and the United States, working Paper Life Metrics JPM, 2008
- Cairns J.G., Blake D., Dowd K. (2008a)
Mortality Density Forecasts: An Analysis of Six Stochastic Mortality Models, working Paper Life Metrics JPM, 2008
- Cairns J.G., Blake D., Dowd K. (2008b)
Evaluating the Goodness of Fit of Stochastic Mortality Models, working Paper Life Metrics JPM, 2008
- Chen H. and Cox S. H. (2006)
Modeling mortality with jumps: transitory effects and pricing implication to mortality securitization, Georgia State University, 2006
- Copland T.E., Weston J.F. (1988)
Financial Theory and Corporate Policy, Addison-Wesley Publishing Company, 1988

- Cox J.C., Ross S., Rubinstein M. (1979)
Option Pricing: A Simplified Approach, *Journal of Financial Economics* (7), 1979
- Cox S.H., Samuel H., Fairchild H., Pedersen W. (2000)
Economic Aspects of Securitization of Risk, *Astin Bulletin* (30), 2000
- Cox S.H., Yijia Lin (2004)
Securitization of Mortality Risk in Life Annuity, 2004
- Cummins J.D., Geman H. (1995)
Pricing Catastrophe Insurance Future and Call Spreads: An Arbitrage Approach, *The Journal of Fixed Income*, 1995
- Cummins J.D. (2004)
Securitization of Life Insurance Assets and Liabilities, *Warton*, 2004
- Currie I.D., Durban, M., Eilers, P.H.C. (2004)
Smoothing and Forecasting Mortality Rates, Working Paper, Heriot-Watt University, 2004
- De Marzio (2005)
The Pooling and Tranching of Securities: A Model of Informed Intermediation, *The Review of Financial Studies* (18), 2005
- Diamond und Dybvig (1984)
Financial Intermediation and Delegated Monitoring, *Review of Economic Studies* (51), 1984
- Diggelmann P.B. (1999)
Value-at-Risk – Kritische Betrachtung des Konzeptes, *Versus Verlag*, 1999
- Dowd K. (1998)
Beyond Value at Risk, *Wiley-VCH Verlag GmbH*, 1998
- Duffie D., Pan J. (1997)
An Overview of Value-at-Risk, *The Journal of Derivatives* (4), 1997
- Durrett (1996)
Probability Theory and Examples. *Duxbury Press*, Belmont, 1996
- EDI, Eidgenössisches Departement des Innern (2001)
Bericht EDI, Sozialversicherung Schweiz, Handlungsbedarf und Optionen für die Zukunft, 2001

- Eickstädt J. (2001)
Alternative Risiko-, Finanzierungsinstrumente, Gehrling Akademie Verlag, 2001
- Embrechts P. (2000)
Actuarial Versus Financial Pricing of Insurance, Risk Finance (4), 2000
- Embrechts P., McNeil J. und Frey R. (2005)
Quantitative Risk Management, Princeton Series in Finance, New Jersey, 2005
- Everling O. (1993)
«Die Bedeutung des Rating für die Verbriefung von Forderungen», in: Börsen-Zeitung: Unterlagen zum Seminar: Securitization – Rechtliche, steuerliche und bank-technische Aspekte der Verbriefung von Forderungen, Frankfurt, 1993
- Fabozzi F.J. (1996)
Bond Markets, Analysis and Strategies, Prentice Hall, Upper Saddle River, 1996
- Fabozzi F.J. (2001)
Accessing Capital Markets through Securitization, FJF Associates, 2001
- Fama E.F. (1970)
Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work, The Journal of Finance (25), 1970
- Franke J., Härdle W., Hafner C. (2001)
Einführung in die Statistik der Finanzmärkte, Springer Verlag, 2001
- Freifelder, L.R. (1976)
A Decision Theoretic Approach to Insurance Ratemaking, The S.S. Huebner Foundation, Philadelphia, PA, Homewood II, 1976
- Frost P. (1998)
Versicherungsderivate und Securitization von Versicherungsrisiken, Haupt-Verlag, 1998
- Gehrig B., Zimmermann H. (1997)
Fit for Finance, Verlag NZZ, 1997
- Gerber H.U. (1980)
An Introduction to Mathematical Risk Theory, Huebner Foundation Monograph (8), 1980
- Gerber H.U. (1997)
Life Insurance Mathematics, Springer Verlag, 1997

- Gerber H.U., Pafumi G. (1998)
Utility Functions: From Risk Theory to Finance, 1998
- Gerber H.U., Shiu E. (1998)
An Actuarial Bridge to Option Pricing, 1995
- Goldberg J. und Nitzsch R. (1999)
Behavioral Finance, Finanzbuch Verlag, München, 1999
- Goovaerts M.J., De Vylder F., Haezendonck J. (1984)
Insurance Premiums, North-Holland, Amsterdam, 1984
- Gordon und Pennachi (1990)
Financial Intermediation and Liquidity Creation, Journal of Finance (45), 1990
- Gottwald S., Kästner H., Rudolph H. (1995)
Meyers kleine Enzyklopädie der Mathematik, München, 1995
- Hasenkamp U. (1998)
Insurance Risk & Capital Markets: Insurance-Linked Bonds, Vortragsmanuskript, Köln 8, 1998
- Hasenkamp U. (2000)
Finanzinnovationen im Versicherungskontext: Securitization und börsengehandelte Derivate, VVW Karlsruhe, 2000
- Hastenpflug W. (1990)
Das Securitization-Phänomen, Wiesbaden, 1990
- Heilmann W. R. (1987)
Grundbegriffe der Risikothorie, Verlag Versicherungswirtschaft, 1987
- Heri E.W., Frost P. (1998)
«Versicherungsrisiken an den Finanzmärkten. Die erste kotierte CAT-Anleihe», in: Hehn, Elisabeth (Hrsg.), Asset Management, 1998
- Hull J.C. (1989)
Option, Future and Other Derivative Securities, Prentice-Hall Inc., 1993
- Ingersoll J.E. (1987)
Theory of Financial Decision Making, Rowman & Littlefield, Savage, 1987

- Jarrow R.A. (1999)
A Partial Differential Equation that Changed the World, *The Journal of Economic Perspectives* (13), 1999
- Jarrow R.A., Battig R.J. (1999)
The Second Fundamental Theorem of Asset Pricing: A New Approach, *The Review of Financial Studies* (12), 1999
- Jorion P. (2001)
Value at Risk, McGraw-Hill, New York, 2001
- Karten W. (1993)
«Das Einzelrisiko und seine Kalkulation», in: Asmur W. et al. (Hrsg.), *Studententext* (12), Band 2, Gabler Verlag, 1993
- Koller M. (1998a)
Reservierungspolitik von Pensionskassen und die Altersrentenproblematik, 1998a
- Koller M. (1998b)
Methodik zur Konstruktion von Generationentafeln, Swiss Life, 1998b
- Koller M. (2000)
Stochastische Modelle in der Lebensversicherung, Springer Verlag, 2000
- König M. (1997)
Der Anleger als Rückversicherer, *Versicherungsrecht* (48), 1997
- Kreps D. M. (1988)
Notes on the Theory of Choice, Westview Press, Boulder, 1988
- Kroll M. (1993)
Securitization – Arbitrage in der Unternehmensfinanzierung, *Der Schweizer Treuhänder* (10), 1993
- Lane M., Beckwith R. (2000)
Trends in the Insurance-Linked Securities Market, Trade Notes, Lane Financial (May), 2000
- Latham M. (1985)
Defining Capital Market Efficiency, University of California, 1985
- Lee, P. J. (2000a)
A General Framework for Stochastic Investigations of Mortality and Investment Risks, Heriot-Watt University, March 2000.

- Lee R.D. (2000a)
The Lee-Carter Method for Forecasting Mortality, with Various Extensions and Applications, North American Actuarial Journal 4 (1), 2000
- Lee R.D. (2000b)
Long-Term Projections and the US Social Security System, Population and Development Review (26), 2000
- Leland und Pyle (1977)
Information Asymmetries, Financial Structure and Financial Intermediaries (55), 1977
- Manson S.P. (1995)
The Allocation of Risk in The Global Financial System – A Functional Perspective, HBS Press, 1995
- Mas-Colell A., Whinston M. D., Green J. R (1995)
Microeconomic Theory, Oxford University Press, New York, 1995
- McNown R. and Rogers A. (1989)
Forecasting Mortality: A Parameterized Time Series Approach. Demography 26 (4), 1989
- Merton R.C. (1975)
Option Pricing – When Underlying Stock Returns are Discontinuous, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 1975
- Merton R.C., Bodie Z. (1995)
A Conceptual Framework for Analysing the Financial Environment, The Global Financial System – A Functional Perspective, HBS Press, 1995
- Mildenhall S.J. (1997)
Application of the Option Market Paradigm to the Solution of Insurance Problems, 1997
- Milevsky M.A., Promislow S.D. (2001)
Mortality Derivatives and the Option, 2001
- Moix P. (2000)
The Measurement of Market Risk, Dissertation Nr. 2358, Universität St. Gallen, 2000
- Müller E. (1997)
Securitization – Quo Vadis, ZfV (48), 1997

- Müller H. (1998)
Economic Premium Principles in Insurance and the Capital Asset Pricing Model, Universität Zürich, 1998
- Neftci S.N. (2000)
An Introduction to the Mathematics of Financial Derivatives, Academic Press 2, 2000
- Nolfi P. (1959)
Die Berücksichtigung der Sterblichkeitsverbesserung in der Rentenversicherung nach der Optimal-Methode der Spieltheorie, MVSV, 1959
- Ohse D. (1983)
Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I – Analysis, Verlag Vahlen, 1983
- Ohse D. (1984)
Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler II – Lineare Algebra, Verlag Vahlen, 1984
- Persson S.A. (1994)
Pricing Life Insurance Contracts under Financial Uncertainty, PhD Thesis, Norwegian School of Economics and Business Administration Bergen, 1994
- Plachky D. (2001)
Mathematische Grundbegriffe und Grundsätze der Stochastik, Springer Verlag, 2001
- Pliska S.R. (1997)
Introduction to Mathematical Finance, Blackwell Publishing, 1997
- Pratt J.W. (1964)
Risk Aversion in the Small and in the Large, *Econometria* (32), 1964
- Protter Ph.E. (2004)
Stochastic Integration and Differential Equations, Springer Verlag, 2004
- Ramsay C.M. (1993)
A Note on Random Survivorship Group Benefit, *Astin Bulletin* (23), 1993
- Ramsay C.M. (1994)
On an Integral Equation for Discounted Compound – Annuity Distributions, 1994
- Renshaw A.E. und Haberman S. (2003)
Lee-Carter Mortality Forecasting with Age-Specific Enhancement, *Insurance: Mathematics and Economics* (33), 2003

- Rogers A. (1986b)
Parameterized Multistate Population Dynamics and Projections Journal of the American Statistical Association (81), 1986
- Rogers R. (2002)
Will mortality improvements continue? National Underwriter (106), 2002.
- Rubinstein M. (1975)
Securities Market Efficiency in an Arrow-Debreu Economy, American Economic Review, 1975
- Sachs L. (1992)
Angewandte Statistik, Springer Verlag, 7. Auflage, 1992
- Sanders A.J. (2000)
Securitization and other Financing Options Available to Life Companies, Institute of Actuaries and Faculty of Actuaries, 2000
- Sassnick F. (1989)
Armenpolitik zwischen Helfen und Strafen. Das Problem der Armut in Winterthur vom Ancien Régime zum 19. Jahrhundert, Winterthur, 1989
- Schiller R.J. (1997)
Human Behavior and the Efficiency of the Financial System, Preprint, 1997
- Schmidt K. (2002)
Versicherungsmathematik, Springer Verlag, Berlin, 2002
- Schweizerische Kammer der Pensionskassen-Experten (2005)
Stellungnahme zum technischen Zinssatz, 2005
- Schweizerischer Versicherungsverband (2005)
Zahlen und Fakten 2005
- Sengupta und Sfeir (1994)
Market Volatility and Skewness Persistence, Applied Economics Letters, 1994
- Sharpe W.F. (1964)
Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Condition of Risk, The Journal of Finance (19), 1964
- Spremann K. (2000)
Portfolio Management, Oldenburg Verlag, 2000

- Stahl G. (1997)
Three Cheers, Risk (10), 1997
- SwissRe (2003)
Principal At-Risk Variable Rate Notes, 2003
- Tobin J. (1958)
Liquidity Preference as a Behavior toward Risk, Review of Economic Studies, 1958
- Venter G. (1991)
Premium Calculation of Reinsurance without Arbitrage, Astin Bulletin (21), 1991
- Von Neumann J., Morgenstern O. (1944)
Theory of Games and Economic Behaviour, Princeton University Press, Princeton, 1944
- Von Neumann J. und Morgenstein O. (1947)
Theory of Games and Economic Behaviour. Princeton University Press, Princeton 2, 1947
- Wacek M.G. (1997)
Application of the Option Market Paradigm to Solutions of Insurance Problems, Proceedings of the Casualty Actuarial Society, 1997
- Wagner F. (1997)
Risk Securitization als alternatives Mittel des Risikotransfers von Versicherungsunternehmen, ZVersWiss (89), 1997
- Waldmann K.H., Stocker U.M. (2003)
Stochastische Modelle, Springer Verlag, 2003
- Wang S.S. (1996)
Premium Calculation by Transforming the Layer Premium Density, International Actuarial Association, Astin Bulletin (26), 1996
- Wang S.S., Young V.R., Panjer H.H. (1997)
Axiomatic Characterisation of Insurance Prices. Insurance: Mathematics and Economics (21), 1997
- Wang S.S. (2001)
A Risk Measure that Goes Beyond Coherence, SCOR Reinsurance Co., 2001

- Wang S.S. (2002)
A Universal Framework for Pricing Financial and Insurance-Risk, *Astin Bulletin* (32), 2002
- Wang S.S. (2003)
Equilibrium Pricing Transformation: New Results of Bühlmanns 1980 Economic Modell, *Astin Bulletin* (33), 2003
- Williams D. (1991)
Probability with Martingales, Cambridge University Press, 1991
- Winton (2001)
Institutional Liquidity Needs and Structure of Monitored Finance, *Review of Financial Studies* (16), 2001
- Yaari M.E. (1987)
The Dual Theory of Choice under Risk, *Econometrica* (55), 1987
- Yang S. (2001)
Reserving, Pricing and Hedging for Guaranteed Annuity Options, PhD Thesis, Heriot-Watt University, Edinburgh, 2001
- Young V. (2004)
Premium Principle, *Wiley Encyclopedia of Actuarial Science*, 2004
- Zimmermann H. (1999)
Value at Risk – ein zweifelhaftes Paradigma, *Manager Bilanz*, 1999
- Zimmermann H., Jaeger S., Staub Z. (1996)
Asset- und Liability-Management, *NZZ-Verlag*, 1996
- Zweifel P., Eisen R. (2000)
Versicherungsökonomie, Springer Verlag, Berlin, 2000

INTERVIEWPARTNERVERZEICHNIS

Name	Stellung	Firma
Frost, P.	Leiter Obligationenhandel	Winterthur Versicherung
Gobet, C.	Senior Consultant	Schweizerische Rückversicherung
Albertini, L. Weatherholtz, B.	Senior Vice President Senior Consultant	SwissRe Capital Markets Limited
Wolter, H.J.	Chief Risk Manager	Swiss Life
Furrer, H.J.	Leiter Regulatory Affairs	Swiss Life
Arbogast, B.	Chief Financial Officer	Allianz Risk Transfers